

## ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

### Физика, II тур

#### 7 класс

1. (30 баллов) Муравей бежит со скоростью 3 см/с по прямой, то приближаясь на некоторое расстояние к муравейнику, то возвращаясь назад на половину этого расстояния. Считая, что такое движение повторяется многократно и пренебрегая временем на развороты, найти скорость приближения муравья к муравейнику.

**Ответ:** Муравей приближается к муравейнику со скоростью 1 см/с.

**Решение:** За один цикл своего периодического движения (на некоторое расстояние вперед и на половину этого расстояния назад) муравей приближается к муравейнику на расстояние, которое в три раза меньше пройденного при этом пути.

2. (30 баллов) Из пунктов А и В одновременно вышли навстречу друг другу два туриста. Один турист весь путь от А до В идет со скоростью 4 км/час, а другой – первую половину пути от В до А идет со скоростью 6 км/час, вторую – со скоростью 4 км/час. Через 2 часа туристы встретились и продолжили движение. Сколько времени двигался каждый из туристов от места встречи до своего пункта назначения (15 баллов за каждый ответ)?

**Ответ:** Турист, идущий из А в В двигался 2 часа 48 минут, а турист, идущий из В в А, двигался 2 часа.

**Решение:** Очевидно, что турист, идущий из В в А, двигался от места встречи до А столько же времени, сколько другой турист двигался от А до места встречи (на этом отрезке пути их скорости были равны по величине), т.е. 2 часа. Чтобы найти время движения туриста, идущего из А в В, от места встречи до В, найдем расстояние  $S$  между пунктами А и В. Для этого представим полное время движения туриста, идущего из В в А, равное 4 часам, в виде  $S/(2 \cdot 4) + S/(2 \cdot 6) = 4$ . Отсюда  $S = 19,2$  км. Поделив  $S$  на скорость 4 км/час, найдем, что полное время движения туриста, идущего из А в В, составило 4 часа 48 минут. Следовательно, от места встречи до В он двигался 2 часа 48 минут.

3. (40 баллов) Металлическая цепочка, подвешенная к динамометру, растягивала его пружину так, что динамометр показывал силу 150 Н. После того, как снизу подставили сосуд с водой, 1/3 цепочки осталась в воздухе, 1/3 – стала находиться в воде в вертикальном положении и 1/3 - оказалась на дне. При этом показания динамометра уменьшились до 95 Н. Найти плотность металла, из которого сделана цепочка. Плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>.

**Ответ:** Плотность металла в 10 раз больше плотности воды, т.е. равна 10000 кг/м<sup>3</sup>.

**Решение:** После того, как подставили сосуд с водой, силу тяжести, действующую на 2/3 цепочки, уравновешивают сила Архимеда, действующая на 1/3 цепочки, и сила со стороны динамометра. Отсюда следует, что сила Архимеда равна 5 Н, т.е.  $\rho_{\text{в}}Vg = 5$  Н, где  $\rho_{\text{в}}$  – плотность воды,  $V$  – объем 1/3 цепочки,  $g$  - ускорение свободного падения. Из измерения в воздухе следует, что  $\rho_{\text{м}}Vg = 50$  Н, где  $\rho_{\text{м}}$  – плотность металла. Сравнивая две формулы, находим  $\rho_{\text{м}} = 10\rho_{\text{в}}$ .

#### 8 класс

1. (30 баллов) Из пунктов А и В одновременно вышли навстречу друг другу два туриста. Один турист весь путь от А до В идет со скоростью  $V_1$ . Другой – первую половину пути от В до А идет со скоростью  $V_2$  ( $V_2 > V_1$ ), а вторую – со скоростью  $V_1$ . Через время  $T$  туристы встретились и продолжили движение. Сколько времени двигался каждый из туристов от места встречи до своего пункта назначения (15 баллов за каждый ответ)?

**Ответ:** Турист, идущий из А в В двигался от места встречи до В в течение времени  $T(3V_2 - V_1)/(V_1 + V_2)$ , а турист, идущий из В в А, двигался в течение времени  $T$ .

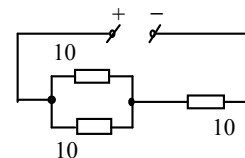
**Решение:** Очевидно, что турист, идущий из В в А, двигался от места встречи до А столько же времени, сколько другой турист двигался от А до места встречи (на этом отрезке пути их скорости были равны по величине), т.е. время  $T$ . Чтобы найти время движения туриста, идущего из А в В, от места встречи до В, найдем расстояние  $S$  между пунктами А и В. Для этого представим полное время движения туриста, идущего из В в А, равное  $2T$ , в виде  $S/(2 \cdot V_1) + S/(2 \cdot V_2) = 2T$ . Отсюда  $S = 4TV_1V_2/(V_1 + V_2)$ . Поделив  $S$  на скорость  $V_1$ , найдем, что полное время движения туриста, идущего из А в В, составило  $4TV_2/(V_1 + V_2)$ . Следовательно, от места встречи до В он двигался в течение времени  $T(3V_2 - V_1)/(V_1 + V_2)$ .

2. (30 баллов) В сосуде с водой плавает погруженный до половины шар с прикрепленной к нему металлической цепочкой, при этом половина цепочки лежит на дне. После того, как в сосуд долили воды, шар оказался погруженным на 2/3 своего объема, а цепочка перестала давить на дно. Найти отношение масс шара и цепочки. Объемом цепочки пренебречь.

**Ответ:** Отношение масс равно единице.

**Решение:** Запишем условия плавания шара с цепочкой до и после доливания воды:  $\rho_v V/2 = M + m/2$ ,  $\rho_v 2V/3 = M + m$ . Здесь  $\rho_v$  – плотность воды,  $V$  – объем шара,  $M$  и  $m$  – массы шара и цепочки соответственно. Из этих двух уравнений находим, что  $M = m$ .

3. (40 баллов) Цепь собрана из трех одинаковых сопротивлений по 10 Ом каждое и подключена к источнику постоянного напряжения (см. рис.). После того, как при неизменном напряжении источника одно из сопротивлений увеличили, ток в одном из участков цепи возрос в 1,2 раза. На сколько ом увеличили сопротивление?



**Ответ:** Сопротивление увеличили в одном из параллельных участков на 10 Ом.

**Решение:** Поскольку увеличение любого из сопротивлений приводит к уменьшению полного тока в цепи, то ток увеличился в одном из параллельных участков при увеличении сопротивления другого участка. До увеличения сопротивления ток в каждом из параллельных участков был равен  $V/30$ , где  $V$  – напряжение источника. После увеличения сопротивления одного из параллельных участков на величину  $x$  ток в другом участке стал равен  $V(10 + x)/(300 + 20x)$ . Приравнявая это выражение к  $1,2V/30$ , находим  $x = 10$  Ом.

## 9 класс

1. (30 баллов) Горизонтальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, вдвое больше максимальной высоты подъема тела. Под каким углом было брошено тело (10 баллов)? Какую часть времени полета скорость тела была меньше половины начальной скорости (20 баллов)?

**Ответ:** Тело было брошено под углом  $\alpha = \text{arctg}2 \approx 63^\circ$ . Скорость тела была меньше половины начальной скорости в течение  $1/4$  всего времени полета.

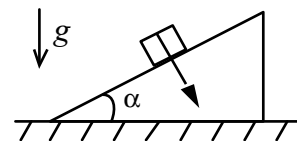
**Решение:** Пусть  $V_0$  – величина начальной скорости тела, а  $\alpha$  – угол, под которым его бросили. Используя известные формулы для горизонтальной дальности полета  $L = 2V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha / g$  и высоты подъема  $H = V_0^2 \sin^2\alpha / (2g)$ , находим, что  $\text{tg}\alpha = 2$ , т.е.  $\alpha \approx 63^\circ$ .

При найденном угле  $\alpha$  горизонтальная компонента начальной скорости  $V_0/\sqrt{5}$  вдвое меньше вертикальной  $2V_0/\sqrt{5}$ . Учитывая сохранение горизонтальной компоненты скорости в ходе полета, находим, что в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , когда полная скорость равна половине начальной, вертикальная компонента скорости равна  $\pm V_0/(2\sqrt{5})$ , т.е. в 4 раза меньше по величине вертикальной компоненты начальной скорости. Из формул для изменения вертикальной компоненты скорости

$$\frac{V_0}{2\sqrt{5}} = \frac{2V_0}{\sqrt{5}} - gt_1, \quad -\frac{V_0}{2\sqrt{5}} = \frac{2V_0}{\sqrt{5}} - gt_2$$

находим  $t_2 - t_1 = \frac{V_0}{g\sqrt{5}}$ , что составляет  $1/4$  всего времени полета.

2. (40 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально (10 баллов)? С какой силой клин при этом давит на стол (30 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Ускорение груза равно  $g$ . Клин давит на стол с силой  $mg/\sin^2\alpha$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на неподвижную ось, параллельную наклонной грани клина (вдоль нее действует только проекция силы тяжести), находим, что проекция ускорения груза на эту ось равна  $g\sin\alpha$ . Отсюда находим ускорение груза  $a_r = g$ .

Между ускорением груза  $a_r$  и ускорением клина  $a_{\text{кл}}$  (направленным горизонтально вправо) существует кинематическая связь: проекции этих ускорений на направление, перпендикулярное наклонной грани клина, равны (в этом направлении груз и клин движутся вместе), т.е.  $a_r \cos\alpha = a_{\text{кл}} \sin\alpha$ . Находим отсюда ускорение клина  $a_{\text{кл}} = g \text{ctg}\alpha$ . Обозначив силу, с которой груз давит на клин, через  $N$ , запишем второй закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось:  $ma_{\text{кл}} = N \sin\alpha$ . Отсюда следует, что  $N = mg \cos\alpha / \sin^2\alpha$ . Сила, с которой клин давит на стол, находится как сумма действующей на клин силы тяжести  $mg$  и вертикальной проекции силы  $N$ :  $mg + mg \cos\alpha / \sin^2\alpha = mg / \sin^2\alpha$ .

3. (30 баллов) В сосуде с водой плавает, погрузившись наполовину, шар объема  $V$  с полостью внутри и небольшим отверстием в верхней части его оболочки. Воду из сосуда наливают через отверстие в полость, и после заполнения  $2/3$  объема полости шар оказывается полностью погруженным в воду. Найти объем полости (10 баллов)

и плотность материала оболочки шара (10 баллов). Понизится или повысится уровень воды в сосуде по сравнению с первоначальным после того, как шар утонет и вода заполнит всю полость (10 баллов)? Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**Ответ:** Объем полости составляет  $3/4V$ . Плотность материала оболочки шара равна  $2000 \text{ кг/м}^3$ . Уровень воды понизится.

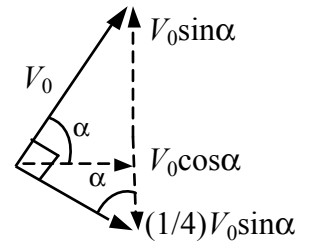
**Решение:** Запишем условия плавания шара с пустой полостью и с заполненной на  $2/3$  полостью:  $\rho_B V/2 = M$ ,  $\rho_B V = M + \rho_B 2V_{\text{п}}/3$ , где  $M$  – масса шара,  $\rho_B$  – плотность воды, а  $V_{\text{п}}$  – объем полости. Из этих соотношений находим, что  $V_{\text{п}} = 3V/4$ . Отсюда ясно, что материал шара занимает объем  $V/4$  и  $M = \rho_{\text{ш}} V/4$ , где  $\rho_{\text{ш}}$  – плотность материала шара. Тогда из записанного выше условия плавания пустого шара следует, что  $\rho_{\text{ш}} = 2\rho_B$ .

### 10 класс

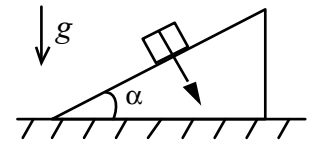
1. (25 баллов) Вектор скорости тела, брошенного под углом к горизонту, повернулся на  $90^\circ$  через  $5/8$  полного времени полета. Во сколько раз отличаются горизонтальная дальность полета и максимальная высота подъема тела?

**Ответ:** Горизонтальная дальность полета в 2 раза больше максимальной высоты подъема тела.

**Решение:** Полное время полета тела, брошенного под углом к горизонту, как известно, определяется формулой  $t_{\text{п}} = 2V_0 \sin \alpha / g$ , где  $V_0$  – величина начальной скорости, а  $\alpha$  – угол, под которым бросили тело. Следовательно, в рассматриваемом случае вектор скорости тела повернулся на  $90^\circ$  через время  $t_1 = (5/8)t_{\text{п}} = 5V_0 \sin \alpha / (4g)$  после броска. Вертикальная компонента скорости тела через это время имела величину  $|V_0 - gt_1| = (1/4)V_0 \sin \alpha$ . Учитывая, что горизонтальная компонента скорости тела не меняется и равна по величине  $V_0 \cos \alpha$ , удобно построить диаграмму скоростей, представленную на рисунке. Для большого прямоугольного треугольника на рисунке можно записать соотношение  $(5/4)V_0 \sin^2 \alpha = V_0$ . Отсюда получаем  $\sin \alpha = 2/\sqrt{5}$ . Используя известные формулы для горизонтальной дальности полета  $L = 2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g$  и высоты подъема  $H = V_0^2 \sin^2 \alpha / (2g)$ , находим их отношение  $L/H = 4 \text{ctg} \alpha$  или, с учетом найденного  $\sin \alpha$ , окончательно имеем  $L/H = 2$ .



2. (30 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально (10 баллов)? С какой силой клин при этом давит на стол (20 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Ускорение груза равно  $g$ . Клинь давит на стол с силой  $mg/\sin^2 \alpha$ .

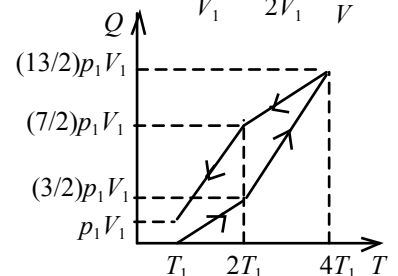
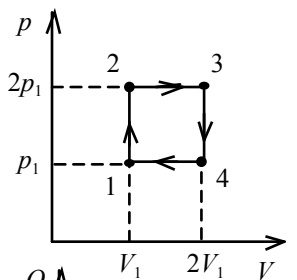
**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на неподвижную ось, параллельную наклонной грани клина (вдоль нее действует только проекция силы тяжести), находим, что проекция ускорения груза на эту ось равна  $g \sin \alpha$ . Отсюда находим ускорение груза  $a_{\text{г}} = g$ .

Между ускорением груза  $a_{\text{г}}$  и ускорением клина  $a_{\text{кл}}$  (направленным горизонтально вправо) существует кинематическая связь: проекции этих ускорений на направление, перпендикулярное наклонной грани клина, равны (в этом направлении груз и клин движутся вместе), т.е.  $a_{\text{г}} \cos \alpha = a_{\text{кл}} \sin \alpha$ . Находим отсюда ускорение клина  $a_{\text{кл}} = g \text{ctg} \alpha$ . Обозначив силу, с которой груз давит на клин, через  $N$ , запишем второй закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось:  $ma_{\text{кл}} = N \sin \alpha$ . Отсюда следует, что  $N = mg \cos \alpha / \sin^2 \alpha$ . Сила, с которой клин давит на стол, находится как сумма действующей на клин силы тяжести  $mg$  и вертикальной проекции силы  $N$ :  $mg + mg \cos \alpha / \sin^2 \alpha = mg / \sin^2 \alpha$ .

3. (20 баллов) Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар (см. рис.). Изобразить данный процесс, откладывая по оси абсцисс температуру газа, а по оси ординат – полученное газом тепло.

**Ответ:** Изображение процесса на плоскости  $T, Q$  приведено на рисунке,  $T_1 = p_1 V_1 / R$ .

**Решение:** Полученное газом тепло  $Q$  находим по формуле  $Q = C \Delta T$ , где  $C$  – теплоемкость газа, а  $\Delta T$  – изменение его температуры. Теплоемкость одного моля идеального одноатомного газа в изохорном процессе равна  $C_v = 3R/2$ , в изобарном  $C_p = 5R/2$ .



4. (25 баллов) В кинетической теории газов при рассмотрении парных соударений между молекулами используется тот факт, что относительная скорость молекул в результате соударения не изменяется по величине. Докажите сохранение величины относительной скорости молекул, моделируя их одинаковыми гладкими шарами,

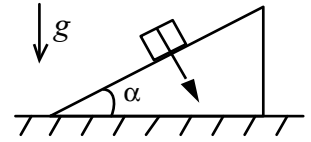
испытываемыми абсолютно упругий (не обязательно лобовой) удар. Учсть, что при лобовом соударении одинаковых упругих шаров происходит обмен скоростями.

**Решение:** Относительная скорость равна разности скоростей молекул-шаров. Разложим скорость каждого из двух соударяющихся шаров на две взаимно перпендикулярные компоненты – нормальную (вдоль прямой, соединяющей центры шаров) и тангенциальную (поперек этой прямой). Тангенциальные компоненты скоростей не меняются при соударении, а нормальными компонентами шары обмениваются. В результате разность тангенциальных компонент двух шаров не меняется, а разность нормальных компонент меняет направление на противоположное, сохраняя свою величину. Таким образом, величина вектора относительной скорости не меняется.

Сохранение относительной скорости легко доказать в общем виде (для молекул с произвольным соотношением масс и с произвольным законом взаимодействия при сохранении механической энергии). Для этого нужно рассмотреть соударение в системе отсчета, связанной с центром масс двух сталкивающихся молекул.

## 11 класс

1. (30 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально (10 баллов)? С какой силой клин при этом давит на стол (20 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

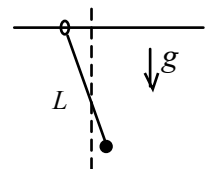


**Ответ:** Ускорение груза равно  $g$ . Клин давит на стол с силой  $mg/\sin^2\alpha$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на неподвижную ось, параллельную наклонной грани клина (вдоль нее действует только проекция силы тяжести), находим, что проекция ускорения груза на эту ось равна  $g\sin\alpha$ . Отсюда находим ускорение груза  $a_r = g$ .

Между ускорением груза  $a_r$  и ускорением клина  $a_{кл}$  (направленным горизонтально вправо) существует кинематическая связь: проекции этих ускорений на направление, перпендикулярное наклонной грани клина, равны (в этом направлении груз и клин движутся вместе), т.е.  $a_r\cos\alpha = a_{кл}\sin\alpha$ . Находим отсюда ускорение клина  $a_{кл} = g\cot\alpha$ . Обозначив силу, с которой груз давит на клин, через  $N$ , запишем второй закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось:  $ma_{кл} = N\sin\alpha$ . Отсюда следует, что  $N = mg\cos\alpha/\sin^2\alpha$ . Сила, с которой клин давит на стол, находится как сумма действующей на клин силы тяжести  $mg$  и вертикальной проекции силы  $N$ :  $mg + mg\cos\alpha/\sin^2\alpha = mg/\sin^2\alpha$ .

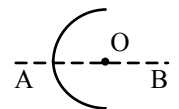
2. (25 баллов) Идеальная нить длины  $L$  связывает кольцо, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице, и точечный груз, масса которого вдвое больше массы кольца. Вначале кольцо и груз удерживают в положении, когда нить образует малый угол с вертикалью (см. рис.), и затем освобождают. Найти период гармонических колебаний, которые будут происходить в системе. Учсть, что при малых колебаниях движением груза по вертикали можно пренебречь. Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Период колебаний равен  $2\pi\sqrt{\frac{L}{3g}}$ .

**Решение:** Поскольку на систему «груз-кольцо» не действует горизонтальных сил, ее центр масс не смещается в горизонтальном направлении. Незначительным вертикальным смещением центра масс при малых колебаниях пренебрегаем. Таким образом, в данном приближении движение груза представляет собой колебания математического маятника с точкой подвеса в центре масс. Длина нити этого маятника (расстояние от груза до центра масс) составляет  $L/3$ , а период его колебаний равен  $2\pi\sqrt{L/(3g)}$ . Из неподвижности центра масс следует также, что движение кольца имеет тот же период.

3. (25 баллов) Равномерно заряженное полукольцо согнули под углом  $90^\circ$  вокруг оси симметрии АВ (см. рис.). Во сколько раз изменилась величина напряженности электрического поля в центре кольца О?



**Ответ:** Напряженность электрического поля возросла в  $\sqrt{3/2} \approx 1,2$  раза.

**Решение:** Обозначим через  $E$  величину напряженности поля, создаваемого в т. О четвертью кольца. До сгибания полукольца две составляющие его четверти создают в т. О поля, которые направлены под углом  $45^\circ$  к оси симметрии АВ и лежат в одной плоскости с этой осью. Полное поле при этом направлено вдоль оси АВ и равно по величине  $E\sqrt{2}$ . После сгибания полукольца векторы полей от четвертей кольца по-прежнему будут направлены под углом  $45^\circ$  к оси АВ, однако теперь плоскости, проходящие через каждый из векторов полей и ось АВ, будут перпендикулярны друг другу. Раскладывая один из векторов полей на две составляющие – вдоль оси АВ и вдоль

направления, перпендикулярного оси АВ и другому вектору поля, находим величину полного поля в этом случае:  $E\sqrt{3}$ . Таким образом, отношение полей в двух случаях равно  $\sqrt{3/2} \approx 1.2$ .

4. (20 баллов) При взаимном движении источника и приемника электромагнитных волн наблюдается эффект Доплера: например, при их сближении частота регистрируемого приемником сигнала превышает излучаемую источником частоту  $\nu_0$  на величину  $\Delta\nu = \nu_0 V/c$ , где  $V$  – скорость сближения источника и приемника, а  $c$  – скорость света (предполагается, что  $V \ll c$ ). Для измерения скоростей движущихся объектов применяют доплеровские радары, в которых источник и приемник совмещены и приемник регистрирует отраженный от объекта сигнал. Какую частоту зафиксирует радар, излучающий частоту  $\nu_0$  и направленный на приближающийся со скоростью  $V$  автомобиль?

**Ответ:** Радар зафиксирует частоту  $\nu_0(1 + 2V/c)$ .

**Решение:** Излученная радаром электромагнитная волна при падении на автомобиль наводит в нем электрические токи. При этом автомобиль играет фактически роль движущегося приемника, и поэтому наведенные токи колеблются на доплеровски сдвинутой частоте  $\nu_0(1 + V/c)$ . Колеблющиеся токи переизлучают электромагнитную волну. При этом автомобиль выступает уже в роли движущегося передатчика, а излученная волна испытывает еще один доплеровский сдвиг. В итоге частота проходящей к радару волны будет равна  $\nu_0(1 + 2V/c)$ .