ШИФР a 59

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников

БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике в 11 классе

(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Червяков Г.Д. (Григорий Дмитриевич)

Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ

Чистовик

ШИФР а59
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
+ ↓	+	+. ↑	∓	∓	63
18	20	13	8	4	

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

11.1 $f(f(x)) < (f(x))^2$, $f(x) = 2x^2 - 1$

$2x^2-1$ – симметрична относительно $x=0$

$g(x) = x^2$ – тоже симметрична $x=0 \Rightarrow$

$x \neq 0$ в точке $x=0$ ✗

$f(y) < y^2 \quad 2y^2 - 1 < y^2, \ y^2 < 1$

$2x^2 - 1 < 1$

$x^2 < 1$

$x < 1$

$x \in (-1;0) \cup (0;1)$

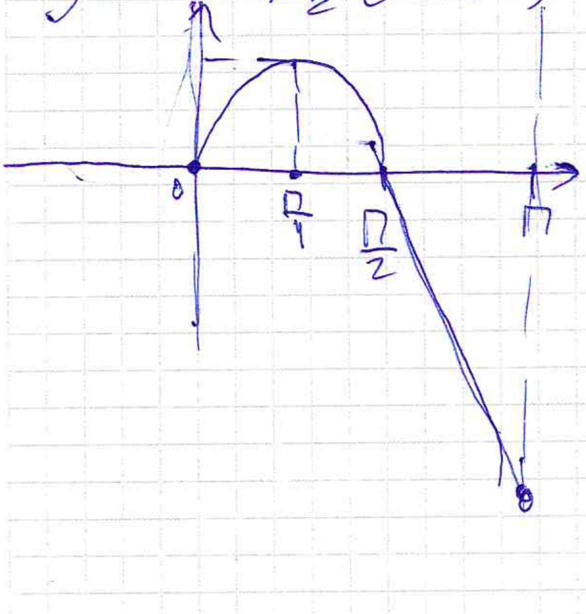
11.2. $y = (\arcsin x)(\arccos x)$

$\boxed{x \in [-1;1]}$

$y = \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(x)\right)(\arccos x) \quad \arccos x = t$

$t \in [0;\pi]$

$y = -t^2 + \frac{\pi}{2}t = f(x)$ t – монотонно убыв.



$\boxed{\max(f(x)) = \frac{\pi^2}{16}}$ +

$\boxed{\min(f(x)) = -\frac{\pi^2}{2}}$

1

11.3. $\sqrt{x^3+y}+\sqrt{y^3+x}=\sqrt{x^3+x}+\sqrt{y^3+y}$

$\geq 0 \qquad \geq 0$

$x^3+y+y^3+x+2\sqrt{x^3y^3+xy+x^4+y^4}=x^3+x+y^3+y+2\sqrt{x^3y^3+x^3y+y^3x+xy}$

$\geq 0 \qquad \geq 0$

$x^3y^3+xy+x^4+y^4=x^3y^3+x^3y+y^3x+xy \Rightarrow$

$x^4+y^4=x^3y+y^3x$

$x^3(x-y)=y^3(x-y) \Rightarrow (x^3-y^3)(x-y)=0$

$(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)=0$

Если $x\neq y$ тогда $x^2+xy+y^2=0$, а такое происходит только при $x=0$ $y=0$, значит можно утверждать, что только $x=y$.

+.1

Это надо доказать!

11.4. Возьмем тройку

3, 4, 5

умножим на 5

$3^2+4^2=5^2 \Rightarrow 15^2+20^2=625$

теперь будем домножать на 25^2 пока не достигнем 25^{2022}

$25^{2020}(15^2+20^2)=\cancel{625}\,25^{2022} \Rightarrow (25^{1010}\cdot 15)^2+(20\cdot 25^{1010})^2=25^{2022}$

Каким образом мы будем продолжать эту операцию

Если мы будем продолжать эту операцию и фиксировать числа где степень 25 кратна 2022, то у нас будут получаться новые числа, а ряд натуральных бесконечен. ч.т.д

+.

2

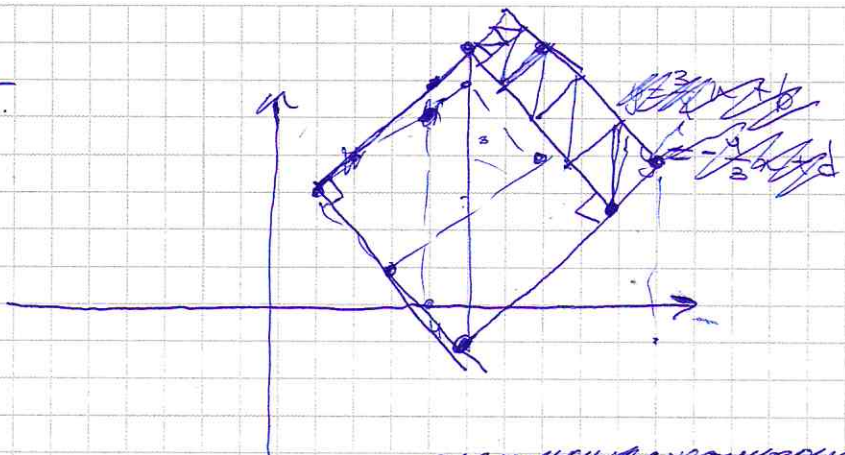
Олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ

ШИФР а59
(заполняется сотрудником секретариата)

Чистовик

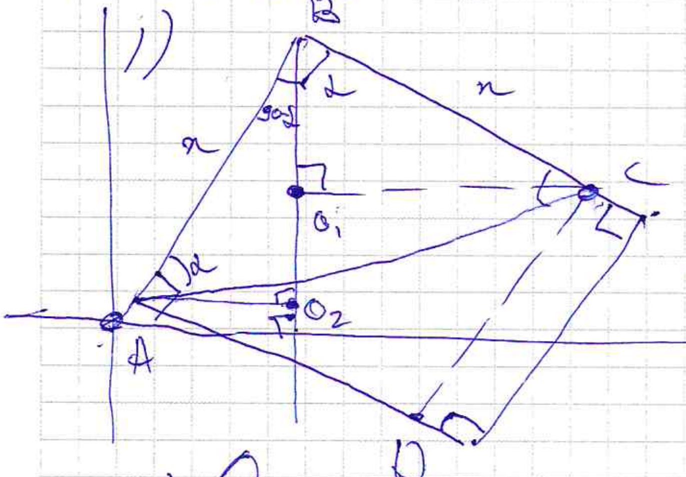
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

11.5.



1) Если отложить от точки угла прямоугольника точку симметричную биссектрисе угла, то она попадет неверно в целочисленные координаты, так мы будем продолжать откладывать наибольшие квадраты ~~и по алгоритму Евклида разделим наш прямоугольник на множество меньших.~~

1)



$\triangle ABO_2 = \triangle O_1BC$
катеты $\triangle ABO_2$ - целоч.
значит и координата O_1BC - целоч.

2) Отсекая от прямоугольника квадрат равный его меньшей стороне мы будем приходить в позицию из пункта 1), а ~~[illegible]~~ целочисл

3

числа, которые существуют между ~~ба~~ координатами прямоугольника конечное множество, значит в какой-то момент биссектриса попадет в другой угол и это будет квадрат. Ч.Т.Д.

4