

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика
Отборочный тур
9 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН** файл формата **PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**
исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **1 ноября 2019** года

№1(15). Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{xy} - \frac{1}{x+y} = \frac{1}{12} \\ x^2y + xy^2 = 12. \end{cases}$$

№2(15). $|x^2 - 3x| + |x + 1| = |x^2 - 4x - 1|$

№3(20). В треугольник ABC вписана окружность с центром O , к которой проведена касательная, пересекающая стороны AC и AB в точках M и N соответственно. Найдите $\angle A$ треугольника ABC , если $\angle MON = 32^\circ$

№4(25). Мастер изготавливает за 1 час целое число деталей (причем это число более 5), а ученик - на 2 детали меньше. Мастер в одиночку выполняет заказ за целое число часов, а два его ученика, работающие одинаково друг с другом, - такой же заказ на один час быстрее. Из какого количества деталей состоит заказ?

№5(25). Найдите все значения a , при которых уравнения

$4x^2 + 2ax + 1 = 0$ и $4x^2 + 2x + a = 0$ равносильны.

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика
Отборочный тур
10 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН файл формата PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и тезисами**
исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **1 ноября 2019** года

№1(15). Решить неравенство

$$\frac{|x-4| + |2-x|}{x+2017} < 1$$

№2(20). Найдите все решения системы уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - xy + y^2)(x - y) = 1 + y^3 \\ (x^2 + xy + y^2)(x + y) = 1 - y^3. \end{cases}$$

№3(20). Найдите все значения r , при которых вершины двух парабол $y = x^2 - 2(r+1)x + 1$ и $y = rx^2 - x + r$ лежат по разные стороны от прямой $y = \frac{3}{4}$.

№4(20). В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 28$, $AC = 56$, точка O - центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BP , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

№5(25). Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $abc + ab + ac + bc + a + b + c = 1000$?

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2019-2020уч.г.

г.Саров, Нижегородская область

Математика
Отборочный тур
11 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе Word, затем распечатать, подписать каждую страницу, после чего отсканировать в ОДИН файл формата PDF и прислать полученный PDF-файл вместе с заявкой и тезисами исследовательской работы по электронной почте kh.read@expd.vniief.ru до 1 ноября 2019 года

№1(20). Изобразите на координатной плоскости (x,y) множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} |4y - 3x + 12| \leq 12 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 \leq 1 \end{cases}$$

и найдите площадь полученной фигуры.

№2(20). Известно, что $\frac{\cos 3x}{\cos x} = a$. Найдите $\frac{\cos 5x}{\cos x}$.

№3(15). Винни Пух сбежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 55 ступенек. Затем он пробежал вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 1155 ступенек. Сколько бы ступенек он насчитал, спустившись вниз по неподвижному эскалатору?

№4(20). При каких значениях a уравнение

$$\log_5 x + 4(1 - a^2) \log_{25x} 5 - 2 = 0$$

имеет два корня, расстояние между которыми больше $\frac{24}{5}$?

№5(25). Диагонали BD и AC выпуклого четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны и пересекаются в точке O , $AO = 2$, $OC = 3$. Точка K расположена на стороне BC так, что $BK : KC = 1 : 2$, а треугольник AKD является равносторонним. Найти его площадь.