ШИФР D23
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

по физике в одиннадцатом классе
(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Романов Алексей Николаевич

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

Чистовик

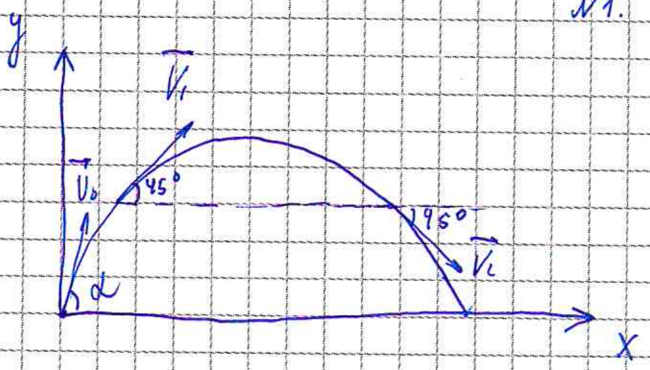
ШИФР a23
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
25	10	20	25	80

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№1.



Рассмотрим моменты t_1 и t_2. Так как угол с горизонтом составляет 45° то, можно сказать, что
в t_1: $V_x = V_y$
в t_2: $V_x = -V_y$.

$V_x = const = V_0 \cdot \cos\alpha$

$V_y = V_0 \cdot \sin\alpha - gt$.

Запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} V_0 \cdot \cos\alpha = V_0 \cdot \sin\alpha - gt_1 \\ V_0 \cdot \cos\alpha = gt_2 - V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

, откуда $gt_2 - V_0 \cdot \sin\alpha = V_0 \sin\alpha - gt_1$;

$2V_0 \sin\alpha = g(t_1 + t_2)$; $V_0 \sin\alpha = \frac{g}{2}(t_1 + t_2)$.

Выразим $V_0 \cos\alpha$: $V_0 \cos\alpha = gt_2 - \frac{g}{2}t_1 - \frac{g}{2}t_2 = \frac{g}{2}(t_2 - t_1)$.

Дальность полета составляет: $V_0 \cos\alpha \cdot t = V_0 \cos\alpha \cdot \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$,

Подставим в эту формулу ранее полученные выражения для $V_0 \cos\alpha$ и $V_0 \sin\alpha$:

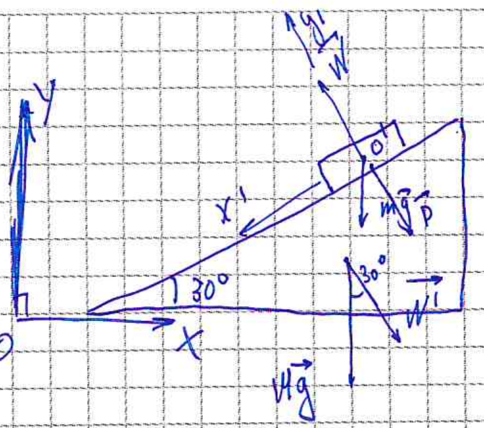
$$\frac{g}{2}(t_2 - t_1) \cdot \frac{g(t_2 + t_1)}{g} = \frac{g}{2}(t_2^2 - t_1^2)$$

Проверка: при $\alpha = 45°$ $t_1 = 0$; $l = \frac{V_0^2}{g} = \frac{g}{2} \cdot t_2^2$, откуда

$V_0^2 = \frac{g^2 t_2^2}{2}$, при этом $g t_2 = V_{y_2} - V_{y_0} = \frac{\sqrt2}{2}V_0 - (-\frac{\sqrt2}{2}V_0) = \sqrt2 V_0$;

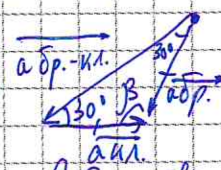
т.е. $V_0^2 = \frac{(\sqrt2 V_0)^2}{2} = V_0^2$ ч.т.д.

№2.



Известно, что $|\vec{a}_{кл}| = |\vec{a}_{бр.}|$. (1)

Рассмотрим их в неподвижной С.О. связанной с землей и запишем преобразование Галилея для ускорений:



Т.к. (1) получившийся Δ - равнобед. с углом при основ. 30° (по услов.).

+5

Найдем $\vec{a}_{бр.-кл.}$: рассмотр. С.О. связанную с бруском ($X'O'Y'$): по оси $O'Y'$ брусок ускор. не имеет, а на оси $O'X'$:

$mg \cdot \sin\alpha = ma$, $a = g \cdot \sin\alpha$, след. $a_{бр.-кл.} = g \cdot \sin\alpha$?

Теперь запишем теорему косинусов для треуг. ускорений:

$a_{кл} = a_{бр} = x$, $x^2 + x^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x^2 = \left(g \cdot \frac{1}{2}\right)^2$ $(\angle\beta = 120°)$.

$3x^2 = \frac{g^2}{4}$; $x = \frac{g\sqrt{3}}{6}$. (2)

Теперь рассмотрим систему через второй закон Ньютона в инерц. С.О YOX. Вдоль оси OY брусок ускор. не имеет; а вдоль оси OX его двигает только сила равная силе реакции бруска на клин (по III з-ну Ньютона).

Сила реакции опоры - $mg \cdot \cos\alpha$; проекция этой силы на OX: $mg \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = M \cdot a$ - по II з-ну Ньютона.

$mg \cdot \cos 30° \cdot \sin 30° = M \cdot \frac{g\sqrt{3}}{6}$ (по (2)).

$m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = M \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}$; $\frac{m}{4} = \frac{M}{6}$; откуда

$M = 1{,}5\,m$

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

ШИФР 923
(заполняется сотрудником секретариата)

Чистовик

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№3.

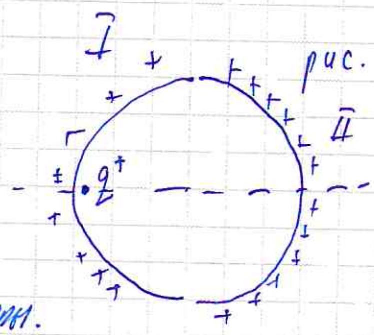


рис. 1

Рассмотрим ситуацию на рисунке 1; две точки свед заряженны полусферн на оси симметрии которых находится заряд q (заряды сфер и q - одноименные).

Заряд q - почти на поверхности одной сферы.

Сфера I по аналогии с задачей будет её выталкивать; Сфера II - останавливать (т.к. q^+ и сфера + - они отталкиваются). Тем не менее мы знаем, что внутри заряженного шара $E = 0$ т.е. заряд будет находиться на месте, т.е. для любой точки

$$\sum F_{\Delta q}\ \text{I сферы} = \sum F_{\Delta q}\ \text{II сферы}.$$

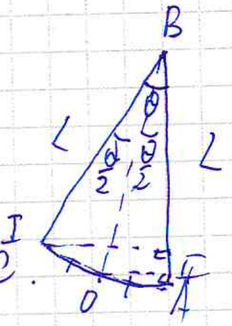
Теперь перенесем эту аналогию на нашу задачу. На заряд таким действует сначала I сфера, а потом II.

Рассмотренная аналогия доказывает что для I и II сферы существуют точки в которых F одинакова. Но! Это работает пока заряд находится внутри условной сферы, т.е. до точки C, что нас устраивает.

Видим, что отрезок AB и BC - симметричны в плане сил со стороны полусферы (II сфера заменяет I сферу после пр. точки B), а так как измен $K_E = \sum F_{внеш}$, можно утверждать, что в обоих случаях сумма работ внешних сил одинакова; $K_C = 2K_B$, откуда

$$V_C = \sqrt{2}\, V_B.$$

№4.



а) Если $\angle\theta$ – мал, мы можем пренебречь движением по окружности и изменением составляющей $mg\cdot\sin\alpha$ и рассмотреть равноускор. и равнозамедл. движ. по прямой.

Рассмотрим $\triangle ABC$, он равнобед.; BO – биссектр. и медиана след. $AO = OC$ т.е. маятники продвинулись одинаково.

В тчк. C маятник I имел $V_0=0$ и ускорение a, а в A маятник II – $V=V_1$ и ускорение a (измен. $\sin\alpha$ – пренебрегаем) тогда т.к. они прошли один. расстояние можем утверждать, что V_I в точке O равно V_{II} в точке a. Действительно, если

$l_1=l_2$ и $V_{I_0}=a\cdot\Delta t$, имеем, что $\frac{a\Delta t^2}{2}=V_{II_A}\cdot\Delta t-\frac{a\Delta t^2}{2}$,

$V_{II}\,\cancel{\Delta t}=a\,\Delta t^{\cancel{2}}$; $V_{IIa}=a\Delta t=V_{I0}$, ч.т.д.

Тогда найдем V_{I_0} из З.С.Э.: $\frac{mV_{I_0}^2}{2}=mg\cdot\Delta H$.

$V_{I_0}^2=2g\Delta H$; $\Delta H=|L-L\cdot\cos\theta-L+L\cdot\cos\frac{\theta}{2}|=L(\cos\frac{\theta}{2}-\cos\theta)$,

след. $\boxed{V_{\text{начальн}}=\sqrt{2gL(\cos\frac{\theta}{2}-\cos\theta)}}$

б) Если $\angle\theta$ – значительный, это приближение уже не работает. Рассм. законы гарм. колеб. для маятников:

I: $x=A_1\cdot\cos wt$, где $A_1=L\cdot\sin\theta$,

II: $x=A_2\cdot\sin wt$, где $w=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

Удар произошел в $t_1=t_2=t$ при отклонении $x=L\cdot\sin\frac{\theta}{2}$ ②

Подставим ② в I: $\cancel{L}\cdot\sin\frac{\theta}{2}=\cancel{L}\cdot\sin\theta\cdot\cos wt$; $\cos wt=\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\theta}$,

тогда $\sin wt=\sqrt{1-\cos^2 wt}=\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}$. ③

② и ③ в II: $L\cdot\sin\frac{\theta}{2}=A_2\cdot\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}$; $A_2=\frac{L\cdot\sin\frac{\theta}{2}}{\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin\theta}}}$.

Зная A_2 и L мы можем найти запас энергии маятника II:

$mg\cdot H_2$, где $H_2=L-\sqrt{L^2-A^2}=L-\sqrt{L^2-\frac{L^2\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}}{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}}=L-L\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}}$

Тогда $E_{II_2}=E_{II\,\text{кин}}$, т.к. в точке A его К равна запасу потенц. энергии, след.

$\frac{\cancel{m}V_{\text{иск}}^2}{2}=\cancel{m}g\cdot L\left(1-\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}}\right)$ и $\boxed{V_{\text{иск}}=\sqrt{2gL\left(1-\sqrt{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{1-\frac{\sin^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\theta}}}\right)}}$