



ШИФР

акр-7

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по Математике
(наименование общеобразовательного предмета)Дата проведения 21 января 2024ФИО участника (полностью) Савицкий Кирилл Андреевич

Дата рождения _____

Класс 11Школа № КГАОУ "Школа космонавтики" район Мелекесский город Красноярск

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени,

предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№11.5 (Продолжение).

Пример:

1	2	3	1	2	3	4	5
22	23	24	22	23	24	6	7
20	21	25	29	30	25	8	9
18	19	26			26	4	5
17	16	27			27	6	7
20	21	28	29	30	28	8	9
18	19	14	10	11	14	10	11
17	16	15	12	13	15	12	13

Одинаковыми числами обозначены квадраты, составляющие 1 дугу.

Тогда максимальное число дуг - 30.

Ответ: 30.

№11.2

$$|\sin(\frac{11\pi}{24}x)| = a \quad ; \quad x \in [0; 24) \quad a \in [0; 1]$$

$|\sin x|$ за 1 оборот ($x \in [0; 2\pi]$) принимает каждое значение $\in (0; 1)$ 4 раза, а значения $\{0; 1\}$ - 2 раза. Тогда за четверть-оборот ($x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ или $x \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$) $|\sin x|$ принимает каждое значение $\in (0; 1)$ 1 раз, а за полуоборот ($x \in [0; \pi]$ или $x \in [\pi; 2\pi]$) принимает значения $\{0; 1\}$ 1 раз.

при $x \in [0; 24)$: $\frac{11\pi}{24}x \in [0; 11\pi)$
то есть $\frac{11\pi}{24}x$ совершает 11 полуоборотов и 22 четверть-оборотов. Тогда для $a \in (0; 1)$ - 22 ~~раза~~ ^{корня}, а для $a \in \{0; 1\}$ - 11 ~~раза~~ ^{корней}.

Ответ: При $a \in (0; 1)$ - 22 корня, при $a \in \{0; 1\}$ - 11 корней.

№11.4

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} \quad ; \quad 1) \text{ Пусть } a = 0: \quad b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = \sqrt{3}(b + c\sqrt{2})$$

Т.к. b, c - рациональные, $b + c\sqrt{2}$ - иррац. с подкор. вычл. 2, взаимно простое с 3. Тогда $\sqrt{3}(b + c\sqrt{2})$ иррац.
 $b = 0; c = 0.$

2) $c = 0$; $a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ - рац. т.к. 2 и 3 взаимно просты; $a = 0, b = 0.$

При $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$:

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot (a + c\sqrt{3}) + b\sqrt{3} = \sqrt{2} \cdot (a + c\sqrt{3}) + c\sqrt{3} \cdot \frac{b}{c} + a \frac{b}{c} - a \frac{b}{c} = (\sqrt{2} + \frac{b}{c})(a + c\sqrt{3}) - a \frac{b}{c} - \text{рациональное.}$$

Тогда $(\sqrt{2} + \frac{b}{c})(a + c\sqrt{3})$ - рациональное. Т.к. $\sqrt{2} + \frac{b}{c}$ иррац., $a + c\sqrt{3}$ - иррац., 2 и 3 (подкоренные выражения) взаимнопросты, $(\sqrt{2} + \frac{b}{c})(a + c\sqrt{3})$ иррац. (противоречие).

Тогда единственно верное утверждение: $a = b = c = 0$.

Ответ: да, конечно.

Это нужно обосновать!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№ 11.3

а) $x^2 y^2 < 2 - xy$; $x^2 y^2 + xy - 2 < 0$;

$(xy + 2)(xy - 1) < 0$

1) При $x = 0$: $xy = 0$; $(xy + 2)(xy - 1) = -2 < 0$

Тогда $y \in \mathbb{R}$.

2) При $x \neq 0$:

$x^2 \left(y + \frac{2}{x}\right) \left(y - \frac{1}{x}\right) < 0$; $\left(y + \frac{2}{x}\right) \left(y - \frac{1}{x}\right) < 0$

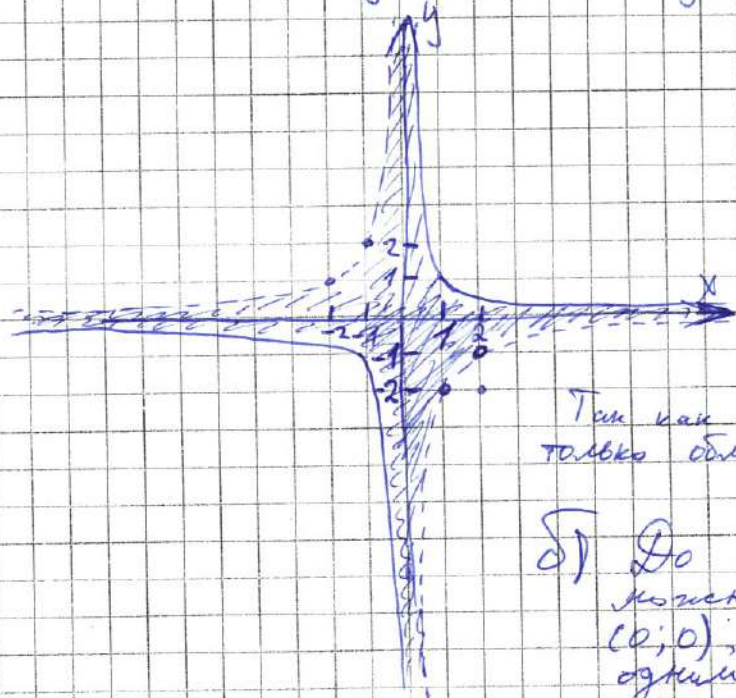
Тогда или $\begin{cases} y + \frac{2}{x} < 0 \\ y - \frac{1}{x} > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} y + \frac{2}{x} > 0 \\ y - \frac{1}{x} < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y + \frac{2}{x} < 0 \\ y - \frac{1}{x} > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y < -\frac{2}{x} \\ y > \frac{1}{x} \end{cases}$

Область решений
под графиком $y = -\frac{2}{x}$ и
над графиком $y = \frac{1}{x}$

$\begin{cases} y + \frac{2}{x} > 0 \\ y - \frac{1}{x} < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y > -\frac{2}{x} \\ y < \frac{1}{x} \end{cases}$

Область решений
под графиком $y = \frac{1}{x}$ и
над графиком $y = -\frac{2}{x}$



условные обозначения:

--- - график $y = -\frac{2}{x}$

--- - график $y = \frac{1}{x}$

/// - решения неравенства

Так как неравенство строгое, подходит только область между гиперболами.

б) До любой точки гиперболой можно добраться из точки $(0;0)$, не пересекая гиперболу, одним отрезком.

Тогда ~~или~~ из т.а) в т.б)
Между гиперболами можно попасть, если 1) соединить т.а и т. $(0;0)$
2) соединить т. $(0;0)$ и т.б)

это можно доказать

$\angle A = ?$

A hand-drawn diagram of a 4x4 grid. The numbers 2, 1, 3, and 4 are written in the corners of the grid. Specifically, '2' is in the top-left corner, '1' is in the top-right corner, '3' is in the bottom-left corner, and '4' is in the bottom-right corner. The grid is drawn with blue lines on a white background.

лей. Составим пример, в котором 4 клетки без дырок