ШИФР 22-Ф-11-06
(заполняется представителем Оргкомитета)

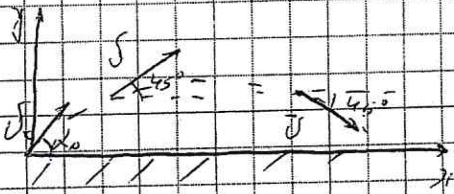
# Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ**

о физике Дата проведения 06.03.2022
(наименование общеобразовательного предмета)

ИО участника *(полностью)* Глазунов Александр Романович

№1



Дано:
$\alpha = 45^\circ$
$t_1$
$t_2$
$g$
$L - ?$

Решение

$$L = \frac{2 v_0 \cos\alpha_0 \cdot v_0 \sin\alpha_0}{g}$$

точки $t_1$ и $t_2$ расположены симметрично

| 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| 25 | 10 | 25 | 20 | 80 |

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v \cos\alpha = v_0 \cos\alpha_0$$

$$v^2 = (v_0 \cos\alpha_0)^2 + (v_0 \sin\alpha_0 - g t_1)^2$$

$$v^2 = (v_0 \cos\alpha_0)^2 + (v_0 \sin\alpha_0 - g t_2)^2$$

$$(v_0 \cos\alpha_0)^2 + (v_0 \sin\alpha_0 - g t_1)^2 = (v_0 \cos\alpha_0)^2 + (v_0 \sin\alpha_0 - g t_2)^2$$

$$(v_0 \sin\alpha_0)^2 - 2 v_0 \sin\alpha_0 g t_1 + g^2 t_1^2 = (v_0 \sin\alpha_0)^2 - 2 v_0 \sin\alpha_0 g t_2 + g^2 t_2^2$$

$$2 v_0 \sin\alpha_0 (t_2 - t_1) = g (t_2^2 - t_1^2)$$

$$v_0 \sin\alpha_0 = \frac{g (t_2 + t_1)}{2}$$

$$v^2 = (v \cos\alpha)^2 + \left(\frac{g(t_2 + t_1)}{2} - g t_1\right)^2$$

$$v^2 = \frac{v^2}{2} + \left(\frac{g t_2 + g t_1 - 2 g t_1}{2}\right)^2$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{[g (t_2 - t_1)]^2}{4} \Rightarrow v = \frac{g (t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \quad (t_2 > t_1)$$

Олимпиада школьников
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ**

**Чистовик**

**ШИФР** 22-Ф-11-06
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$v_0 \cos\alpha_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

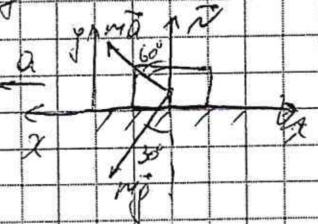
$$L = \frac{2\,\frac{g(t_2-t_1)}{2}\cdot\frac{g(t_2+t_1)}{2}}{g} = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$$

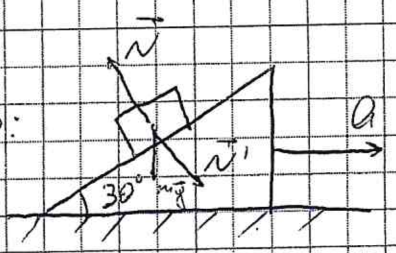
Ответ: $L = \frac{g(t_2^2-t_1^2)}{2}$

№2

Дано:
$\alpha = 30°$
$a_m = a_M = a$
$\frac{M}{m}$ – ?

Решение:
перейдем в С.О. клина:





~~к~~ добавится сила инерции $ma$

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + m\vec{a}$$

$Ox$:

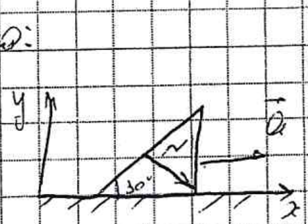
$$ma = mg\sin 30° + ma\cos 60°$$

$$ma = \frac{mg}{2} + \frac{ma}{2}$$

$$\frac{ma}{2} = \frac{mg}{2} \Rightarrow a = g$$ – это относительное ускорение

перейдем в С.О. земли для клина:

$$N' = N = mg\cos 30° = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$$



$Ox$:
$$Ma = N\cos 60° = \frac{mg\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{mg\sqrt{3}}{4}$$
$a = g \Rightarrow$
$$Mg = \frac{mg\sqrt{3}}{4}$$

Олимпиада школьников
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ- БУДУЩЕЕ НАУКИ**

**Чистовик**

**ШИФР** 22 - Ф-11-06
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$\frac{M}{m} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,4$

Ответ: $\frac{M}{m} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,4$

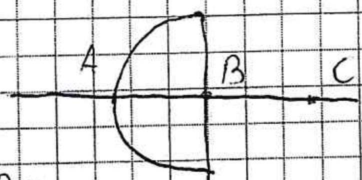
№3

Дано: $\upsilon_B$

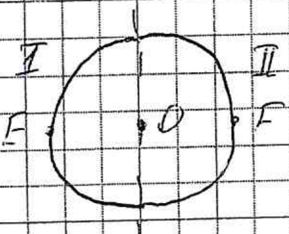
$\upsilon_C - ?$

Решение

$q(\varphi_A - \varphi_B) = \frac{m\upsilon_B^2}{2}$




внутри сферы потенциал такой же, как на ее пов-ти.




Рассмотрим две равномерно одинаково заряжёные половинки сферы I и II

$\varphi_0 = \varphi_{I_0} + \varphi_{II_0}$

в силу симметрии $\varphi_{I_0} = \varphi_{II_0} = \frac{\varphi_0}{2}$

$\varphi_E = \varphi_0 = \varphi_{IE} + \varphi_{IIE}$

$\varphi_F = \varphi_0 = \varphi_{IF} + \varphi_{IIF}$

в силу симметрии $\varphi_{IE} = \varphi_{IIF}$ и $\varphi_{IF} = \varphi_{IIE}$

$\varphi_{IE}$ - потенциал, который создает сфера I в точке E.

~~когд~~ $\varphi_{IE} = \varphi_{IIF} = \varphi_1$ ; $\varphi_{IF} = \varphi_{IIE} = \varphi_2$

когда убираем половинку II, из каждой точки пространства вычитается потенциал, который она создавала

$\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2$

$\varphi_B = \varphi_0 - \varphi_{II_0} = \frac{\varphi_0}{2}$

$\varphi_A = \varphi_E - \varphi_{DE} = \varphi_0 - \varphi_2$

$\varphi_C = \varphi_F - \varphi_{DF} = \varphi_0 - \varphi_1$

$\varphi_A - \varphi_B = \varphi_0 - \varphi_2 - \frac{\varphi_0}{2} = \frac{\varphi_0}{2} - \varphi_2$

$\varphi_B - \varphi_C = \frac{\varphi_0}{2} - \varphi_0 + \varphi_1 = \varphi_1 - \frac{\varphi_0}{2}$

$\varphi_1 = \varphi_0 - \varphi_2 \Rightarrow \varphi_B - \varphi_C = \varphi_0 - \varphi_2 - \frac{\varphi_0}{2} = \frac{\varphi_0}{2} - \varphi_2$

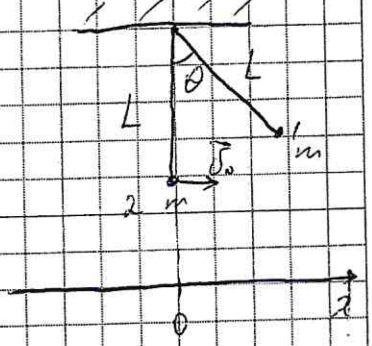
$\varphi_B - \varphi_C = \varphi_A - \varphi_B \Rightarrow$ работа, совершенная на этих участках, тоже равна. Обозначим ее за $A$.

$$\begin{cases} A = \frac{m v_B^2}{2} \\ A = \frac{m v_C^2}{2} - \frac{m v_B^2}{2} \end{cases}$$

$$\frac{2 m v_B^2}{2} = \frac{m v_C^2}{2} \Rightarrow v_C = v_B\sqrt{2}$$

Ответ: $v_C = v_B\sqrt{2}$

№4




Дано:
$L$
$\theta_0$
$\frac{\theta_0}{2}$
$g$
$v_0 - ?$

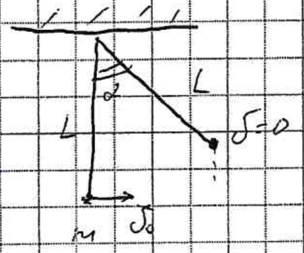
Решение

Запишем уравнения колебаний этих грузов.

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos \omega t \\ x_2 = A_2 \cdot \sin \omega t \end{cases}$$

$A_1 = L \sin \theta_0$

$A_2 = L \cdot \cancel{\cos\alpha}\ \sin\alpha$, $\alpha$ — максимальный угол отклонения груза 2




~~м~~ по ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \cancel{mgL\cos}\; mgL(1-\cos\alpha)$$

$$1-\cos\alpha = \frac{v_0^2}{2gL} \Rightarrow \cos\alpha = 1-\frac{v_0^2}{2gL} = \frac{2gL-v_0^2}{2gL}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{(2gL-v_0^2)^2}{4g^2L^2}} = \frac{\sqrt{(2gL-2gL+v_0^2)(2gL+2gL-v_0^2)}}{2gL} =$$

$$= \frac{v_0}{2gL}\sqrt{4gL-v_0^2}$$

$$A_2 = \frac{v_0}{2g}\sqrt{4gL-v_0^2}$$

в момент столкновения $x_1 = x_2 = L\sin\frac{\theta_0}{2}$

$$L\sin\theta_0\cos\omega t = \frac{v_0}{2g}\sqrt{4gL-v_0^2}\cdot\sin\omega t$$

$$L\sin\theta_0\cos\omega t = L\sin\frac{\theta_0}{2}$$

$$2\cos\frac{\theta_0}{2}\cos\omega t = 1 \Rightarrow \cos\omega t = \frac{1}{2\cos\frac{\theta_0}{2}}$$

$$L\sin\theta_0\cdot\frac{1}{2\cos\frac{\theta_0}{2}} = \frac{v_0}{2g}\sqrt{4gL-v_0^2}\cdot\sqrt{1-\frac{1}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}}}$$

$$L\sin\frac{\theta_0}{2} = \frac{v_0}{2g}\sqrt{4gL-v_0^2}\cdot\frac{\sqrt{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}}{2\cos\frac{\theta_0}{2}}$$

$$L\sin\theta_0 = \frac{v_0}{2g}\sqrt{4gL-v_0^2}\cdot\sqrt{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}$$

$$\upsilon_0\sqrt{4gL-\upsilon_0^2} = \frac{2gL\sin\theta_0}{\sqrt{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}}$$

$$\upsilon_0^2(4gL-\upsilon_0^2) = \frac{4g^2L^2\sin^2\theta_0}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}$$

$$u = \upsilon_0^2$$

$$4gLu - u^2 = \frac{4gL^2\sin^2\theta_0}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}$$

$$u^2 - 2\cdot 2gL\cdot u + 4g^2L^2 - 4g^2L^2 + \frac{4g^2L^2\sin^2\theta_0}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1} = 0$$

$$(u-2gL)^2 = 4g^2L^2\left(1-\frac{\sin^2\theta_0}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}\right) =$$

$$= 4g^2L^2\left(\frac{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1-4\cos^2\frac{\theta_0}{2}\sin^2\frac{\theta_0}{2}}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}\right) =$$

$$= 4g^2L^2\left(\frac{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}\left(1-\sin^2\frac{\theta_0}{2}\right)-1}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}\right) = \frac{4g^2L^2}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}\left(4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1\right)$$

$$u - 2gL = 2gL\sqrt{\frac{4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}}$$

$$u = 2gL\left(1+\sqrt{\frac{4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}}\right) \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{2gL\left(1+\sqrt{\frac{4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1}{4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1}}\right)}$$

Ответ: $\upsilon_0 = \sqrt{2gL\left(1+\sqrt{\frac{4\cos^3\frac{\theta_0}{2}-1}{4\cos^2\frac{\theta_0}{2}-1}}\right)}$