

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2020-2021 уч. г.

г. Саров, Нижегородская область

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

9 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН файл формата PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и**
тезисами исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **2 ноября 2020 года**

1. Назовём натуральное число “хорошим”, если квадрат этого числа оканчивается на 2016. Найдите наименьшее “хорошее” натуральное число. (10 баллов)
2. Решите уравнение $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 2(x + 2y + 3z - 3)$. (10 баллов)
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x = y^3 - 3y, \\ y = x^3 - 3x. \end{cases}$$
 (10 баллов)
4. В научной статье опубликовали факт о А.Д. Сахарове. Оказалось, что $C \cdot A \cdot X \cdot A \cdot P \cdot O \cdot B = 2016$ (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы – разные). Найдите наибольшее возможное значение числа $\overline{C A P O B}$. (10 баллов)
5. а) Окружность проходит через вершины A и D трапеции $ABCD$, а также через середины боковых сторон AB и CD . Верно ли, что трапеция равнобедренная? Ответ обоснуйте.
б) Пусть дополнительно известно, что центр окружности лежит на основании AD . Найдите углы трапеции. (20 баллов)
6. У Вовочки есть наручные часы с минутной и часовой стрелками. В 9 часов утра на минутную стрелку залез паук и отправился путешествовать по ней. Когда стрелки часов встречались, паук переползал с одной стрелки на другую. Сколько оборотов сделает паук к 9 часам вечера? (20 баллов)
7. Автобаза выделила детей для перевозки в два оздоровительных лагеря. Часть этих автобусов перевезла детей в один оздоровительный лагерь, а другая часть, в которой было на 4 автобуса больше, – во второй. В первом оздоровительном лагере было 195 детей, а во втором – 255. Известно, что для любых двух автобусов, везших детей в один и тот же лагерь, количество перевезённых детей отличалось не более, чем на 1. Наибольшая разница в количестве перевезённых детей в двух автобусах для разных лагерей равна 5. Найдите количество автобусов. (20 баллов)

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2020-2021 уч. г.

г. Саров, Нижегородская область

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

10 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН** файл формата **PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и**
тезисами исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **2 ноября 2020** года

1. Назовём натуральное число “хорошим”, если квадрат этого числа оканчивается на 2016. Найдите наименьшее “хорошее” натуральное число. (10 баллов)
2. Решите уравнение $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 2(x + 2y + 3z - 3)$. (10 баллов)
3. Найдите все арифметические прогрессии, удовлетворяющие следующему условию: отношение суммы первых n членов прогрессии к сумме последующих kn её членов есть число, не зависящее от n . (10 баллов)
4. В научной статье опубликовали факт о А.Д. Сахарове. Оказалось, что $C \cdot A \cdot X \cdot A \cdot P \cdot O \cdot B = 2016$ (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы – разные). Найдите наибольшее возможное значение числа \overline{CAPOB} . (10 баллов)
5. Решите уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{35}{12}$. (15 баллов)
6. У Вовочки есть наручные часы с минутной и часовой стрелками. В 9 часов утра на минутную стрелку залез паук и отправился путешествовать по ней. Когда стрелки часов встречались, паук переползал с одной стрелки на другую. Сколько оборотов сделает паук к 9 часам вечера? (15 баллов)
7. Решите уравнение $\arctg(x-1) = 3\arctg(x+1)$. (15 баллов)
8. В прямоугольный треугольник KLM с прямым углом при вершине L вписана окружность с центром O . Прямые LO и KM пересекаются в точке T . Найдите острые углы треугольника KLM , если известно, что $LO:OT = \sqrt{3}:\sqrt{2}$. (15 баллов)

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
2020-2021 уч. г.

г. Саров, Нижегородская область

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

11 класс

Решения и ответы необходимо набрать в редакторе **Word**,
затем распечатать, **подписать каждую страницу**,
после чего отсканировать в **ОДИН файл формата PDF**
и прислать полученный **PDF-файл вместе с заявкой и**
тезисами исследовательской работы
по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **2 ноября 2020 года**

1. Назовём натуральное число “хорошим”, если квадрат этого числа оканчивается на 2016. Найдите наименьшее “хорошее” натуральное число. (10 баллов)
2. Решите уравнение $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 2(x + 2y + 3z - 3)$. (10 баллов)
3. Найдите все арифметические прогрессии, удовлетворяющие следующему условию: отношение суммы первых n членов прогрессии к сумме последующих kn её членов есть число, не зависящее от n . (10 баллов)
4. В научной статье опубликовали факт о А.Д. Сахарове. Оказалось, что $C \cdot A \cdot X \cdot A \cdot P \cdot O \cdot B = 2016$ (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы – разные). Найдите наибольшее возможное значение числа САРОВ. (10 баллов)
5. Решите неравенство $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \leq \frac{35}{12}$. (10 баллов)
6. У Вовочки есть наручные часы с минутной и часовой стрелками. В 9 часов утра на минутную стрелку залез паук и отправился путешествовать по ней. Когда стрелки часов встречались, паук переползал с одной стрелки на другую. Сколько оборотов сделает паук к 9 часам вечера? (10 баллов)
7. Решите уравнение $\arctg(x-1) = 3\arctg(x+1)$. (10 баллов)
8. Решите неравенство $\frac{6}{2x+1} > \frac{1+\log_2(2+x)}{x}$. (10 баллов)
9. В правильной четырёхугольной пирамиде расположены два шара радиуса r , центры которых находятся на высоте пирамиды. Один из шаров касается всех боковых граней пирамиды, а другой – основания пирамиды и первого шара. Найдите высоту пирамиды, при которой объём пирамиды наименьший. (20 баллов)