

ШИФР

11-19
(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо математике Дата проведения 22.01.2023
(наименование общеобразовательного предмета)Фамилия И.О. участника Ноздреватых Роман РостиславовичСерия и номер паспорта Дата рождения _____ Класс 11Школа № 12503, СШ район Киевский город Симферополь**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Все виды шпательков изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рванные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;

- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпательки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

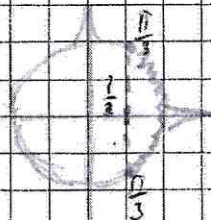
Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

✓ 11.1

$$2 \cos(\cos x) > 1$$

$$\cos(\cos x) > \frac{1}{2}$$



Множество решений

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x < \frac{\pi}{3} \\ \cos x > -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Решение
да? нет?
 $\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \cos x \in [-1, 1], \text{ а } \left| \pm \frac{\pi}{3} \right| > 1, \text{ то}$$

$$\begin{cases} \cos x \leq 1 \\ \cos x \geq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

Ответ: x — любое число

✓ 11.2

$$(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x - (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x = \sqrt{8038}$$

$$\text{т.к. } (\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x (\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x = (2023 - 2022)^x = 1^x = 1, \text{ то}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x = \frac{1}{(\sqrt{2023} - \sqrt{2022})^x} = \frac{(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x}{(\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x} = 2\sqrt{2022}$$

$$\text{Пусть } (\sqrt{2023} + \sqrt{2022})^x = t, \text{ тогда}$$

$$t - \frac{1}{t} = 2\sqrt{2022} \quad | \cdot t \neq 0$$

$$t^2 - 1 = 2t\sqrt{2022}$$

$$t^2 - 2t\sqrt{2022} - 1 = 0$$

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$$\Rightarrow t = \frac{2\sqrt{2022} \pm \sqrt{4038+4}}{2} = \sqrt{2022} \pm \sqrt{2023}$$

Обратная замена:

$$1) (\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^x = (\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$2) (\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^x = (\sqrt{2022} - \sqrt{2023})^1$$

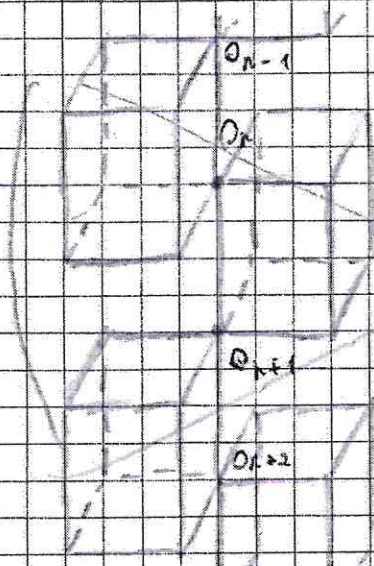
$$(\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^x = (\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^{-1} \cdot (-1) \quad | : (\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^{-1}$$

$$(\sqrt{2022} + \sqrt{2023})^{x+1} = -1$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

Ответ: $x = 1$

W 11.4



Пусть параллелепипеды находятся в пространстве по схеме на рисунке, где O_n — точки касания. В таком расположении каждая пара имеет общую точку и все ребра соответственно параллельны, но ~~не~~ все параллелепипеды не имеют общую точку.

\Rightarrow это не обязательно будет. Ч.м.д.

W 11.3

а) Пусть a, b, c — стороны треугольника

$$\Rightarrow R = \frac{abc}{4S}; S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{\frac{abc}{4S}}{\frac{S}{p}} = \frac{abc \cdot p}{4S^2}; S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\Rightarrow \frac{abc}{4(p-b)(p-a)(p-c)}, \text{ т.к. } a, b, c \text{ — радиусы, то } abc \text{ — радиус, } p \text{ — радиус.}$$

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$\Rightarrow 4(p - a)(p - b)(p - c)$ — радиан.

$\Rightarrow \frac{abc}{4(p-a)(p-b)(p-c)}$ — тоже радианально

$\Rightarrow \frac{p}{r}$ — радиан. Ч.м.г. 7/2

11.4

Отвечая, что если n параллельных. Общих точек, то их не может быть больше 8.

т.к. каждая пара параллельных должна иметь общую точку и параллельные ребра, то

1) Если у нас 2 параллельных, то они всегда имеют общую точку \Rightarrow все паралл. имеют общую точку

2) Если у нас 3 паралл., то они тоже всегда будут иметь общую точку, ведь все ребра имеют соответственное направление

3) Если у нас n паралл., то больше или n паралл., то у нас всё равно не получится их разместить по условию без общей точки.

\Rightarrow Всегда и меньш. паралл. будет общая точка Ч.м.г.

11.5

а) Сделаем таблицу таких чисел, которые разлагаются на 3 или на 5:

число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
на 3	4	5	6	1	2	8	3	9	10	5	11
на 5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6

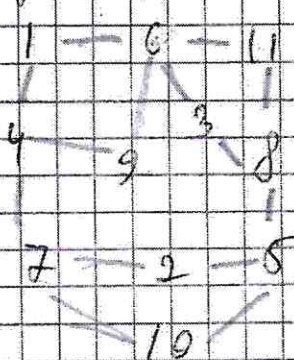
\Rightarrow Если строить граф, то ^{все} возможные последовательности будут заданы -

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Важно, но ~~каждый переход~~ состоящий из ~~двух~~ ~~переходов~~ не будет считаться ~~одним~~ ~~переходом~~, т.к.

~~каждый~~ не будет (т.к. некоторые числа имеют лишь два варианта перехода) ~~или~~ ~~указываются~~ ~~из~~ ~~всех~~ ~~чисел~~.

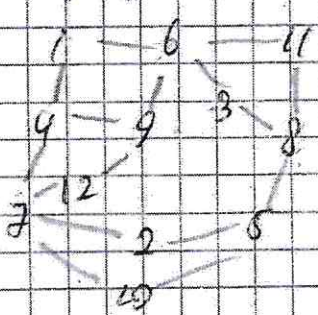
В) 1 — 6 — 11 \Rightarrow т.к. нельзя перейти на ~~те~~ все числа по одному разу, то и ~~нельзя~~ составить последовательность ~~нельзя~~ 2-м.г.



Г) Таблица:

число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
на 3	4	5	6	1	7	2	8	3	9	10	11	12
на 5	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7

Граф:



Здесь акцентная ситуация, т.к. все еще остались числа (3;11) и (2;10), которые имеют лишь два варианта перехода, однако если на ~~из~~ ~~3~~ ~~и~~ ~~2~~ ~~появятся~~ еще один вариант,

из-за которого можно создать последовательность (например, 2 5 10 7 12 9 4 1 6 3 8 11) +

Ответ: такое возможно