ШИФР В30

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников

БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

по физике в 11 классе

(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Минеев Сергей Максимович

Олимпиада школьников
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ**

Чистовик

ШИФР 9 30
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
15	25	5	10	55

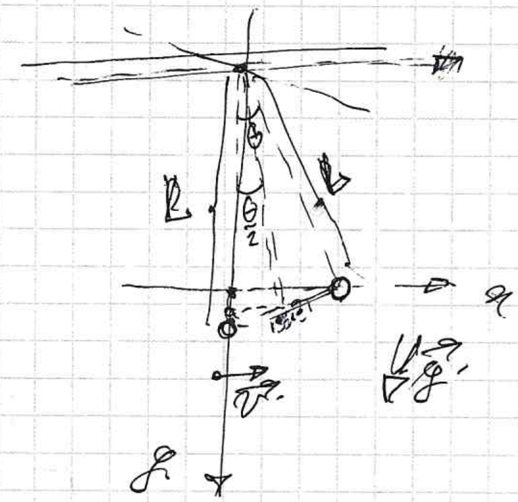
Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

(4) Дано:

$L, \theta, \frac{\theta}{2}, g$

$v - ?$



т.к. даны θ и $\frac{\theta}{2}$ малы, то колебания маятников можно считать гармоническими, тогда:

для первого маятника:

$x: \; x_1(t) = L\sin\theta \cdot \cos\omega_1 t$ +5

$y: \; y_1(t) = L(1-\cos\theta)\cdot\sin\omega_1 t,$
где $L\sin\theta$ и $L(1-\cos\theta)$ – амплитуды,
$\omega_1 = \sqrt{\frac{L}{g}}$ – циклическая частота мат. маятника.

аналогично для второго маятника:

$x: \; x_2(t) = A_{2x}\sin\omega_2 t$ +5

$y: \; y_2(t) = A_{2y}\cos\omega_2 t,$

где. A_{2y}: $mgA_{2y} = \frac{mv^2}{2}$.

$\Rightarrow A_{2y} = \frac{v^2}{2g}$; $\omega_2 = \sqrt{\frac{L}{g}}$.

$\Rightarrow$ для момента столкновения t':

$y_1(t') = y_2(t') = L\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)$

$$\Rightarrow \sin\sqrt{\frac{L}{g}}\,t' = \frac{\cancel{4}\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)}{\cancel{4}\left(1-\cos\theta\right)} = \frac{1-\cos\frac{\theta}{2}}{1-\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\cos\frac{\theta}{2}}{1-\cos\theta} = \frac{v^2}{2g}\cdot\cos\sqrt{\frac{L}{g}}\,t'$$

$$\cos\sqrt{\frac{L}{g}}\,t' = \sqrt{1-\left(\sin\sqrt{\frac{L}{g}}\,t'\right)^2} =$$

$$= \sqrt{1-\frac{\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}{\left(1-\cos\theta\right)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(1-\cos\theta)^2-\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}{(1-\cos\theta)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\sqrt{(1-\cos\theta)^2-\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}{(1-\cos\theta)} = \frac{\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)L}{\cancel{1-\cos\theta}}$$

т.к. $\cos\theta \le 1$ $(\theta \ne 0)$, то:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{L\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)(1-\cos\theta)}{\sqrt{(1-\cos\theta)^2-\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{2Lg\,\frac{\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)(1-\cos\theta)}{\sqrt{(1-\cos\theta)^2-\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}}$$

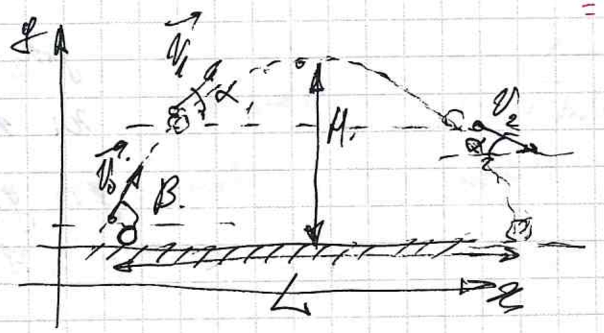
Ответ: $\sqrt{2Lg\,\frac{\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)(1-\cos\theta)}{\sqrt{(1-\cos\theta)^2-\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}}$

$$\frac{\frac{1}{2}\frac{\theta^2}{4}\cdot\frac{\theta^2}{2}}{\left(\frac{\theta^2}{4}-\frac{1}{2}\frac{\theta^2}{4}\right)} = \frac{1/16}{1/8} = \frac{1}{2}.$$

(2)

Дано:
$\alpha_1 = \alpha_2 (=\theta)$
t_1, t_2, g

L - ?



Для тела, летящего под углом к горизонту:

$$\vec{S} = \vec{v_0}t + \frac{\vec{g}t^2}{2} \ (\text{О.З.К.})$$

x: $x = v_0\cos\beta\, t$

y: $y = v_0\sin\beta\, t - \frac{gt^2}{2}$.

в моменты t_1 и t_2, т.к. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$:

y: $v_1 = -v_2$;

y: $v_1 = v_0\sin\beta - gt_1$; $v_2 = v_0\sin\beta - gt_2$

$\Rightarrow 2V_0\sin\beta = g(t_1+t_2)$. +5

також т.к. $V_x(t) = const$, то:

$V_1\cos\alpha_1 = V_2\cos\alpha_2 = V_1\cos\alpha = V_2\cos\alpha = V_0\cos\beta$.

то: $V_0\cos\beta = V_1\cos\alpha = \left(\frac{g}{2}(t_1+t_2) - gt_1\right)\cos\alpha$.

$\Rightarrow V_0\cos\beta = \frac{g}{2}(t_2-t_1)\cos\alpha$,

тоді: т.к. $T_{пол.} = \frac{2V_0\sin\beta}{g} = \frac{2}{g}\cdot\frac{g}{2}(t_1+t_2) = t_1+t_2$, то:

$L = V_0\cos\beta\, T = \frac{g}{2}(t_2-t_1)\cos\alpha\cdot(t_1+t_2) = \frac{g}{2}(t_2^2-t_1^2)\cos\alpha$.

$\Rightarrow L = \frac{g}{2}(t_2^2-t_1^2)\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}g}{4}(t_2^2-t_1^2)$

Відповідь: $\frac{g\sqrt{2}}{4}(t_2^2-t_1^2)$.

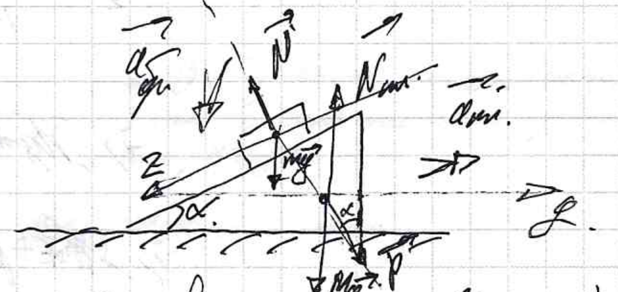
(2) Дано:

g, $\alpha = 30°$

$a_{пл} = a_{бр.}$

$\frac{m}{M}$ — ?

Рис.



Для бруска (по II з. Ньютона):

$\vec N + m\vec g = m\vec a_{бр}$.

y: $N - mg\cos\alpha = ma_{брy}$.

Для клина (по II з. Ньютона):

$\vec P + \vec N_{пл} + M\vec g = M\vec a_{пл}$.

x: $N\sin\alpha = Ma_{пл}$,

тоді, т.к. $a_{пл}\cdot\sin\alpha = a_{брy}$ (по кінематичній зв'язі), то:

$a_{брy} = \frac{N}{M}\sin^2\alpha$.

$\Rightarrow N - mg\cos\alpha = m \cdot \frac{N}{M}\sin^2\alpha.$

$\Rightarrow N\cdot\left(1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha\right) = mg\cos\alpha.$

$\Rightarrow N = \frac{mg\cos\alpha}{1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha}$, тогда

$a_{абс} = \sqrt{a_x^2 + a_z^2}$,

$z: \cancel{m}a_z = \cancel{m}g\sin\alpha \Rightarrow a_z = g\sin\alpha$

$\Rightarrow a_{абс\,x} = \frac{1}{m}\left(\frac{mg\cos\alpha}{1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha} - mg\cos\alpha\right) =$

$= g^2\cos^2\alpha\cdot\frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\frac{m}{M}\sin^2\alpha}{1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha}$

$\Rightarrow a_{абс} = a_{кл.} = \frac{mg^2\cos^2\alpha\sin\alpha}{M}\cdot\frac{\frac{m}{M}\sin^2\alpha}{1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha} =$

$= \sqrt{g^2\sin^2\alpha + \sin^2\alpha\cdot g^2\frac{\left(\frac{m}{M}\right)^2\sin^4\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\left(1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha\right)^2}} =$

$= \frac{mg\cos\alpha\sin\alpha}{M}\cdot\frac{\frac{m}{M}\sin^2\alpha\cos\alpha}{1-\frac{m}{M}\sin^2\alpha}$

$\Rightarrow$ Пусть $\frac{m}{M} = \beta$, тогда:

$\Rightarrow \cancel{\sin^2\alpha} + \beta^2\frac{\sin^4\alpha\cdot\cos^2\alpha}{(1-\beta\sin^2\alpha)^2} = \beta^2\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{(1-\beta\sin^2\alpha)^2}$

$\Rightarrow \beta^2\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha) = (1-\beta\sin^2\alpha)^2.$

$\Rightarrow \beta^2\cos^4\alpha = 1-2\beta\sin^2\alpha+\beta^2\sin^4\alpha.$

$\beta^2(\cos^4\alpha-\sin^4\alpha)+2\beta\sin^2\alpha-1=0$

$D = 4\cancel{\sin^4\alpha} + 4\cos^4\alpha - \cancel{4\sin^4\alpha} =$

$4\cos^4\alpha.$

$\Rightarrow \beta_{1,2} = \frac{\cancel{-2\sin^2\alpha}\ 2\cos^2\alpha}{(\cos^4\alpha-\sin^4\alpha)}.$

$\Rightarrow \beta = 2\frac{\cancel{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}}{(\cancel{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha})(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)} = 2$

$\beta = 2\cdot\frac{1}{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)} < 0,$

$\Rightarrow \boxed{\beta = 2}$

$\boxed{\text{Ответ: } 2}$

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

Чистовик

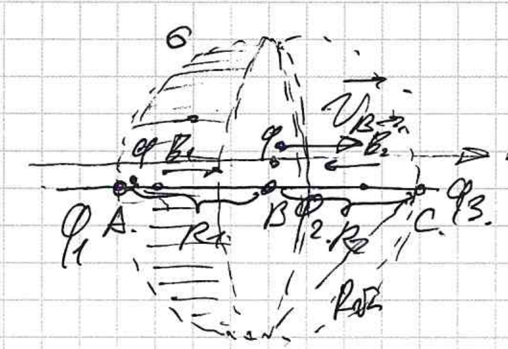
ШИФР α 30
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

(8)

Дано:
v_B, $\sigma = const$
$R_1 = R_2 = R$

$v_C - ?$



Достроим симметричную полусферу так, чтобы исходная и достроенная составляли целую сферу с плотностью поверхностного заряда σ.

[illegible], что по оси x, напряжённость поля $\approx$ [illegible] (примерно) падает до [illegible]. в области внутри полусферы исходная создаёт поле $\approx$ поле, что [illegible] симметрично [illegible] на внутреннюю [illegible].

$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{m v_B^2}{2}$, в точке C потенциал.

Аппроксимируем потенциалы φ_2 и φ_3 интегрированием [illegible]:

$$\varphi_2 = 2\pi R \cdot \int_0^{\pi} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma}{(R + 0 \cdot \sin\varphi)} d\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\varphi_3 = 2\pi R \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\sigma}{(\sqrt{R^2} + R(2-\sqrt{2})\sin\varphi)} d\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}(1+\sin\varphi) - 2} d\varphi.$$

~~приблизим синус через ряд Тейлора:~~

~~$\sin\varphi = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} \ldots$, тогда:~~

Заменим $1 - \frac{x^2}{2}$ для аппроксимации, тогда: $\varphi_3 \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}(2 - \frac{x^2}{2}) - 2} dx$