ШИФР Вор-А-7
(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по ФИЗИКЕ Дата проведения 06.03.2022
(наименование общеобразовательного предмета)

ФИО участника *(полностью)* ГОНЧАРОВА АРИНА АНДРЕЕВНА

Олимпиада школьников
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ**

Чистовик

ШИФР Вор-А-7
(заполняется сотрудником секретариата)

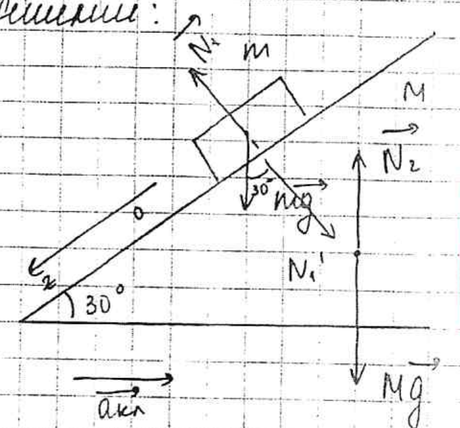
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№2

Дано:
$a_{бр} = a_{кл}$

$\frac{M}{m}$ - ?

Решение:



m - масса бруска
M - масса клина

1	2	3	4	Σ
25	25	5	20	75

Запишем II з-н Ньютона для клина в проекции на ось Ox:

$Ox:\ N_1' \sin 30^\circ = M a_{кл}$

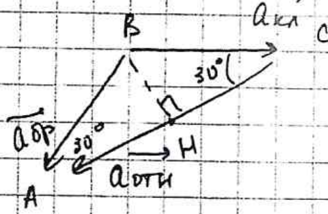
$N_1' = N_1$ (по III з-ну Ньютона)

$N_1 \cdot \frac{1}{2} = M a_{кл}$ $\quad N_1 = 2M a_{кл}$

Запишем з-н сложения скоростей: $\vec{v_{бр}} = \vec{v_{кл}} + \vec{v_{отн}}$

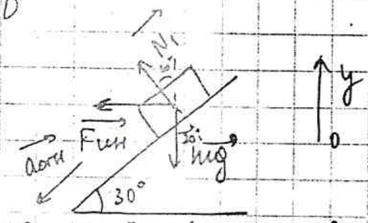
Продифференцировав по по времени получим: $\vec{a_{бр}} = \vec{a_{кл}} + \vec{a_{отн}}$

Пусть $a_{бр} = a_{кл} = a$, => $N_1 = 2Ma$



Т.к. $a_{бр} = a_{кл} = a$, то ΔABC - р/б, =>

$\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ$



$\vec{F_{ин}} = -m\vec{a_{кл}}$

В системе отсчета клина

II з-н Ньютона в проекции на ось Oy: $N_1 \cos 30^\circ - mg = -m a_{отн} \sin 30^\circ$

$N_1 \frac{\sqrt{3}}{2} - mg = -m a_{отн} \cdot \frac{1}{2}$ (1)

Опустим высоту BH в ΔABC, т.к. ΔABC - р/б, то BH - медиана

$AH = AB \cos 30^\circ = a_{бр} \cos 30^\circ = a \frac{\sqrt{3}}{2}$, => $AC = AH \cdot 2 = a \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = a\sqrt{3}$

$AC = |\vec{a_{отн}}| = a\sqrt{3}$

Т.к. $N_1 = 2Ma$, то (1) принимает вид: $2Ma\frac{\sqrt{3}}{2} - mg = -ma\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}$

$Ma\sqrt{3} - mg = -ma\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

№2 (продолжение)

запишем II закон Ньютона для груза (относ. земли) в проекции на ось Oz:

Oz: $mg\sin 30^\circ = ma_{обр\,z}$

$a_{обр\,z} = a_{обр}\cdot\cos 30^\circ = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

$mg\frac{1}{2} = ma\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Big|\cdot\frac{2}{m}$

$mg = ma\sqrt{3}$

$g = a\sqrt{3}$

Подставим $g = a\sqrt{3}$ в (2) и получим:

$Ma\sqrt{3} = mg - ma\frac{\sqrt{3}}{2}$

$Ma\sqrt{3} = m\left(a\sqrt{3} - a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$Ma\sqrt{3} = ma\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Big| : a\sqrt{3}$

$M = \frac{m}{2}$

$\frac{M}{m} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

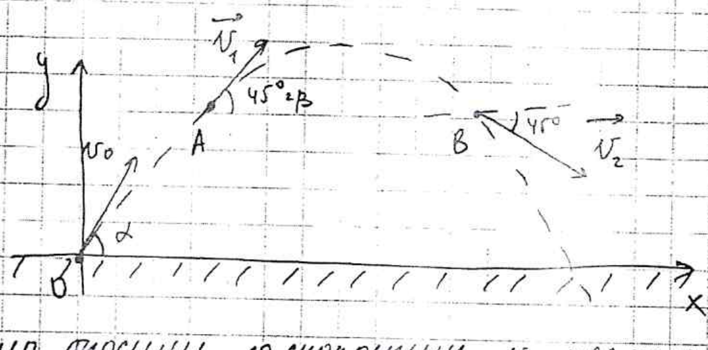
Ответ: $\frac{M}{m} = 0{,}5$

№1

Дано:
$\beta = 45^\circ$
t_1, t_2

L - ?

Решение:



Пусть тело бросили со скоростью v_0 под углом α к горизонту.

~~Из сл~~ найдем дальность полета тела: $L = v_x t_{пол} = v_0\cos\alpha\, t_{пол}$

~~v_0~~ $v_y = v_0\sin\alpha - gt$

В наивысшей точке траектории $v_y = 0$: $v_0\sin\alpha = gt$

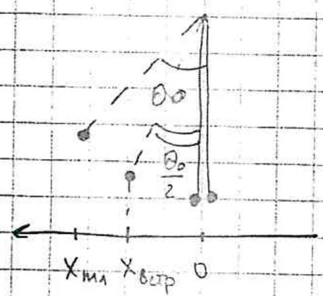
$t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$. Из-за симметрии параболы $t_{пол} = 2t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ (1)

№4

Дано:
L
θ_0, $\frac{\theta_0}{2}$

v - ?

Решение:



Левый шарик (грузик) совершает колебания по закону:

$x = x_{m1} \cos \omega t$ $(\varphi_0 = 0)$

$x_{встр} = L \sin \frac{\theta_0}{2}$

~~$L \sin$~~ $x_{m1} = L \sin \theta_0$

$x = L \sin \theta_0 \cdot \cos \omega t$

Подставим $x_{встр}$:

$L \sin \frac{\theta_0}{2} = L \sin \theta_0 \cdot \cos \omega t$

$\sin \frac{\theta_0}{2} = 2L \sin \frac{\theta_0}{2} \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \omega t$

$1 = 2L \cos \frac{\theta_0}{2} \cos \omega t$ (1).

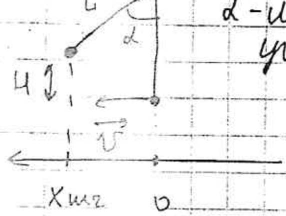
Правый грузик совершает колебания по закону:

$x = x_{m2} \sin \omega t$ (в начальный момент времени его координата равна 0)

Запишем закон сохранения энергии для правого ~~ш~~ грузика.

$\frac{mv^2}{2} = mgH$, где H - макс. высота его подъема.

$\frac{v^2}{2} = gH$



α - максимальный угол отклонения груза

$H = L - L\cos\alpha = L(1-\cos\alpha)$

$\frac{v^2}{2} = gL(1-\cos\alpha)$

$\cos\alpha = 1 - \frac{v^2}{2gL}$ $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(1-\frac{v^2}{2gL}\right)^2} =$

$= \sqrt{1 - \left(1 - \frac{v^2}{gL} + \frac{v^4}{4g^2L^2}\right)} = \sqrt{1 - 1 + \frac{v^2}{gL} - \frac{v^4}{4g^2L^2}} =$

$= v\sqrt{\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}}$

№4 (продолжение)

$x_{max} = L\sin\alpha = Lv\sqrt{\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}}$

Ур-ие колебаний правого грузика принимает вид:

$x = Lv\sqrt{\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}}\sin\omega t \quad (2)$

Из (1): $\cos\omega t = \frac{1}{2L\cos\frac{\Theta_0}{2}}$

$\sin\omega t = 1 - \frac{1}{4L^2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}} = \frac{\sqrt{4L^2\cos^2\frac{\Theta_0}{2} - 1}}{2L\cos\frac{\Theta_0}{2}}$

Подставим в (2) $x = x_{встр} = L\sin\frac{\Theta_0}{2}$

$L\sin\frac{\Theta_0}{2} = Lv\sqrt{\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}} \cdot \frac{\sqrt{4L^2\cos^2\frac{\Theta_0}{2} - 1}}{2L\cos\frac{\Theta_0}{2}}$

$L\sin\Theta_0 = Lv\sqrt{\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}}$

$\cancel{L^2}\sin^2\Theta_0 = \cancel{L^2}v^2\left(\frac{1}{gL} - \frac{v^2}{4g^2L^2}\right)$ Ответ: $v = \sqrt{2gL(1-\cos\Theta_0)}$

$\sin^2\Theta_0 = v^2\,\frac{4gL - v^2}{4g^2L^2}$

$4\sin^2\Theta_0\, g^2L^2 = 4gLv^2 - v^4$

$v^4 - 4gLv^2 + 4\sin^2\Theta_0\, g^2L^2 = 0$ (кв. ур-ие относит. v^2)

$D_1 = 4g^2L^2 - 4\sin^2\Theta_0\, g^2L^2 = 4g^2L^2(1-\sin^2\Theta_0) =$

$= 4g^2L^2\cos^2\Theta_0$

$\left[\begin{array}{l} v^2 = 2gL + 2gL\cos\Theta_0 \\ v^2 = 2gL - 2gL\cos\Theta_0 \end{array}\right.$ ~~(о т.к. $v^2 > 0$, то не подходит)~~

Т.к. по условию грузик толкнули навстречу левому (первому), то нам подходит ответ $v = \sqrt{2gL(1-\cos\Theta_0)}$

$v = \sqrt{2gL + 2gL\cos\Theta_0}$ ✓ скорость правого грузика, если его толкнули против дв-ие левого груза.

~~Ответ: $v = \sqrt{2gL(1+\cos\Theta_0)}$~~

$v = \sqrt{2gL(1 - \cos\Theta_0)}$ ← скорость правого грузика если его толкнули навстречу левому грузику.

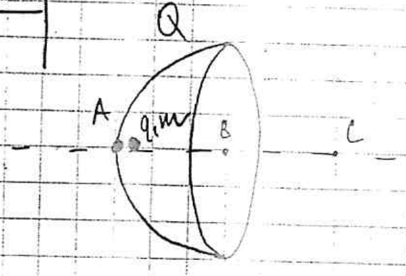
Вар. А-7

№3

Дано: v_B

$v_C - ?$

Решение:



Т.к. заряженная частица разгоняется эл. полем полусферы, то заряды частицы и полусферы противоположны по знаку.

Запишем з-н сохранения энергии:

1) от точки A до т. B: $q(\varphi_A - \varphi_B) = \frac{mv_B^2}{2} - 0$ (1)

2) от точки B до т. C: $q(\varphi_B - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2}$ (2)

q - заряд частицы, m - её масса

(1) + (2):

$$q(\varphi_A - \varphi_B) \cancel{= m} + q(\varphi_B - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2} + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$q(\varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2}$$

$$q(\varphi_A - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2}$$

З-н сохранения энергии при движении от т. A до т. C:

$$q(\varphi_A - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2} \quad (3)$$

(1) - (3): $q(\varphi_A - \varphi_B - \varphi_A + \varphi_C) = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_C^2}{2}$

$$q(\varphi_C - \varphi_B) = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_C^2}{2}$$

Пусть Q - заряд, который распределён по полусфере

$$\varphi_A = \frac{kQ}{2R} = \frac{\varphi_{сф}}{2}$$

$$\varphi_B = 0$$

$$q\frac{kQ}{2R} = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$\varphi_C = \sqrt{2}\varphi_A = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{kQ}{R}$$

$$\cancel{q\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{kQ}{R} - 0\right)} =$$

$$q\left(\frac{kQ}{2R} - \frac{kQ}{2R}\sqrt{2}\right) = \frac{mv_C^2}{2}$$

$$q\frac{kQ}{2R}(1 - \sqrt{2}) = \frac{mv_C^2}{2}$$

$$\frac{kqQ}{R}(1 - \sqrt{2}) = mv_C^2$$

$$v_C = \sqrt{\frac{kqQ}{R}(1 - \sqrt{2})}$$

это выр-ие положительно, т.к. $qQ > 0$.

Ответ: $v_C = \sqrt{\frac{kqQ}{R}}(1 - \sqrt{2})$

№1 (продолжение)

$L = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

В точке А: $v_{1x} = v_1 \cos\beta = v_1 \cos 45^\circ = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$v_{1y} = v_1 \sin\beta = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$v_{1y} = v_0 \sin\alpha - gt_1$

$v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = v_0 \sin\alpha - gt_1$

$v_{1x} = v_{0x} = v_0 \cos\alpha \Rightarrow v_0 \cos\alpha = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$(\times)\begin{cases} v_0 \cos\alpha = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ v_0 \sin\alpha = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + gt_1 \end{cases}$

$v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha = v_1^2 \cdot \frac{1}{2} + v_1 \frac{\sqrt{2}}{2} gt_1$

$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2} = \frac{1}{2} v_1 (v_1 + \sqrt{2} g t_1)$

$v_0^2 \sin 2\alpha = v_1 (v_1 + \sqrt{2} g t_1)$

Из-за симметрии параболы скорости тела в точках симметричных относительно вершины параболы равны между собой, $\Rightarrow v_1 = v_2 \equiv v$ (А и В симметричны относительно вершины параболы)

$\ominus\begin{cases} v_y = v_0 \sin\alpha - gt_1 \text{ (для точки А)} \\ -v_y = v_0 \sin\alpha - gt_2 \end{cases}$

$2v_y = gt_2 - gt_1 \Rightarrow v_y = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$ v_0

~~$v_0^2 \sin 2\alpha$~~ = Т.к. $v_y = v\frac{\sqrt{2}}{2}$, то $v\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$

$v = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} = v_1$

$v_0^2 \sin 2\alpha = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} (1 + \sqrt{2} g t_1)$

$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2} g}(1 + \sqrt{2} g t_1) = \frac{(t_2 - t_1)(1 + \sqrt{2} g t_1)}{\sqrt{2}}$

$L = \frac{v_1 (v_1 + \sqrt{2} g t_1)}{g} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}\, g}\left(\frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} g t_1\right)$

$L = \frac{g(t_2 - t_1)(g(t_2 - t_1) + 2gt_1)}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} g}$

$L = \frac{(t_2 - t_1) g (t_2 + t_1)}{2}$

$\boxed{L = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}}$

~~Ответ: $L = \frac{(t_2 - t_1)(1 + \sqrt{2} g t_1)}{\sqrt{2}}$~~

Ответ: $L = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$