

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

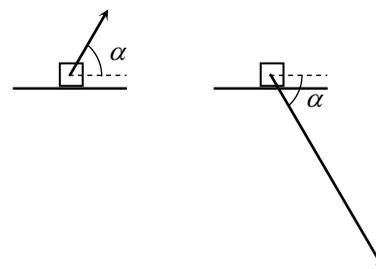
г.Саров, Нижегородская область

Физика
Финальный тур
9 класс

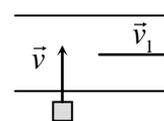
1. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) В цилиндрический сосуд налиты: некоторое количество жидкости с плотностью ρ_1 и вдвое большее по массе количество жидкости с плотностью ρ_2 . Общая высота столба смеси жидкостей H . Найти давление смеси около дна сосуда.

2. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) Два тела, находятся в точках, расположенных на одной вертикали на некоторой высоте над поверхностью земли. Расстояние между этими точками - $h=100$ м. Тела одновременно бросают навстречу друг другу: тело, которое находится ниже, - с начальной скоростью v_0 , которое выше – с начальной скоростью $2v_0$ ($v_0=10$ м/с). На каком расстоянии от начального положения нижнего тела эти тела столкнутся? $g=10$ м/с².

3. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) Если к телу, находящемуся на горизонтальной поверхности, приложить силу $F=60$ Н, направленную вверх под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту, то тело будет двигаться равномерно (левый рисунок). С каким ускорением будет двигаться это же тело, если силу $10F$ направить вниз под тем же углом α (правый рисунок)? Масса тела $m=10$ кг, $\sin 60^\circ=0,87$, $g=10$ м/с².



4. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) Лента транспортера расположена горизонтально и перемещается в горизонтальном направлении с постоянной скоростью v_1 . На ленту попадает движущееся горизонтально тело, имеющее перед этим скорость v , направленную перпендикулярно скорости ленты. Коэффициент трения между лентой и телом k . Через какое время скорость тела будет минимальной? Чему равна минимальная скорость тела? Сила трения достаточна, чтобы тело не пересекло ленту.



Решения, критерии проверки

1. Давление смеси около дна сосуда определяется как

$$p = \frac{N}{S}$$

где N - сила, с которой жидкость действует на дно, S - площадь дна. Поскольку сосуд покоится, то сила N равна силе тяжести жидкости: $N = 3mg$, где m - масса жидкости плотности ρ_1 . Эту массу найдем, через высоту столба смеси

$$H = \frac{m}{\rho_1 S} + \frac{2m}{\rho_2 S} = \frac{m(\rho_2 + 2\rho_1)}{\rho_1 \rho_2 S} \Rightarrow m = \frac{H \rho_1 \rho_2 S}{\rho_2 + 2\rho_1}$$

Отсюда находим давление смеси около дна сосуда

$$P = \frac{3H \rho_1 \rho_2 g}{\rho_2 + 2\rho_1}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Использование определения давления. Или формулы для гидростатического давления однородной жидкости – 5 баллов.
2. Использование правильных соотношений для давления смеси жидкостей – 5 баллов
3. Правильное нахождение общей высоты жидкости в сосуде – 5 баллов
4. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

2. Законы движения тел в проекциях на ось y , направленную вертикально вниз, начало оси – в начальном положении верхнего тела, дают

$$y_1(t) = 2v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$
$$y_2(t) = h - v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

В момент столкновения t_1 координаты тел совпадут. Поэтому

$$2v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} = h - v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

Отсюда найдем время столкновения t_1 , а затем и координату точки столкновения тел

$$t_1 = \frac{h}{3v_0}, \quad y_1 = \frac{2h}{3} + \frac{gh^2}{18v_0^2} = 122 \text{ м}$$

Т.е. тела столкнутся на расстоянии 22 метра ниже начального положения нижнего тела. Или, другими словами, в момент столкновения верхнее тело будет догонять нижнее.

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Использование правильных законов равноускоренного движения – 5 баллов.

- Использование правильных уравнений движения для первого и второго тел – 5 баллов
- Правильное нахождение времени движения тел до встречи – 5 баллов
- Правильный ответ, комментарий к тому, что встреча произошла ниже начального положения нижнего тела – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

3. Рассматривая первое состояние движения (когда сила приложена под углом α вверх), найдем ускорение тела. Поскольку тело движется равномерно, составляющая силы F на горизонтальное направление равна максимальной силе трения

$$F \cos \alpha = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

Отсюда

$$\mu = \frac{F \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha} = 0,63$$

Рассмотрим теперь случай, когда сила прикладывается под углом α вниз. Сравним в этом случае составляющую внешней силы и максимальную силу трения

$$F \cos \alpha \text{ vs } \mu(mg + F \sin \alpha)$$

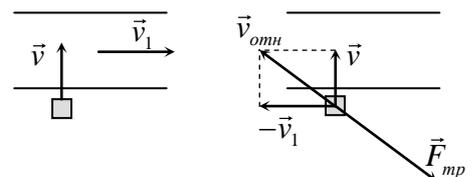
Поскольку $F \cos \alpha < \mu F \sin \alpha$ ($600 \cdot 0,5 = 300 < 0,63 \cdot 300 \cdot 0,87 = 328$), ни при какой внешней силе тело не сдвинется с места – произойдет заклинивание.

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

- Правильная идея решения – сравнение сдвигающей силы и максимальной силы трения покоя – 5 баллов.
- Использование правильного уравнения для максимальной силы трения покоя – 5 баллов
- Нахождение коэффициента трения из первого условия (когда сила приложена вверх) – 5 баллов
- Правильное нахождение максимальной силы трения покоя во втором случае (когда сила приложена вниз) – 5 баллов
- Правильные вычисления – 5 баллов
- Вывод о том, что тело будет покоиться во втором случае и комментарий к заклиниванию – что тело не сдвинется ни при каком значении силы – 5 баллов

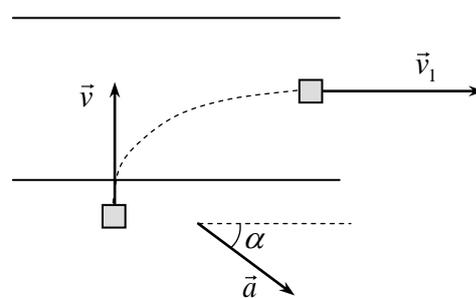
При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

4. Перейдем в систему отсчета, связанную с лентой. В этой системе отсчета лента покоится, а тело налетает на нее под углом (правый рисунок). Поэтому в этой системе отсчета сила трения направлена так, как показана на правом рисунке, причем в любой момент времени. Значит так же направлено и ускорение, величина которого равна $a = kg$. А поскольку ускорение не зависит от системы отсчета, то таким же будет ускорение тела и в системе отсчета, связанной с землей.



Таким образом движение тела равноускоренное с ускорением $a = kg$, направленным под углом таким углом α , что $tg\alpha = v/v_1$. Поэтому движение тела аналогично движению под углом к горизонту. Как известно, при таком движении скорость тела минимальна, когда вектор скорости перпендикулярен вектору ускорения. Записывая уравнение равноускоренного движения для скорости в проекциях на ось, направленную противоположно вектору ускорения, получим

$$v_y(t) = v \sin \alpha - at$$



Вектор скорости будет перпендикулярен вектору ускорения, когда $v_y = 0$. Отсюда находим время, через которое скорость тела будет минимальной

$$t = \frac{v \sin \alpha}{kg} = \frac{v^2}{kg \sqrt{v^2 + v_1^2}}$$

Значение минимальной скорости определяется проекцией вектора скорости на ось, перпендикулярную вектору ускорения

$$v_{\min} = v \cos \alpha = \frac{vv_1}{\sqrt{v^2 + v_1^2}}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

1. Правильная идея решения – утверждение о постоянстве величины и направления силы трения – 5 баллов.
2. Правильное нахождение величины и направления силы трения – 5 баллов
3. Использование правильных законов равноускоренного движения – 5 баллов
4. Правильная идея использования законов равноускоренного движения – проекции на оси параллельную и перпендикулярную силе трения – 5 баллов
5. Доказательство того, что скорость будет минимальной в тот момент, когда вектор скорости будет направлен перпендикулярно силе трения – 5 баллов
6. Правильный ответ для времени движения до того момента когда скорость будет минимальной – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

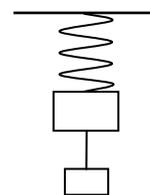
г.Саров, Нижегородская область

Физика
Финальный тур

10 класс

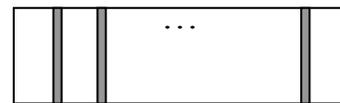
1. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полета тела равно t , а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения $v_{\max} / v_{\min} = k$. Определить дальность полета.

2. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) Два тела с разными массами связаны невесомой нитью и подвешены за тело с большей массой к пружине, привязанной к потолку. Если нить между телами перерезать, тело с большей массой будет в первый момент иметь ускорение a_1 . Какое ускорение будет иметь в первый момент тело с меньшей массой, если тела подвесить к пружине за него, а затем перерезать нить?



3. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) Три металлических концентрических сферы имеют радиусы $r_1 = R$, $r_2 = 2R$ и $r_3 = 3R$. Меньшую сферу заряжают зарядом $q_1 = -Q$, большую - зарядом $q_3 = 2Q$, а среднюю заземляют с помощью длинного и тонкого проводника. Найти потенциал меньшей сферы.

4. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) В горизонтальном цилиндрическом сосуде длиной l находятся n подвижных теплонепроницаемых поршней, делящих сосуд на $n+1$ отсек.



Первоначально температура газа во всех отсеках была равна T_0 , объемы всех отсеков одинаковы. Затем газ в самом левом отсеке нагревают до температуры T_1 , а температуру газа в других отсеках поддерживают равной T_0 . Насколько сместится при этом самый правый поршень?

Решения

1. Из законов равноускоренного движения известно, что отношение максимальной и минимальной скоростей тела, брошенного под углом α к горизонту, равно $\cos \alpha$. Поэтому

$$\cos \alpha = \frac{1}{k}$$

Далее используем известные формулы для времени движения и дальности полета

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

где v_0 - начальная скорость тела. Комбинируя эти формулы, получим

$$l = \frac{gt^2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{gt^2}{2} \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{k^2}}} = \frac{gt^2}{2\sqrt{k^2 - 1}}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Использование правильных законов равноускоренного движения – 5 баллов.
2. Правильный вывод о связи величины k и угла бросания тела – 5 баллов
3. Правильные формулы для времени и дальности полета – 5 баллов
4. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

2. Пусть массы тел равны M (большое тело) и m (маленькое тело). Тогда в положении равновесия сила упругости пружины будет равна $(m + M)g$. Поэтому сразу после перерезания нити, пока растяжение пружины не изменилось, ускорение большого тела находится из второго закона Ньютона

$$Ma = F_{\text{упр}} - Mg = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{mg}{M}$$

Аналогично найдем ускорение маленького тела после перерезания пружины, если тела подвесить за него

$$a_1 = \frac{Mg}{m}$$

Сравнивая эти две формулы, заключаем, что

$$a_1 = \frac{g^2}{a}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Правильная идея решения – нахождение силы упругости из условий равновесия тел и использование этих сил во втором случае, пока удлинение пружины не успело измениться – 5 баллов.
2. Правильное условие равновесия и ускорение тела с большой массой в первом случае – 5 баллов

3. Правильное условие равновесия и нахождение ускорения тела с маленькой массой во втором случае – 5 баллов

4. Правильная комбинация этих соотношений и правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

3. При заземлении средняя сфера приобретет такой заряд x , чтобы ее потенциал стал равен нулю (условие равновесия зарядов заземленного тела). По принципу суперпозиции потенциал этой сферы складывается из потенциалов поля всех трех зарядов. Поэтому, используя формулу для потенциала поля сферы

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{R}, & r < R \\ \frac{kQ}{r}, & r > R \end{cases},$$

где k - постоянная закона Кулона, Q - заряд сферы, R - ее радиус, получим

$$\frac{k(-Q)}{2R} + \frac{kx}{2R} + \frac{k2Q}{3R} = 0$$

Отсюда находим

$$x = -Q/3$$

Теперь находим потенциал меньшей сферы

$$\varphi = \frac{k(-Q)}{R} + \frac{k(-Q/3)}{2R} + \frac{k2Q}{3R} = -\frac{kQ}{2R}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

1. Правильная идея решения – использование принципа суперпозиции для потенциалов – 5 баллов.
2. Правильная формула для потенциала сферы – и внутри и снаружи - – 5 баллов
3. Правильное условие равновесия зарядов на средней сфере – равенство нулю ее потенциала – 5 баллов
4. Правильный заряд средней сферы – 5 баллов
5. Правильное использование принципа суперпозиции потенциалов для нахождения потенциала внутренней сферы – 5 баллов
6. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

4. Из условия равновесия поршней до нагревания заключаем, что количество вещества газа в каждом отсеке одинаково. После нагревания газа в левом отсеке его давление увеличится, что приведет к перемещению всех поршней вправо. При этом поскольку температуры газов во всех отсеках, кроме крайнего левого, одинаковы, то из условия равновесия поршней следует, что объемы этих отсеков должны быть одинаковы. Это значит, что если правый поршень сместился

вправо на Δx , то второй справа - на $2\Delta x$, третий - на $3\Delta x$, ... , самый левый - на $n\Delta x$. Отсюда находим, что объем каждого отсека за исключением самого левого уменьшился на $S\Delta x$, объем левого отсека увеличился на $Sn\Delta x$, где S - площадь сечения сосуда. Поэтому условие равновесия самого левого поршня имеет вид

$$\frac{\nu RT_1}{\frac{lS}{n+1} + n\Delta x S} = \frac{\nu RT_0}{\frac{lS}{n+1} - \Delta x S} \quad (1)$$

где ν - число молей газа в каждом отсеке, $l/(n+1)$ - первоначальные объемы отсеков. Решая уравнение (1), находим перемещение самого правого поршня

$$\Delta x = \frac{(T_1 - T_0)l}{(n+1)(nT_0 + T_1)}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

1. Правильная идея решения – использование условия равновесия поршней – равенство давлений газа слева и справа от каждого поршня – 5 баллов.
2. Использование закона Клапейрона-Менделеева для нахождения давления - – 5 баллов
3. Вывод об одинаковости количества молей газа в каждом отсеке – 5 баллов
4. Правильный вывод о соотношении перемещений всех поршней: если правый – на Δx , второй справа - на $2\Delta x$, третий - на $3\Delta x$, ... , самый левый - на $n\Delta x$. – 5 баллов
5. Правильное условие равновесия левого поршня – 5 баллов
6. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

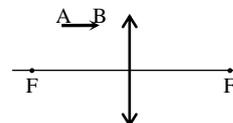
Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Физика
Финальный тур
11 класс

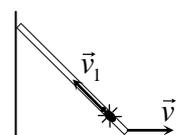
1. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) Тело бросили под углом к горизонту. Известно, что время полета тела равно t , а отношение максимальной и минимальной скоростей тела в процессе движения $v_{\max} / v_{\min} = k$. Определить дальность полета.

2. (максимальная оценка за задачу – 20 баллов) Предмет расположен параллельно главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F (расстояние от любой точки предмета до линзы меньше фокусного расстояния линзы). Расстояние от предмета до главной оптической оси l . Построить изображение предмета. Найти угол между изображением предмета и главной оптической осью.



3. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) Три металлических концентрических сферы имеют радиусы $r_1 = R$, $r_2 = 2R$ и $r_3 = 3R$. Меньшую сферу заряжают зарядом $q_1 = -Q$, большую - зарядом $q_3 = 2Q$, а среднюю заземляют с помощью длинного и тонкого проводника. Найти потенциал меньшей сферы.

4. (максимальная оценка за задачу – 30 баллов) Палочка длины l стоит на горизонтальной опоре около вертикальной стенки. На нижнем конце палочки сидит жук. В некоторый момент времени палочка начинает двигаться так, что ее нижний конец движется с постоянной скоростью v по горизонтальной опоре, а верхний скользит вдоль стенки. В этот же момент жук начинает двигаться вдоль палочки с постоянной (относительно палочки) скоростью v_1 . На какую максимальную высоту над горизонтальной опорой поднимется жук?



Решения

1. Из законов равноускоренного движения известно, что отношение максимальной и минимальной скоростей тела, брошенного под углом α к горизонту, равно $\cos \alpha$. Поэтому

$$\cos \alpha = \frac{1}{k}$$

Далее используем известные формулы для времени движения и дальности полета

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

где v_0 - начальная скорость тела. Комбинируя эти формулы, получим

$$l = \frac{gt^2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{gt^2}{2} \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{k^2}}} = \frac{gt^2}{2\sqrt{k^2 - 1}}$$

Конечно из этой формулы не следует, что при $k = 1$ дальность полета обращается в бесконечность. Это связано с тем, что при $k = 1$ ($\cos \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$) в нуль обращается время движения, которое входит в числитель этой формулы.

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Использование правильных законов равноускоренного движения – 5 баллов.
2. Правильный вывод о связи величины k и угла бросания тела – 5 баллов
3. Правильные формулы для времени и дальности полета – 5 баллов
4. Правильный ответ – 5 баллов

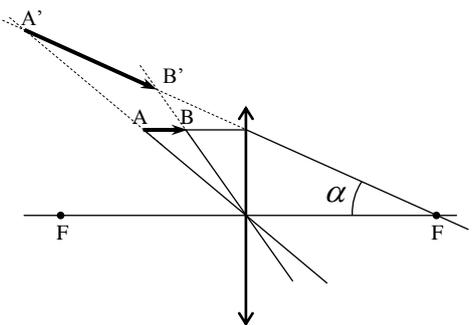
При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

2. Построение изображения отрезка выполнено на рисунке.

При этом использованы два луча, вышедшие из концов стержня и проходящие через центр линзы, и два луча, параллельные самому отрезку АВ. Именно эти лучи позволяют наиболее точно построить изображение предмета.

Из рисунка видим, что изображение отрезка АВ лежит на прямой, проходящей через фокус линзы и точку пересечения продолжения отрезка АВ и линзы. Поэтому искомый угол между изображением предмета и главной оптической осью равен

$$\alpha = \arctg\left(\frac{d}{F}\right)$$



Использованный метод построения изображения отрезка АВ является наиболее эффективным, поскольку в нем сразу строится прямая, на которой лежит изображение. При независимом по-

строении изображений точек А и В будут возникать небольшие ошибки в построении, которые дадут большую ошибку в нахождении направления изображения отрезка.

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 20 баллов)

1. Правильные принципа построения изображений в собирающих линзах – 5 баллов.
2. Использование для построений луча, который проходят и через один, и через другой конец предмета – 5 баллов
3. Правильное построение – 5 баллов
4. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

3. При заземлении средняя сфера приобретет такой заряд x , чтобы ее потенциал стал равен нулю (условие равновесия зарядов заземленного тела). По принципу суперпозиции потенциал этой сферы складывается из потенциалов поля всех трех зарядов. Поэтому, используя формулу для потенциала поля сферы

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{R}, & r < R \\ \frac{kQ}{r}, & r > R \end{cases},$$

где k - постоянная закона Кулона, Q - заряд сферы, R - ее радиус, получим

$$\frac{k(-Q)}{2R} + \frac{kx}{2R} + \frac{k2Q}{3R} = 0$$

Отсюда находим

$$x = -Q/3$$

Теперь находим потенциал меньшей сферы

$$\varphi = \frac{k(-Q)}{R} + \frac{k(-Q/3)}{2R} + \frac{k2Q}{3R} = -\frac{kQ}{2R}$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

1. Правильная идея решения – использование принципа суперпозиции для потенциалов – 5 баллов.
2. Правильная формула для потенциала сферы – и внутри и снаружи - – 5 баллов
3. Правильное условие равновесия зарядов на средней сфере – равенство нулю ее потенциала – 5 баллов
4. Правильный заряд средней сферы – 5 баллов
5. Правильное использование принципа суперпозиции потенциалов для нахождения потенциала внутренней сферы – 5 баллов
6. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию

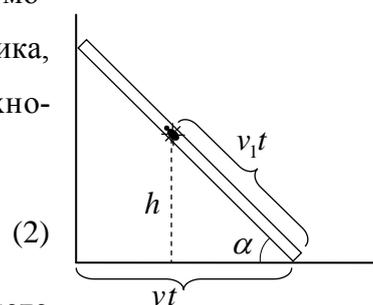
4. Очевидно, что высота, на которой жук находится над горизонтальной поверхностью, имеет максимум. Действительно, в начальный момент времени жук находится на поверхности, в момент падения палочки на поверхность – тоже. Поэтому в процессе движения жук сначала поднимался над горизонтальной поверхностью, а потом спускался к ней, и, следовательно, в некоторый момент времени находился на максимальной высоте над поверхностью.

Для нахождения максимальной высоты подъема найдем высоту подъема жука над поверхностью как функцию времени движения и исследуем эту функцию на максимум. Пусть после начала движения палочки и жука прошло время t . Тогда для высоты подъема жука над поверхностью $h(t)$ в этот момент имеем

$$h(t) = v_1 t \sin \alpha \quad (1)$$

где α - угол между палочкой и горизонтальной поверхностью в этот момент (см. рисунок). С другой стороны, из прямоугольного треугольника, который составляют палочка, горизонтальная и вертикальная поверхности, находим (см. рисунок)

$$\cos \alpha = \frac{vt}{l} \quad (2)$$



где l - длина палочки. Из формулы (2) и основного тригонометрического

тождества выражаем $\sin \alpha$, а затем из (1) - высоту, на которой находится жук в момент времени t над горизонтальной поверхностью

$$h(t) = v_1 t \sqrt{1 - (vt/l)^2} \quad (3)$$

Дифференцируя функцию (3) по времени, получаем

$$h'(t) = v_1 \sqrt{1 - (vt/l)^2} - \frac{v_1 v^2 t^2}{l^2 \sqrt{1 - (vt/l)^2}} = \frac{v_1 (l^2 - 2v^2 t^2)}{l^2 \sqrt{1 - (vt/l)^2}} \quad (4)$$

Приравнявая производную (4) к нулю, найдем время, через которое жук оказывается на максимальной высоте над горизонтальной поверхностью

$$t_{\max} = \frac{l}{\sqrt{2}v} \quad (5)$$

Подставим теперь время (5) в формулы для угла наклона палочки к поверхности (2) и для высоты (1). Получим

$$\cos \alpha_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

$$h_{\max} = \frac{v_1 l}{2v} \quad (7)$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 30 баллов)

1. Правильная идея решения – нахождение высоты подъема как функции времени и максимума этой функции (возможно также находить высоту как функцию угла наклона палочки и максимума этой функции) – 5 баллов.
2. Правильная формула для высоты подъема жука как функции времени – 5 баллов
3. Правильное способ нахождения максимума – 5 баллов
4. Правильное нахождение времени подъема (или угла) до максимальной высоты - 5 баллов
5. Правильные уравнения для нахождения максимальной высоты подъема – 5 баллов
6. Правильный ответ – 5 баллов

При неполной реализации каждого критерия можно снимать баллы по данному критерию