ШИФР БИ-М-11-6

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по МАТЕМАТИКЕ Дата проведения 14.02.2021

(наименование общеобразовательного предмета)

ФИО участника *(полностью)* АВЦИНОВА ДАРЬЯ ВЛАДИМИРОВНА

Серия и номер паспорта

Дата рождения 17.08.2003 Класс 11

Школа № МБОУ „Гимназия №40" район ______ город БАРНАУЛ

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады **обязан**:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается**:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (**другие записи на папке делать запрещено**).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! *Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.*

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

Даш

(подпись участника олимпиады)

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ

Чистовик

ШИФР БИ-М-11-6
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№1

$(x^4+x+1)(\sqrt[3]{80}-\sqrt[3]{0,01}) = 2(\sqrt[3]{5,12}+\sqrt[3]{0,03375})$

Возведём обе части уравнения в куб.

$(x^4+x+1)^3(80-3\cdot 4\cdot\sqrt[3]{10^2\cdot 0,01}+3\cdot 2\cdot\sqrt[3]{10(0,01)^2}-0,01)=2^3\cdot(8\sqrt[3]{0,01}+$
$+1,5\sqrt[3]{0,01})^3$

$(x^4+x+1)^3\cdot(80-12+0,6-0,01)=2^3\cdot(9,5\sqrt[3]{0,01})^3$

$(x^4+x+1)^3\cdot 68,59 = 19^3\cdot 0,01 \quad |:68,59$

$(x^4+x+1)^3=1$

$x^4+x+1=1$

$x^4+x=0$

$x(x^3+1)=0.$

$x=0$ или $x^3=-1$

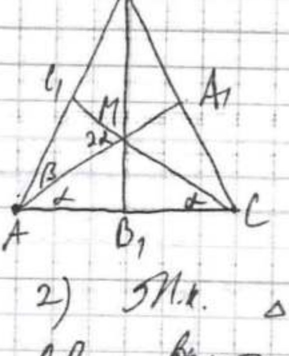
$x=-1$

Ответ: $-1; 0$.

+

1	2	3	4	5	Σ
+	+	0	+	0	
20	20	0	20	0	60
Мит[illegible]					

№2.



Доказать: $\angle BAM < 2\angle MAC$

Док-во:

1) Пусть AA_1, BB_1, CC_1 – медианы.
$\angle BAM=\beta$, $\angle MAC=\alpha$.

2) Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle BAC=\angle BCA$
BB_1 – высота и медиана $\Rightarrow \angle AB_1B=\angle CB_1B=90^\circ$, $AB_1=B_1C$ и
MB_1 – общая $\Rightarrow \triangle AMB_1=\triangle CMB_1 \Rightarrow \angle MAC=\angle MCA=\alpha$

3) $\angle C_1MA=2\alpha$, т.к. внешний.

4) Против большей стороны лежит больший угол (в треуголь-

Лист №1

-внизу). Тогда докажем, что в $\triangle AC_1M$: $AC_1 > C_1M$.

5) $\underline{2AC_1} = AB_1$

т.к. $\triangle ABC$ - равнобедренный $\Rightarrow AA_1 = CC_1$

медианы пересекаются в отношении $2:1$. $\Rightarrow AM = 2MA_1$, $MA_1 = MC_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow AM = \underline{2MC_1}$

6) По теореме Пифагора: $AB^2 = AB_1^2 + (B_1M + MB)^2$

$AM^2 = AB_1^2 + B_1M^2$

$\Rightarrow AB > AM \Rightarrow 2AC_1 > 2MC_1$

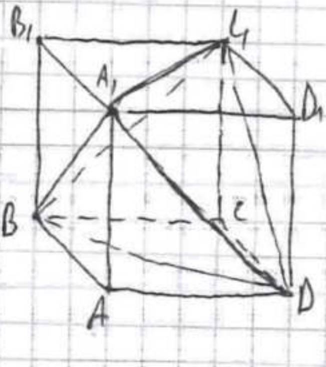
$AC_1 > MC_1$

(+)

$2\alpha > \beta \Rightarrow \beta < 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAM < 2\angle MAC$.

№4.



1) Рассмотрим куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной $AB = 5$ см.

2) Соединим BD, DC_1, C_1B, A_1B, A_1D, A_1C_1. Получим тетраэдр A_1BC_1D. - правильный, со стороной $\underline{BD = 5\sqrt{2}}$ (из теоремы Пифагора для $\triangle ABD$). $\sqrt{2} \approx 1,4...$ $\Rightarrow 5\sqrt{2} \approx 7,0...$

или $5\sqrt{1,96} < 5\sqrt{2}$

$5 \cdot 1,4 < 5\sqrt{2}$

$7 < 5\sqrt{2}$. ~~Зн~~ Если в куб со стороной $= 5$ см можно вместить тетраэдр правильный со стороной > 7 см $\Rightarrow$ Можно в него вместить тетраэдр со стороной $= 7$ см (правильный). (как?)

3) Рассмотрим ~~тетра~~ крайние точки (вершины) тетраэдра

Олимпиада школьников

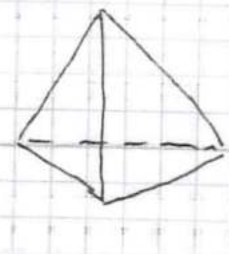
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ**

Чистовик

ШИФР БИ-М-11-6

(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!



всего вершин = 4. Цветов = 3 => по принципу Дирихле в какие-то две вершины будут одного цвета. Но в тетраэдре любые 2 вершины соединены ребром длиной 7 см => Между этими одинаково раскрашенными вершинами будет расстояние = 7 см. => Внутри куба найдутся 2 точки одного цвета на расстоянии = 7 см. +

№ 3.

Предположим обратное. (Метод от противного)

$a_i = kn$, $a_j = km$. , $i > j \Rightarrow a_i > a_j$ т.к. парабола возрастает, ветви ↑

$a_i - a_j = (a_{i-1}^2 - a_{i-1} + 1) - (a_{j-1}^2 - a_{j-1} + 1)$

$k(n-m) = (a_{i-1} - a_{j-1})(a_{i-1} + a_{j-1} - 1)$

$(a_{i-1} - a_{j-1}) = (a_{i-2} - a_{j-2})(a_{i-2} + a_{j-2} - 1)$

⋮

$(a_{i-j+1} - a_1) = (a_{i-j+1} - 100)(a_{i-j+1} + 99)$

$k(n-m) = (a_{i-j+1} - 100)(\ldots)(\ldots)\ldots(a_{i-2} - a_{j-2})(a_{i-1} - a_{j-1}) \cdot$
$\cdot (a_{i-j+1} + 99)(\ldots)\ldots(\ldots)(a_{i-2} + a_{j-2} - 1)(a_{i-1} + a_{j-1} - 1)$?

14 ст № 3