



ШИФР

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо Математике Дата проведения 26.01.2024
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Хасанов Адамсаялла РашидовичДата рождения _____ Класс 11Школа № 4 район Воскобовский город Кудань

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил
поведения и т.д.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по
письменному заявлению после истечения времени,
предусмотренного на подачу и рассмотрение
апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист
«Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для
черновых записей, можно писать или синей, или
фиолетовой, или черной пастой (чернилами),
одинаковой во всей работе (при необходимости смены
цвета пасты (чернил), следует обратиться за
разрешением к представителю оргкомитета
олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах,
на которых имеются рисунки или записи, не
относящиеся к выполняемому заданию, а также записи
не на русском языке, и любые другие пометки,
которые могут идентифицировать участника, на
проверку не поступают и претензии по этим заданиям
(задачам) не принимаются. На проверку не поступают
также листы, подписанные участником, листы, на
которых имеются записи карандашом (кроме
рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и
рванные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены
карандашом, то при шифровке работы карандашные
исправления будут стерты и на проверку поступит
работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами
оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;

- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

1	2	3	4	5	Σ
\pm	+	$\frac{1}{2}$	+	+	
12	20	10	20	20	82

Handwritten marks: "Всего 82", "12", "20", "10", "20", "20", "82" and some scribbles.

Числовой

12 | К корни $x \in [0; 24) \Leftrightarrow \frac{11\pi}{24} x \in [0; 11\pi)$

$\frac{11\pi}{24} x = t$ какому решению относительно t будет соответствовать равно \neq значение x

$|\sin t| = a$ если $a = 0$: $\sin t = 0$ $t = \pi k$ $k \in \mathbb{Z}$
будут подходить $t = 0, \pi, 2\pi, \dots, 10\pi$ — 11 штук

если $a \in (0; 1)$: $\sin t = \pm a$ $t = \frac{\pi}{2} + \pi k$ $k \in \mathbb{Z}$

будут подходить $t = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \dots, \frac{21\pi}{2}$

их кол-во соответ-ет $2, 4, 6, \dots, 22$

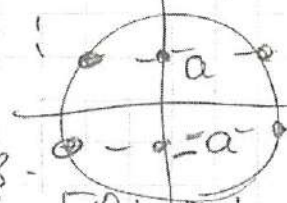
кач-во точек посчит $1, 3, 5, 7, \dots, 21$

то количество такое же как у $2, 4, 6, \dots, 22$

— такое же как у $1, 2, 3, \dots, 11 \Rightarrow 11$ штук.

если $a \in (0; 1)$ то $\sin t = \pm a$

изобразим это на триг. окруж-ти:



несомненно видеть, что какому промежутку $[2\pi k; 2\pi(k+1))$ будет соответ-овать 4 решения, таких 5 штук: $[0; 2\pi)$, $[2\pi; 4\pi)$, $[4\pi; 6\pi)$, $[6\pi; 8\pi)$, $[8\pi; 10\pi)$ то есть уже 5-6 = 20 реш. на $[10\pi; 11\pi)$ будет два решения, видно по окружности. Итого $20 + 2 = 22$

Ответ: $a \in [0; 1]$: 11 реш, $a \in (0; 1)$ — 22 реш-я.

13 | $x^2 y^2 < 2 - xy \Leftrightarrow x^2 y^2 + xy - 2 < 0 \Leftrightarrow$

$$(xy - 1)(xy + 2) < 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{-1} < xy < 1$$

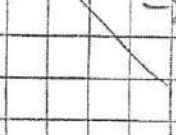
то есть $\begin{cases} xy > -2 \\ xy < 1 \end{cases}$

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

Задача 1. 10 баллов

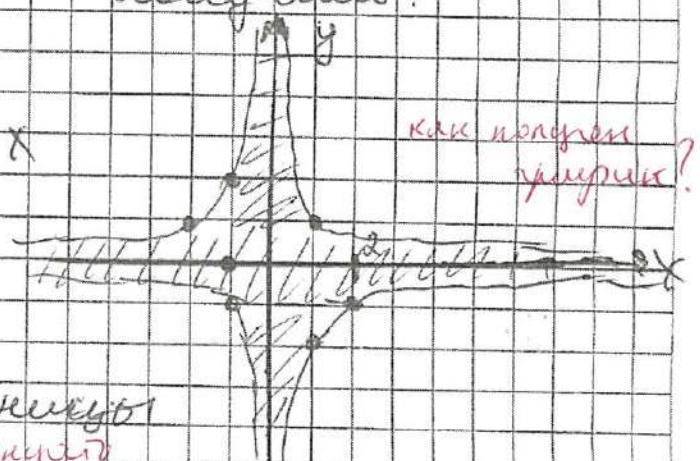
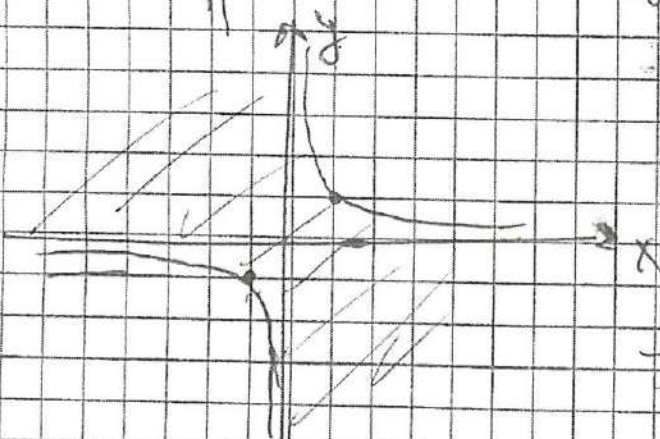
$$xy > -2$$

рассмотрим равенство $xy = -2$
очевидно, что точка $(0; 0)$
удовлетворяет неравенству
при проходе через
равенство знак будет меняться
значит подходит зона включения



Аналогично изобразим $xy < 1$

в системе
полюсов!



как полуплоскости?

подходит закрашенная
зона не включаемая границы

Очевидно, что любую точку можно
соединить с точкой $(0; 0)$ и она
соединена с обеими точками и они
будут соединены ломаной из двух
звеньев

из условия: $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = x$, где x — рациональный
будем идти от того, что возможно противное
 $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = x - c\sqrt{6} \Rightarrow 2a^2 + 3b^2 + 2\sqrt{6}ab = x^2 + 6c^2 - 2xc\sqrt{6}$
(когда $a=b=c=0$)



Вариант

Бланк ответов №2

ak-10

Шифр

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

числовик продолжение 14.
получим что $2\sqrt{b}(av+xc) = x^2 + 6c^2 - 2a^2 - 3b^2$ (1)
то есть $2\sqrt{b}(av+xc)$ — число рациональное
 $2\sqrt{b}$ — иррац. $\Rightarrow av+xc$ — иррац. или 0
первое невозможно $\Rightarrow av+xc \neq 0$ если
 $c \neq 0$ то или a или b равно нулю но
в таком случае получим в исходном равенстве
что рац. число (a или b) умнож. на иррац.
($\sqrt{2}$ или $\sqrt{3}$ соотв.) будет равно рац. (x)
 \Rightarrow оставши из чисел тоже 0 получим
то что иррац. доказат (2). Если $c \neq 0$
то $x = av$ и перепишем (1) равенство
используя это $x^2 + 6c^2 - 2a^2 - 3b^2 = 0$
 $x^2 + 6c^2 = 2a^2 + 3b^2$ $x = av \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{a^2 b^2}{c^2} + 6c^2 = 2a^2 + 3b^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a^2 b^2 + 6c^4 = 2a^2 c^2 + 3b^2 c^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3c^2(2c^2 - b^2) = a^2(2c^2 - b^2)$
если $2c^2 - b^2 = 0$ то $\sqrt{2}|c| = |b|$ это
~~невозмо~~ возможно только при $c = b = 0$ т.к.
в ином случае слева число иррац. а справа рац.
и если $c = b = 0$ то и $a = 0$ по доказан
ному (а) изначит $2c^2 - b^2 \neq 0$ но тогда
 $3c^2 = a^2 \Rightarrow \sqrt{3}|c| = |a|$ аналогично
выполнимо только при $c = a = 0$ и по доказ-ву
(2) $b = 0$. Мы разобрали все случаи и



Вариант

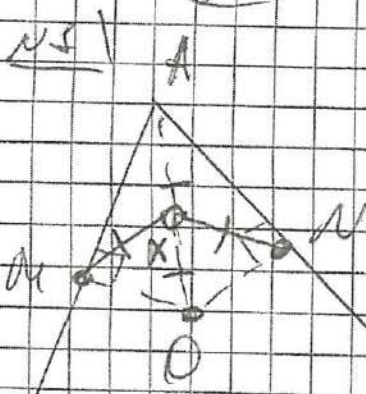
Бланк ответов №2

1.2-10

Шифр

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

и в каждом из них получим $a = b = c = 0$
ответ: да



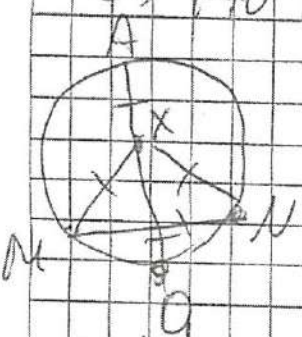
т.к. ~~если~~ M, N - точки касания, то
 $\angle AMO = 90^\circ$, $\angle ANO = 90^\circ$

Отметим середину AO - точку X
~~тогда MN~~ Заметим, что
AMON - вписанный
($\angle AMO + \angle ANO = 180^\circ$)

тогда AO - диаметр окр.-ти с
с центром в точке X (т.к. $\angle AMO = 90^\circ$)

тогда $XN = XM$ как радиусы. ~~Более того~~ еще
из условия $AO = 2MN \Rightarrow MN = \text{радиус}$

$\Rightarrow MN$ равен радиусу этой окр.-ти
получим, что MXN - равносторонний \Rightarrow
 $\angle MXN = 60^\circ \Rightarrow \angle MAN = 30^\circ$
(вписанный равен половине
центрального)



Ответ: 30°

Пропустим случай, когда
и X не лежит на прямой MN.

№	1	2	3	1	2	3	1	2
1	4	5	6	4	5	6	4	5
2	7	8	9	7	8	9	7	8
3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	4	5	6	4	5	6	4	5
5	7	8	9	7	8	9	7	8
6	1	2	3	1	2	3	1	2
7	4	5	6	4	5	6	4	5

Раскроем доску в 3
цветов (каждая цифра на
доске означает свой цвет)
Заметим, что каждая фигура
имеет концы (т.е. две
клетки, между которыми есть
связь) строго в одном
из цветов (т.е. концы одного цвета)

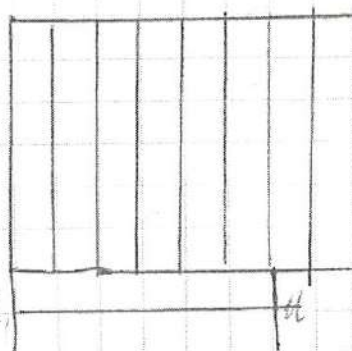
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

известно
Теперь теперь посчитали количество кнопок
каждого отдельного цвета:
далее в 3 столбца
выписали все значения
каждого количества при
делении на 2
так как каждый из данных
имеет кнопки сразу внутри
одного цвета, то таким
образом в третьей
таблице мы для каждого
цвета посчитали
максимальное количество кнопок
имеют в нем кнопки. Складываем все числа
из третьего столбца получим число 30. Это
и есть максимальное возможное количество
кнопок на всей доске. Печатаем, что 30
достигнуто; Рассмотрим число 4×6 ;

Цвет	Количество	Ценз.
1	9	4
2	9	4
3	8	3
4	9	4
5	9	4
6	6	3
7	4	3
8	6	3
9	4	2

(123123) В ней можно поместить 3 дупла
(цифры означают цвет) Разобьем доску;

дуплом, каждый цвет
который будет наверху
(т.е. такие, которых
еще нет на доске)
Всего 10 номеров, в
каждом по 3 дупла \Rightarrow
 \Rightarrow 30 дупла достиг
нимо.



получим
10 показаний
показов
 1×6
(или 6×1)
В каждую
из кнопок
было показано

ранее помещен по 3

Ответ: 30

