ШИФР а32
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

по физике в 11 классе
(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Иваницкий Георгий Сергеевич

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ

Чистовик

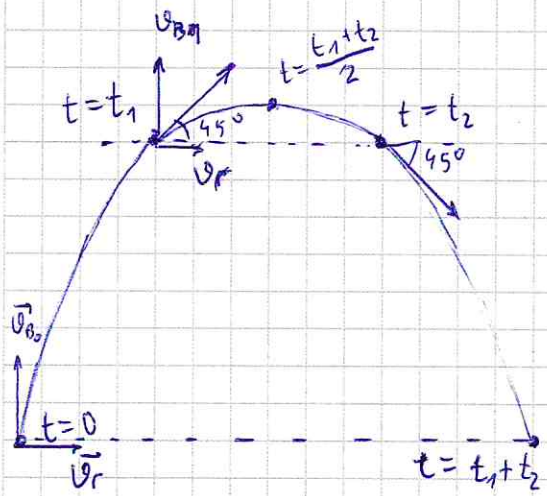
ШИФР а32
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
25	25	25	25	100

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№ 1



Заметим, что участок от момента t_2 до приземления симметричен участку от 0 до t_1. Поэтому, он будет пройден за то же время t_1. То есть, весь полет будет длиться t_1+t_2.

Запишем зависимость вертикальной составляющей скорости от времени:

$$v_в(t) = v_{в0} - gt$$

В верхней точке траектории скорость горизонтальна (вертикальная компонента – нуль), а время от начала полета – $(t_1+t_2)/2$. Имеем

$$0 = v_{в0} - g\cdot\frac{t_1+t_2}{2}; \quad v_{в0} = g\cdot\frac{t_1+t_2}{2}$$

В момент времени t_1 скорость направлена под углом 45° к горизонту. Тогда вертикальная составляющая скорости равна горизонтальной.

$$v_{в1} = v_{в0} - gt_1 = \frac{g}{2}(t_1+t_2-2t_1) = \frac{g(t_2-t_1)}{2}$$

Горизонтальная составляющая скорости постоянна на всем пути и равна $v_г = v_{в1}$.

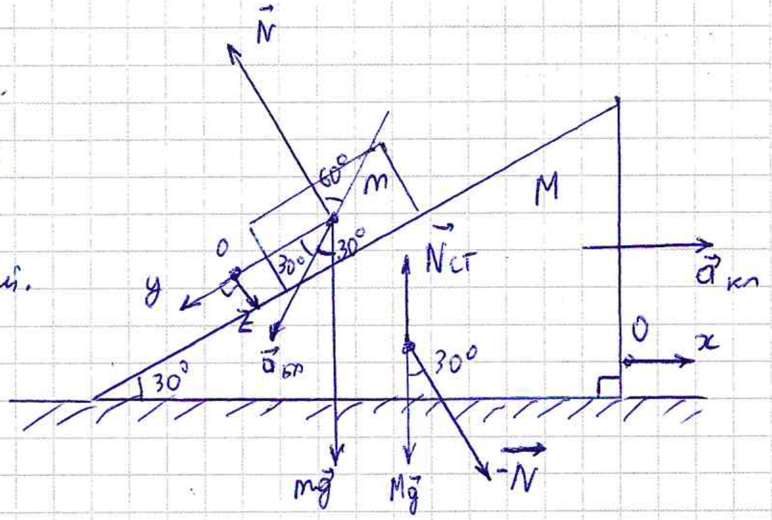
Тогда дальность полета:

$$l = v_г\cdot(t_1+t_2) = \frac{g}{2}(t_2-t_1)(t_1+t_2) = \frac{g}{2}(t_2^2-t_1^2)$$

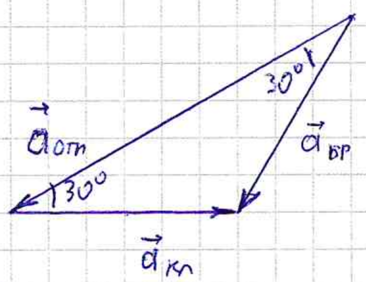
Ответ: $l = \frac{g}{2}(t_2^2-t_1^2)$.

№2

Ускорение клина $\vec{a}$ направлено вправо. Ускорение бруска относительно клина направлено ~~относительно~~ параллельно его наклонной грани. А ускорение бруска относительно земли равно векторной сумме этих ускорений.



Имеем:



Так как ускорения бруска и клина равны, то угол между $\vec{a}_{бр}$ и $\vec{a}_{отн}$ равен 30°. Пусть M - масса клина, m - масса бруска.

Запишем второй закон Ньютона:

для клина, в проекции на Ox: $Ma = N \cdot \sin 30°$

для бруска, в проекции на Oy: $ma \cos 30° = mg \cdot \sin 30°$

для бруска, в проекции на Oz: $ma \sin 30° = mg \cos 30° - N$

$$\begin{cases} Ma = 0{,}5N \\ 0{,}5ma\sqrt{3} = 0{,}5mg \\ 0{,}5ma = 0{,}5mg\sqrt{3} - N \end{cases} \qquad \begin{cases} N = 2Ma \\ a\sqrt{3} = g \\ 0{,}5ma = 0{,}5mg\sqrt{3} - 2Ma \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = g/\sqrt{3} \\ ma = mg\sqrt{3} - 4Ma \end{cases} \qquad m\frac{g}{\sqrt{3}} = mg\sqrt{3} - 4M\frac{g}{\sqrt{3}}$$

$m = 3m - 4M$; $4M = 2m$; $M = 2m$

То есть, масса бруска в 2 раза меньше массы клина.

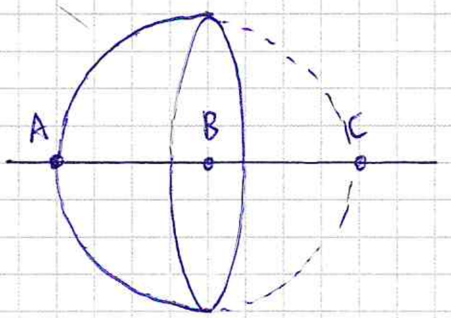
Ответ: $M = 2m$; масса клина в 2 раза больше массы бруска.

№3

Потенциал поля равномерно заряженной сферы на растоянии r от центра; R – радиус самой сферы:

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{kQ}{r}, & \text{если } r > R \\ \dfrac{kQ}{R}, & \text{если } r \le R \end{cases}$$

Сфера состоит из двух полусфер, поэтому ~~потенциал~~ потенциал сферы можно найти также из принципа суперпозиции.



Пусть φ_A, φ_B и φ_C – потенциалы точек A, B и C соответственно. Если к полусфере приставить другую такую же, изображенную пунктиром, то создаваемые ей потенциалы в точках A, B и C будут равны φ_C, φ_B и φ_A соответственно.

Поля получившейся сферы в тех же точках равны kQ/R, где R – радиус полусфер.

Из принципа суперпозиции: $\varphi_A + \varphi_C = \dfrac{kQ}{R}$; $\quad 2\varphi_B = \dfrac{kQ}{R}$

Тогда $\varphi_B = \dfrac{kQ}{2R}$; $\quad \varphi_C = \left(\dfrac{kQ}{R} - \varphi_A\right)$

Пусть m и q – масса и заряд частицы.

Закон ~~сохранения~~ изменения ~~заряда~~ энергии для промежутка $A \to B$.

$$q(\varphi_A - \varphi_B) = \frac{m v_B^2}{2}$$, т.к. в точке а скорость нулевая.

$$q\left(\varphi_A - \frac{kQ}{2R}\right) = \frac{m v_B^2}{2}$$

Для промежутка $B \to C$

$$q(\varphi_B - \varphi_C) = \frac{m v_C^2}{2} - \frac{m v_B^2}{2}$$

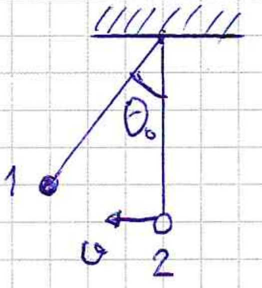
$$q\left(\frac{kQ}{2R} - \frac{kQ}{R} + \varphi_A\right) = \frac{m v_C^2}{2} - q\left(\varphi_A - \frac{kQ}{2R}\right)$$

$$q\left(\varphi_A - \frac{kQ}{2R}\right) = \frac{m v_C^2}{2} - q\left(\varphi_A - \frac{kQ}{2R}\right).$$

$$2q\left(\varphi_A - \frac{kQ}{2R}\right) = \frac{m v_C^2}{2}; \qquad m v_B^2 = \frac{m v_C^2}{2}; \quad v_C^2 = v_B^2 \cdot 2; \quad v_C = v_B\sqrt{2}$$

Ответ: $v_C = v_B\sqrt{2}$.

№4



Период колебаний маятников $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, циклическая частота колебаний:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Введем систему отсчета угла отклонения от вертикали. Вертикальное положение соответствует 0; слева $\theta > 0$, справа от вертикали $\theta < 0$.

Также введем систему отсчета угловой скорости. Движение по часовой стрелке соответствует положительной ω, а против — отрицательной.

Запишем уравнение колебаний угла отклонения от вертикали первого маятника:

$\theta_1(t) = \theta_0 \cos(\varphi t)$, для него θ_0 — амплитудное значение угла

Запишем уравнение угловой скорости второго маятника:

$\omega_2(t) = \frac{\upsilon}{L}\cos(\varphi t)$, для этого маятника $\frac{\upsilon}{L}$ — амплитудное значение угловой скорости

Заметим, что $\omega_2(t) = \theta_2'(t)$. Исходя из этого определим уравнение колебаний угла отклонения второго маятника от вертикали.

$$\theta_2(t) = \frac{\upsilon}{L\varphi} \cdot \sin(\varphi t)$$

В момент t_0 столкновения $\theta_1 = \theta_2 = \frac{\theta_0}{2}$.

Имеем: $\frac{\theta_0}{2} = \theta_0 \cos(\varphi t)$; $\cos(\varphi t) = \frac{1}{2}$. Так как $0 < \varphi t < \frac{\pi}{2}$, то

$\sin(\varphi t) = \sqrt{1 - \cos^2(\varphi t)} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\theta_0}{2} = \frac{\upsilon}{L\varphi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\upsilon\sqrt{3} = \theta_0 L\varphi$; $\upsilon\sqrt{3} = \theta_0 L\sqrt{\frac{g}{L}}$

$\upsilon\sqrt{3} = \theta_0\sqrt{gL}$

$\upsilon = \theta_0\sqrt{\frac{gL}{3}}$ — скорость, сообщенная второму маятнику

Ответ: $\upsilon = \theta_0\sqrt{\frac{gL}{3}}$.