ШИФР ____________________
(заполняется представителем Оргкомитета)

# Письменная работа

## Межрегиональная олимпиада школьников
## БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по Физике Дата проведения ____________
(наименование общеобразовательного предмета)

ФИО участника *(полностью)* Колобиов Илья Игоревич

Дата рождения 09.06.2005 Класс 11

Школа МБОУ Лицей №124 район ____________ город Барнаул

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

**Правила поведения**
Участник очного тура олимпиады **обязан**:
- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

***Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.***

Участнику олимпиады **запрещается**:
- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

***Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.***

***Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.***

**Оформление работы**
Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.
На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).
Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.
Нельзя делать исправления карандашом.
*Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.*

**С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен**

____________________
(подпись участника олимпиады)

| 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 15 | 5 | 15 | 55 |

*Олимпиада школьников*
**БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-
БУДУЩЕЕ НАУКИ**

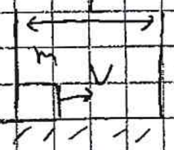
**Чистовик**

**ШИФР** ____________
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!



Задача №2.




Т.к. про трение между шайбой и столом ничего не сказано, то будем считать, что шайба гладкая. Тогда если придать ей скорость V, то она без сопротивления доедет до правой стенки коробки и передаст всю скорость коробке (т.к. массы шайбы и коробки равны.) По ЗСИ и ЗСЭ:

$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$ ; $mV = mV_1 + mV_2$

$\Downarrow$ $V_2 \geq V$

$\Downarrow$ $V_2 \leq V$

Значит $V_2 = V$, $V_1 = 0$ => шайба ударит стенку и остановится. Тогда поедет коробка с начальной скоростью V и ускорением торможения. Т.к. $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, то $ma = -F_{тр} = -\mu mg$

$a = -\mu g$. => Заметим, что коробка если доедет до шайбы, то левой стенкой ударит ее и передаст всю скорость что осталась, шайба поедет без трения и вновь отдаст ту же скорость коробке. Значит можно считать, что коробка погасит всю скорость трением по законам равноускоренного движения.

Для коробки:

$0 = V - \mu g t$, t - время движения коробки.

$S = Vt - \frac{\mu g t^2}{2} = \frac{V^2}{2\mu g}$ - путь коробки до остановки.

Т.к. шайба будет каждый раз проезжать путь L без трения, то ее путь - целое количество путей длины L, которое ехала коробка

Задача №2 (продолжение) 

Значит путь шайбы - целое количество $L$ от пути поробии.

Пусть $[z]$ - целая часть числа $z$.

Тогда если $S = \frac{V^2}{2\mu g}$ - путь поробии вообще, то

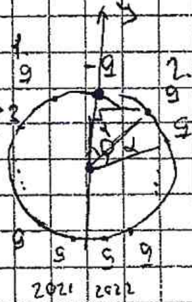
$S_2 = L \cdot \left[\frac{V^2}{2\mu g L}\right]$ - путь шайбы

Ответ: $S = \frac{V^2}{2\mu g}$ - путь поробии.

$S_2 = L \cdot \left[\frac{V^2}{2\mu g L}\right]$, где $[z]$ - целая часть числа

путь шайбы.

№3.




Т.к. всего 2023 точки, то угол $\alpha$ между двумя соседними $= \frac{360^\circ}{2023}$ или $\frac{2\pi}{2023}$ рад.

Т.к. ид. мех 2022 с зарядом $q$, то все они располагаются симметрично относительно оси через центр и $-q$. Значит посчитаем напряженность с которой действуют эти заряды на центр. Т.к. они симметричны относительно оси $y$ (центр; $-q$), то в сумме действуют только проекции на ось $y$. $E_0 = \frac{kq}{R^2}$

Заряды 1; 2 действуют суммарно, как: $E_{12} = -2E_0 \cdot \cos\alpha$

Заряды 3; 4: $E_{34} = -2E_0 \cos 2\alpha$.

. . . .

Заряды 2021, 2022: $E_{...} = -2E_0 \cos(1011\alpha) = -2E_0 \cdot \cos(\pi - \frac{\alpha}{2})$

Просуммируем все проекции от каждой пары:

$E_{\Sigma} = \int\limits_{\pi-\frac{\alpha}{2}}^{\alpha} -2E_0 \cdot \cos\alpha \cdot d\alpha = -2E_0 \cdot \sin\alpha \Big|_{\pi-\frac{\alpha}{2}}^{\alpha} = -2E_0 \cdot (\sin\alpha - \sin(\pi - \frac{\alpha}{2})) =$

$= 2E_0 \cdot (\sin(\pi - \frac{\alpha}{2}) - \sin\alpha) = \cancel{2E_0(\sin\frac{\alpha}{2} - \sin\alpha)}\ 2E_0(\sin\frac{\alpha}{2} - \sin\alpha) \approx$

$\approx -2E_0 \cdot \frac{\alpha}{2} = -\frac{E_0 \cdot 2\pi}{2023}$

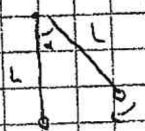
Задача №3 (продолжение)

$$E_{общ} = E_- + E_+ = E_0 - \frac{E_0 \cdot 2\pi}{2023} = \left(\frac{2023 - 2\pi}{2023}\right) E_0 \approx 0{,}997\, E_0$$

$$E_{общ} = \frac{0{,}997 \cdot k \cdot q}{R^2} = \frac{8973 \cdot 10^6 \cdot q}{R^2}$$

Ответ: $E_{общ} = \frac{8973 \cdot 10^6 \cdot q}{R^2} \approx \frac{kq}{R^2}$

Задача №4.



Т.к. отклонили на малый угол, то

$$mgL(1-\cos\alpha) + \frac{m w^2 L^2}{2} = 0$$

$$g \alpha \cdot \dot\alpha + L w \cdot \dot w = 0$$

$$\ddot\alpha = -\frac{g\alpha}{L}$$ – уравнение колебаний такого маятника.

Т.к. маятники одинаковые, то у них равны амплитуда и периоды. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Пусть $\alpha_2(t)$ – угол наклона маятника, который отпустили вторым.

$\alpha_2 = A\cos wt + B\sin wt$  Начало отсчета ведем с момента отпускания второго маятника.

$\alpha_2(0) = \Theta_0 = A$

$\dot\alpha_2(0) = 0 \Rightarrow B = 0$

$\Rightarrow \alpha_2 = \Theta_0 \cos(wt)$, где $w^2 = \frac{g}{L}$

Для первого маятника такая же амплитуда, но он следует по своей.

$\alpha_1(t) = \Theta_0 \cos(wt + \varphi_0)$. Т.к. $\alpha_1(0) = \frac{\Theta_0}{2}$, то

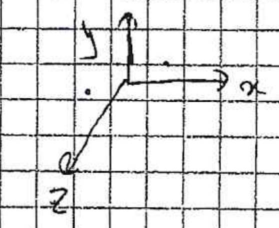
$\cos(wt + \varphi_0)(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ +

$\alpha_1(t) = \Theta_0 \cdot \cos(wt + \frac{\pi}{3})$

$\alpha_2(t) = \Theta_0 \cdot \cos(wt)$

Т.к. маятники колеблются в перпендикулярных плоскостях, то

Задача № 4 (продолжение)




$x_1 = L\sin(\alpha_1)$ $\quad$ $x_2 = \cancel{\dots}\ 0$

$y_1 = L\cdot\cos(\alpha_1)$ $\quad$ $y_2 = L\cdot\cos(\alpha_2)$

$z_1 = 0$ $\quad$ $z_2 = L\sin(\alpha_2)$

$R$ – расстояние между грузами

$$R^2 = x_1^2 + z_2^2 + (y_2-y_1)^2 = L^2\left((\sin^2\alpha_1) + \sin^2\alpha_2 + (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)^2\right)$$

Т.к. $\alpha_1$ и $\alpha_2 \le \Theta_0$, $\Theta_0$ – малый, то $\cos\alpha_1 \approx \cos\alpha_2 \approx 1$

$R^2 = L^2(\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2)$, т.к. нужно $R_{min}$, то

~~$\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2 \to \min$ $\sin^2(\Theta_0\cos(\omega t + \frac{\pi}{3}))$ + $\sin^2(\Theta_0\cos\dots)$~~

Тогда $\sin\alpha_1 \approx \alpha_1$; $\sin\alpha_2 \approx \alpha_2$

$R^2 = L^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \Rightarrow \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \to \min$

$\Theta_0^2(\cos^2(\omega t) + \cos^2(\omega t + \frac{\pi}{3})) \to \min$

$\cos^2\varphi + \cos^2(\varphi + \frac{\pi}{3}) \to \min$

$\cancel{2}\cos\varphi\sin\varphi + \cancel{2}\cos(\varphi+\frac{\pi}{3})\sin(\varphi+\frac{\pi}{3}) = 0$

$\cos\varphi\sin\varphi + \left(\frac{\cos\varphi}{2} - \frac{\sin\varphi\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sin\varphi}{2} + \frac{\cos\varphi\sqrt{3}}{2}\right) = 0$

$\frac{\cos\varphi\sin\varphi}{2} + \frac{\cos\varphi\sin\varphi}{4} - \frac{\sin^2\varphi\sqrt{3}}{4} + \frac{\cos^2\varphi\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sin\varphi\cos\varphi}{4} = 0$

$\sin 2\varphi + \sqrt{3}\cdot\cos 2\varphi = 0 \Rightarrow tg\,2\varphi = -\sqrt{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} = -60^\circ = 2\varphi$ (+).

$\varphi = -30^\circ \Rightarrow R^2_{min} = L^2\cdot\Theta_0^2\cdot(\cos^2(-30^\circ) + \cos^2(-30^\circ + 60^\circ))$

$R^2_{min} = L^2\cdot\Theta_0^2\cdot 2\cdot\cos^2(30^\circ) = L^2\Theta_0^2\cdot 2\cdot\frac{3}{4} = \frac{3}{2}L^2\Theta_0^2$ — max

$R_{min} = L\Theta_0\sqrt{\frac{3}{2}}$ ~~т.к. $\omega t = \frac{\pi}{6}$ ... $t = \frac{5\pi}{6}$~~

Т.к. $\omega t = \frac{11}{6}\pi \Rightarrow t = \frac{11}{6}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, если отсчет от начала движения второго маятника и $t + t_{\frac{\Theta_0}{2}}$,

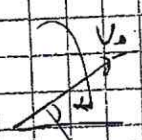
где $\alpha = \frac{\Theta_0}{2} = \Theta_0\cdot\cos\omega t_{\frac{\Theta_0}{2}} \Rightarrow \omega t_{\frac{\Theta_0}{2}} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_{\frac{\Theta_0}{2}} = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{L}{g}}$

$t + t_{\frac{\Theta_0}{2}} = \frac{13}{6}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ если отсчет от начала первого маятника

Задача № 4.

Ответ: $R_{min} = L\cdot\theta_0\sqrt{\frac{3}{2}}$ ; $t_1 = \frac{13}{6}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ – время когда $R_{min}$ достигается впервые считая от момента старта первого маятника.

Задача № 1.



$x_1; y_1$ – координаты тела 1.

$x_2; y_2$ – координаты тела 2:

$x_1: V_0\cos(t+\tau)$ $\qquad x_2: V_0\cos t$

$y_1: V_0\sin(t+\tau) - \frac{g(t+\tau)^2}{2}$ $\qquad y_2: V_0\sin t - \frac{gt^2}{2}$

$R^2_{min} = (x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 = V_0^2(\cos(t+\tau)-\cos t)^2 + (V_0(\sin(t+\tau)-\sin t) - \frac{g}{2}(\tau^2+2t\tau))^2$

$R^2 = V_0^2(\cos(t+\tau)-\cos t)^2 + (V_0(\sin(t+\tau)-\sin t) - \frac{g}{2}(2t\tau+\tau^2))^2$

~~$R^{2\prime} = \ldots$~~

$R^{2\prime} = V_0^2(-2\cos(t+\tau)\sin(t+\tau) + 2\cos(t+\tau)\sin t + 2\cos t\cdot\sin(t+\tau) - 2\cos t\sin t)$

$R^{2\prime} = 0 = V_0^2\cdot((\cos(t+\tau))^{2\prime} - (2\cos(t+\tau)\cos t)' + \cos t^{2\prime}) + V_0^2((\sin(t+\tau))^{2\prime} - (2\sin t\sin(t+\tau))' + \sin t^{2\prime})$

$-(V_0 g(\sin(t+\tau)-\sin t))(2t\tau+\tau^2))' + \frac{g^2}{4}(2t\tau+\tau^2)^{2\prime} = 0$

$0 = V_0^2(\cancel{2\cos(t+\tau)\sin(t+\tau)} + 2\cos(t+\tau)\sin t + \cancel{2\cos t\sin(t+\tau)} - \cancel{2\cos t\sin t} + \cancel{2\sin(t+\tau)\cos(t+\tau)}$

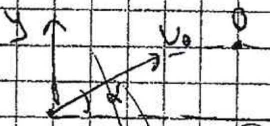
$-2\sin t\cos(t+\tau) - 2\sin(t+\tau)\cos(t+\tau) + \cancel{2\sin t\cos t}) - V_0 g(2t\tau+\tau^2)(\sin(t+\tau)$

$-\sin t)' + \frac{g^2}{4}\tau^2\cdot 4(2t+\tau) = -V_0\cdot(2t+\tau)\cdot(\cos(t+\tau)-\cos t) + V_0$

$(\sin(t+\tau)-\sin t)\cdot 2\tau + \frac{g\tau}{4}\cdot 4(2t+\tau) = 0$

$2g\tau t + g\tau^2 = V_0(2\tau(\sin(t+\tau)-\sin t) + (2t+\tau)(\cos(t+\tau)-\cos t))$

Задача №1.




Пусть $x_1 y_1$ – координаты тела 1

$x_2 y_2$ – координаты тела 2. $V_x = const = V_{x_1} = V_{x_2}$

Т.к. тело 1 летело время $\tau$, до того как запустили второе, то его $y$ будет уменьшаться значительно быстрее, чем $y_2$.

Значит минимальное расстояние между ними будет или когда у тела 1 в верхней точке или сразу после начала движения, если за $\tau$ тело 1 уже преодолело точку O.

Тогда $x_1 = V_0 \cos\alpha\, t$

$y_1 = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$ $\quad y = 0 \Rightarrow V_0 \sin\alpha = \frac{gt}{2}$

$t = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g} \Rightarrow t_{пред} = \frac{t}{2} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$

Значит при $\tau > t_{пред} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$

$R^2_{min} = x_1^2 + y_1^2 = (V_0 \cos\alpha\, \tau)^2 + \left(V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2}\right)^2$, за время $t = \tau$.

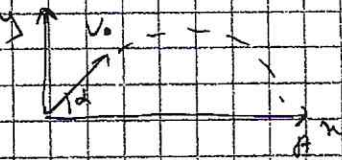
При $\tau < t_{пред} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$

$R_{min} = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (V_0 \cos\alpha \cdot \tau)^2 + \left(V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g}{2}(t_{пред}^2 - \tau^2)\right)^2$

при $t = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$ $\quad 2V_0 \sin\alpha\, \tau = gt^2 - 2gt\tau$

Ответ: для $\tau <$ $\quad t^2 - 2\tau t - \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}\tau = 0$

Задача 1



Пусть $x_1, y_1$ — координаты тела 1

$x_2, y_2$ — координаты тела 2.

Т.к. $V_x = const \Rightarrow V_{x_1} = V_{x_2}$, а

расстояние между телами — $R^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \Rightarrow$

$x = V_0 \cos\alpha \cdot t$

$y = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$ $\Rightarrow R^2 = (V_0 \cos\alpha\, \tau)^2 + \left(V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g((t+\tau)^2 - t^2)}{2}\right)^2$

Значит $R^2 \geq (V_0 \cos\alpha\, \tau)^2 \Rightarrow R_{min}$ при $V_0 \sin\alpha\, \tau = \frac{g((t+\tau)^2 - t^2)}{2}$

Это возможно ~~только~~ тогда, если тело 1 не пролетело точку

А за время $\tau$. Т.к. в А: $y = 0 \Rightarrow V_0 \sin\alpha = \frac{gt}{2}$, $t \neq 0$

$t_A = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$, если $\tau > t_A$, то ~~[illegible]~~

$R_{min}^2 = (V_0 \cos\alpha\, \tau)^2 + (V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g(\tau^2 - t^2)}{2})$ за $\tau$.

Если $\tau < t_A = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$, то $R_{min} = V_0 \cos\alpha\, \tau$, за

$t_A - \tau$

$2V_0 \sin\alpha\, \tau = gt^2 - 2gt\tau \Rightarrow t^2 - 2\tau t - \frac{2V_0 \sin\alpha\, \tau}{g} = 0$

$D = \left(4\tau^2 + \frac{8V_0 \sin\alpha\, \tau}{g}\right)$ $t_{1,2} = \frac{2\tau \pm \sqrt{4\tau^2 + \frac{8V_0 \sin\alpha\, \tau}{g}}}{2}$

$t = \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{2V_0 \sin\alpha\, \tau}{g}} = t_{пред}$.

Ответ: Если $\tau > t_{пред}$, то $R_{min} = \sqrt{(V_0 \cos\alpha\, \tau)^2 + (V_0 \sin\alpha\, \tau)^2} = V_0 \tau$

за время $\tau$ от начала полета тела 1

Если $\tau \leq t_{пред} = \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{2V_0 \sin\alpha\, \tau}{g}}$, то $R_{min} = V_0 \cos\alpha\, \tau$, за

время $t_{пред} = \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{2V_0 \sin\alpha\, \tau}{g}}$ от начала полета тела 1.

$2V_0\sin\alpha\,\tau = gt\tau + \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2V_0\sin\alpha}{g} - \frac{\tau}{2} = t_{пред}.$

Ответ: ~~Если $\tau \geq t_{пред}$, то $R_{min} =$ [illegible] за время $\tau$ после начала полёта тела.~~

Если $\tau \leq t_{пред}$, то $R_{min} = V_0\sin\alpha\cdot\tau$, за время $\tau \to t_{пред} = \frac{2V_0\sin\alpha}{g} + \frac{\tau}{2}$ после начала полета.

Если $\tau \geq t_{пред}$, то $R_{min} = \sqrt{(V_0\cos\alpha\,\tau)^2 + \left(V_0\sin\alpha\,\tau - \frac{g\tau^2}{2}\right)^2}$, за время $\tau$ после начала полета