

ШИФР

919

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

ПО Математике

В 11

классе

(наименование общеобразовательного предмета)

ШИФР

019

(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
+	+12	+	-	+
20	10	20	4	6

Сумма

60

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$2. y = (\arcsin x)(\arccos x)$$

$$1) y = \arcsin x$$

$$D(y) = [-1; 1]$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

$$2) y = \arccos x$$

$$D(y) = [-1; 1]$$

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq \pi \\ -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad y = (\arcsin x) \cdot (\arccos x)$$

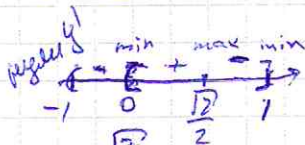
$$0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{при} \quad 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \quad 0 \leq x \leq 1.$$

$$y' = 0$$

где y' ?

$$\arcsin x = \arccos x$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



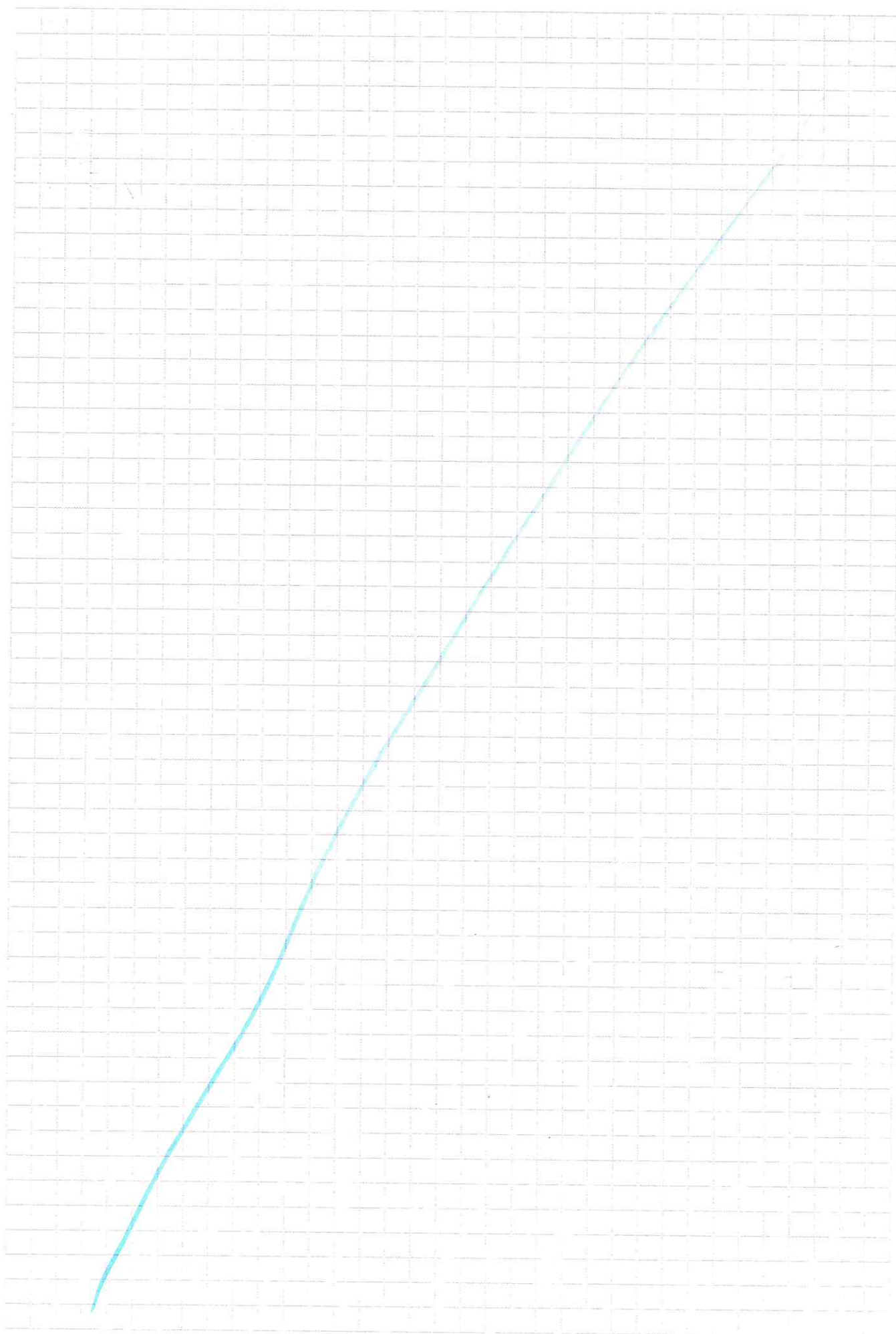
$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ - максимум функции
при $x=1$

$x=0$ - минимум функции *или?*

$$y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi^2}{16} - \text{максимальное значение}$$

$$y(0) = \arcsin(0) \cdot \arccos(0) = 0 - \text{минимальное значение}$$

$$\text{Ответ: } \boxed{0} \quad \frac{\pi^2}{16}.$$



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$\begin{aligned}
 1. & f(f(x)) < (f(x))^2, \text{ где } f(x) = 2x^2 - 1 \\
 & f(2x^2 - 1) < (2x^2 - 1)^2 \\
 & 2(2x^2 - 1)^2 - 1 < (2x^2 - 1)^2 \\
 & (2x^2 - 1)^2 - 1 < 0 \\
 & 4x^4 - 4x^2 + 1 - 1 < 0 \quad | : 4 \\
 & x^4 - x^2 < 0 \\
 & x^2(x^2 - 1) < 0 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 \geq 0 \\ -1 < x < 0; 0 < x < 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} x^2 \geq 1; \\ -1 < x < 1 \end{array}
 \end{aligned}$$

Ответ: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.

$$\begin{aligned}
 3. & \sqrt{x^3 + y} + \sqrt{y^3 + x} = \sqrt{x^3 + x} + \sqrt{y^3 + y} \quad | (1)^2 \Leftrightarrow 3: \\
 & x^3 + y + 2\sqrt{x^3 + y} \cdot \sqrt{y^3 + x} = x^3 + x + 2\sqrt{x^3 + x} \cdot \sqrt{y^3 + y} + y^3 + y \\
 & 2\sqrt{x^3 + y} \cdot \sqrt{y^3 + x} = 2\sqrt{x^3 + x} \cdot \sqrt{y^3 + y} \quad | (1)^2 \\
 & (x^3 + y) \cdot (y^3 + x) = (x^3 + x) \cdot (y^3 + y) \\
 & x^3 y^3 + x^4 + y^4 + yx = x^3 y^3 + x^3 y + y^3 x + xy \\
 & x^4 + y^4 - x^3 y - y^3 x = 0 \\
 & x^3(x - y) + y^3(y - x) = 0 \\
 & (y - x)(y^3 - x^3) = 0 \\
 & \begin{cases} y = x \\ y^3 = x^3 \quad | \sqrt[3]{} \end{cases} \\
 & \begin{cases} y = x \\ y = x \end{cases} \\
 & y = x \\
 \text{Ответ: да.}
 \end{aligned}$$

