



ШИФР

11-37

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике Дата проведения 22.01.2023
(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Вейсман Вадим Сергеевич

Серия и номер паспорта

Дата рождения Класс 11

Школа № 29 район город Видзисполь

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Все виды шпательков изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпательки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

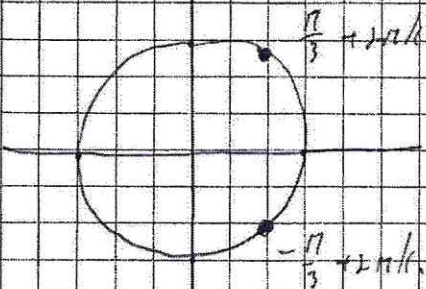
Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

11.1.

$$2 \cos(\cos x) > 1$$

$$\cos(\cos x) > \frac{1}{2}$$



Вспользувшись
единичной окружностью
получим.

$$\cos x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right]; k \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

$$\pi \approx 3,14 \Rightarrow -\frac{\pi}{3} < -1 < 1 < \frac{\pi}{3}$$



Так как по определению $\cos x \in [-1; 1] \Rightarrow$

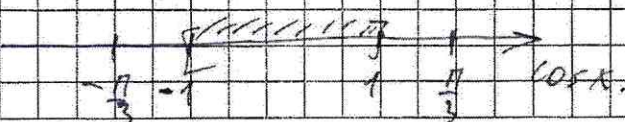
При $k \neq 0$ в промежутке (1) не

выходит промежуток $[-1; 1] \Rightarrow$

При $k \neq 0$ нет решений \Rightarrow

$$k = 0. \Rightarrow \cos x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]. \text{ В этом}$$

случае промежуток $[-1; 1]$ полностью
принадлежит $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Таким образом, я придумаю
метод как решить эти
прямые задачи. Так чтобы
у них не было общ. точек
для всех их. Это же. доказательство

того что не обязательно не
всесть общ. точки,

Необходимо лишь рассмотреть
их так чтобы точки пересечения
сторон были внутри нового
паралл. и так можно доказать
сколько угодно паралл.

Ответ: нет, не обязательно.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$11. \} 1) S = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r - p \cdot r \Rightarrow$$

$$r = \frac{2S}{a+b+c} \quad p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$2) R = \frac{abc}{4S}$$

$$3) \frac{R}{r} = \frac{\frac{abc}{4S}}{\frac{2S}{a+b+c}} =$$

$$= \frac{abc(a+b+c)}{8S^2} =$$

$$= \frac{abc(a+b+c)}{2r(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

$$= \frac{2abc}{(a+b+c-2a)(a+b+c-2b)(a+b+c-2c)}$$

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$= \frac{abc}{(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)}$$

$$S^2 = r(r-a)(r-b)(r-c)$$

Формула Брона \Rightarrow

$$\frac{R}{r} = \frac{abc}{2r(r-a)(r-b)(r-c)}$$

$\cdot \frac{1}{2}$

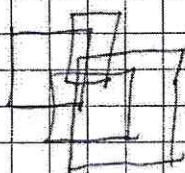
числитель и знаменатель рациональные

\rightarrow и $\frac{R}{r}$ — рациональное.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

~~только либо со 2 либо с 1.~~

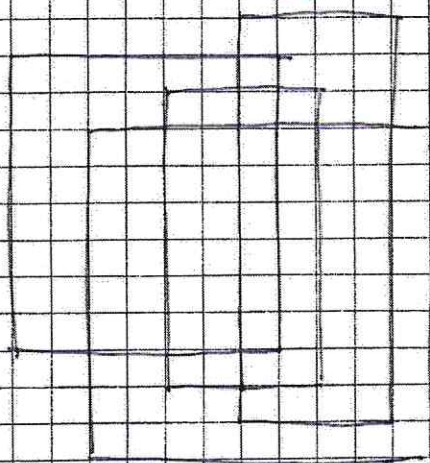
11.4 Нет, это не абстрактно



- это вид сверху

Можно разместить параллельно.

так чтобы у каждой пары
есть общ. точка но нет точки,
которые принадлежат всем
парам. Главное чтобы у них
был разный размер элем.



и так далее
это вид сверху.

Можно абстрактно
любопычно меня
правильно разместить
и общ. точки

где все не будет.

начальное соотношение
о проекции —
продолжается нет

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

11.5. 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

а) Из условия следует, что у 1

могут быть соседние только 4 и 6

т.е. 416 или 614

Если записать правильно:

| | | | | |
|---------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | → | 416 | 614 | 416 |
| 2 | → | 527 | 725 | 527 |
| 3 | → | 638 | 836 | 638 |
| 10 | → | 5107 | 7105 | 5107 |
| 11 | → | 6118 | 8116 | 6118 |
| 12 | → | 5127 | 7125 | 5127 |
| 9 | → | 694 | 496 | 496 |

б) 527 638 416
5107 6118 496

Для того чтобы составить наше го-
вительство из условия необходимо
составить эти группы чисел.

Но так как число 6 встречается
4 раза то у нас при составлении
групп в которых есть число 6.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Для обобщенных троек у нас
получается 6 чисел, но 2 ряда
и их можно записать одним
одним числом. Например

5 2 7 7 10 5 \rightarrow 5 2 7 10 5

4 8 6 6 9 4 \rightarrow 4 16 9 4

получаем.

Так как у этих чисел на концах
одинаковые числа \Rightarrow одно число
нужно убрать и разрезать
это на одно из концов

Но так как число 6 встречается
и разе то оно будет внутренним

в результирующей последовательности
2 ряда \Rightarrow Таким образом
из 1... 11 числа убрать.

не это нужно убрать
цифры как бы в вершинах (числа)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

б) $\begin{matrix} 5 & 2 & 7 & & 6 & 3 & 8 & & 4 & 1 & 6 \\ 5 & 10 & 7 & & 6 & 11 & 8 & & 9 & 12 & 7 \end{matrix}$

($12 \rightarrow 9 \ 12 \ 7 \quad 7 \ 12 \ 9 \quad 7 \ 9 \ 12 \ 9$)

А в пункте б) все числа встречаются
меньше чем 4 раза \Rightarrow

Можно считать выполнимостью
удовлетворения условия задачи.

Например

$\underbrace{10 \ 5 \ 2 \ 7 \ 12 \ 9 \ 4 \ 1 \ 6 \ 11 \ 8 \ 3}$

или ещё:

$2 \ 5 \ 10 \ 7 \ 12 \ 9 \ 4 \ 1 \ 6 \ 11 \ 8 \ 3$

И таким образом можно составить
многожество выполнимостей,
которые будут удовлетворять усло-
вию задачи.

Ответ: б) Можно.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Значит, при любых x $\cos x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$$\text{т.е. } 2 \cos(\cos x) > 1 \Rightarrow$$

Значит, данному уравнению удовлетворяют
все $x \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$

11.2

$$(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x - (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x = \sqrt{2022}$$

$$(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x = 2\sqrt{2022} + (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x$$

Левая часть уравнения это показательная функция, т.к. $\sqrt{2023} + \sqrt{2022} > 1 \Rightarrow$

Левая часть уравнения это возрастающая
показательная функция.

Правая часть уравнения это число +
показательная функция.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$(\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^2 = 2023 - 2\sqrt{2023}\sqrt{2022} +$$

$$2022 > 2023 + 2\sqrt{2023}$$

$$2023 > 2022 + 2\sqrt{2023} + 1$$

Обе части неравенства больше нуля \Rightarrow

$$\sqrt{2023} > \sqrt{(\sqrt{2022} + 1)^2}$$

$$\sqrt{2023} > \sqrt{2022} + 1$$

$$\sqrt{2023} - \sqrt{2022} > 1 \Rightarrow$$

Левая часть уравнения это число +
монотонно возрастающая функция

$$\text{Но так как } \sqrt{2023} + \sqrt{2022} > \sqrt{2023} - \sqrt{2022}$$

\Rightarrow Производные левой части всегда

больше производной правой части,
т.е. все функции $y = (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x$

$$\text{и } y = 2\sqrt{2022} + (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x$$

имеют 1 общую точку т.е. одно решение

\Rightarrow

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Значит, после того как эту
функцию пересканишь и ф.к. левая
возрастает быстрее правой части \Rightarrow
После пересечения левая часть
всегда будет больше правой части.

Методом подбора, можно найти
корень $x = 1$

В силу вышесказанного это единственное
решение данного уравнения.

Ответ: 1

Примечание: в исходном уравнении из-за
того что $\sqrt{2023} + \sqrt{2022} > \sqrt{2023} - \sqrt{2022}$
левая часть уравнения возрастает
Значит, по теореме о единственности
корня у этого уравнения 1 решение,
его можно найти подбором $x = 1$.

Это как бы 2 пути решения.

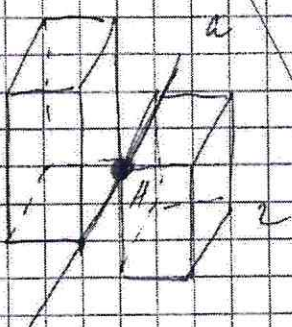
Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

11.4 Пусть число параллельных
равно n ($n \in \mathbb{Z}$)

Рассмотрим первый и второй паралл.

У них есть общая точка и

так как их ребра совп. параллельны



Значит их совп.

ребра лежат на

одной прямой. На

нашем рисунке это

прямая a . И так как параллельны
прямые, не существует

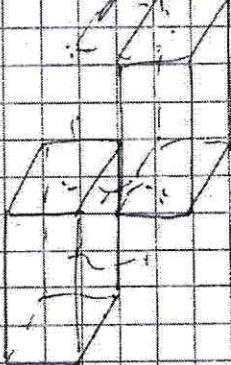
Мы не сможем добавить еще

одну паралл. так чтобы она имела

общую точку и с 1 паралл. и со 2

Враждебный случай когда 3 паралл. не

принадлежат π (общая точка для $n \geq 2$)



Вот еще пример

Еще 3 паралл. не принадлежат.

общие точки 1 и 2 но

он имеет общие точки