

ШИФР

918

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

ПО МАТЕМАТИКЕ В 11 классе
(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника Сахно Михаил Юрьевич

ШИФР

918

(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
+	+	±	—	5
20	20	16	0	4
				60

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

$AO = 2MN$

Пусть $MN = x \Rightarrow AO = 2x$

Заметим, что по

т. об отрезках касательных

$AM = AN$

$\triangle AMK \sim \triangle AMO$ по 2м углам

тогда рассмотрим

$\sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{MK}{AM} = \frac{x}{2AM}$

рассмотрим $\triangle AMO$

$\cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{AO}{AM} = \frac{2x}{AM}$

из (1) и (2) $\Rightarrow 2 \cos\left(\frac{\hat{A}}{2}\right) = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{\hat{A}}{2}\right)}$

$2 \sin \hat{A} = 1$

$\begin{cases} \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \\ 0 \leq \hat{A} \leq \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle A = \frac{\pi}{6} \\ \angle A = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$

Ответ: $\angle A = \frac{\pi}{6}$; $\angle A = \frac{5\pi}{6}$

Построим $f\left(\frac{11\pi}{24}x\right) = \sin \frac{11\pi}{24}x$



$$\left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = a \Rightarrow \sin \frac{11\pi}{24} x = \pm a$$

Тогда при $a=1$ уравнение будет иметь 11 корней

при $0 < a < 1$ уравнение будет иметь 22 корня

при $a=0$ уравнение будет иметь 11 корней

Ответ: $a=0$ — 11 корней

$0 < a < 1$ — 22 корня

$a=1$ — 11 корней

№11.3

$$x^2 y^2 < 2 - xy$$

$$x^2 y^2 + xy < 2$$

$$(x^2 y^2 + xy + \frac{1}{4}) - \frac{1}{4} < 2$$

$$(xy + \frac{1}{2})^2 < \frac{9}{4}$$

$$-\frac{3}{2} < xy + \frac{1}{2} < \frac{3}{2}$$

$$-2 < xy < 1$$

Покажем, что любую точку $B(x_0, y_0) \in A$

можно соединить с точкой $(0, 0)$

отрезком.

$$-2 < x_0 y_0 < 1$$

Тогда отрезок будет иметь уравнение $y = \frac{y_0}{x_0} x$

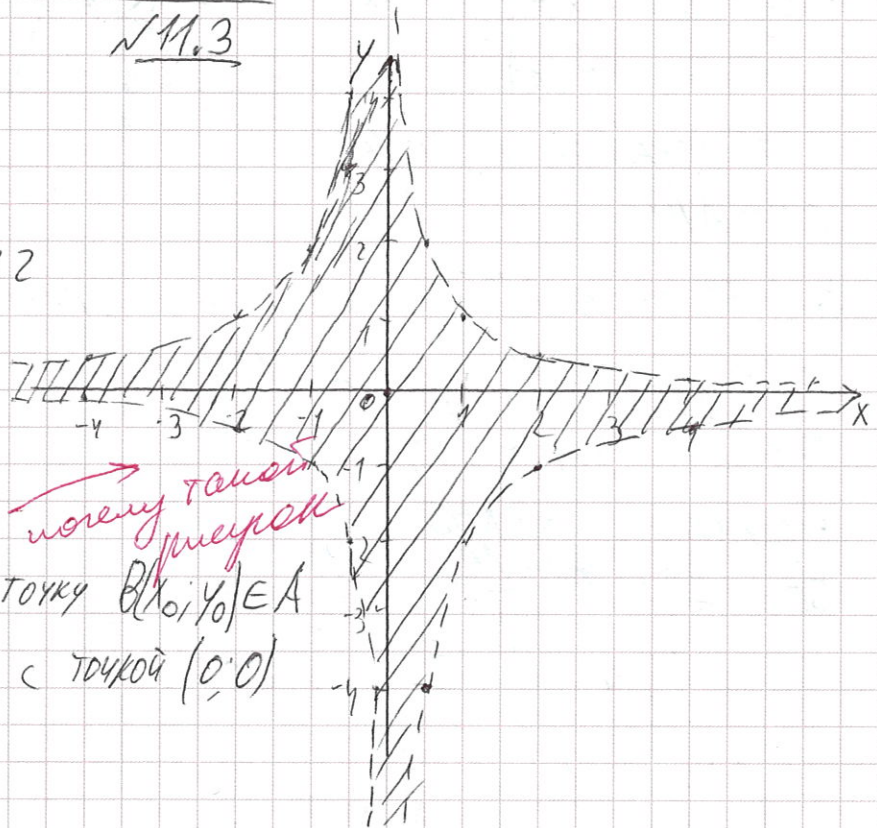
при том что $x \in [0, x_0]$ если $x_0 > 0$ или $x \in [x_0, 0]$ если $x_0 < 0$

$y \in [0, y_0]$ если $y_0 > 0$ или $y \in [y_0, 0]$ если $y_0 < 0$

Пусть точка $C(x_1, y_1)$ лежит на отрезке, тогда $y_1 = \frac{y_0}{x_0} x_1$

$$x_1 y_1 = \frac{y_0}{x_0} x_1^2, \text{ т.о. при } x \in [0, x_0] \text{ или } x \in [x_0, 0]$$

$$|x_1 y_1| < |x_0 y_0| \Rightarrow -2 < x_1 y_1 < 1 \Rightarrow \text{вся отрезок будет лежать в } A.$$



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

Т.о. любые 2 точки лежащие в А можно
соединить ломаной проходящей через (0;0).
(ч.т. 8)

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = \sqrt{11.5} \quad \text{М.ч.}$$

Будем обозначать клетки одного типа одинаковыми

числами

Тогда самая выгодная

расстановка будет

выглядеть так:

11	15	12	13	15	17	19	20
14	16	18	14	16	18	21	22
13	7	8	13	23	25	24	23
11	5	6	12	26	27	19	20
2	3	4	2	28	29	21	22
16	7	8	10	30	25	24	30
9	5	6	9	26	27		
1	3	4	1	28	29		

Только
пример

ОТВЕТ:

30 клеток

М.ч.

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$$

может быть рациональным

только тогда, когда $a=b=c$

т.к. в противном случае мы получим

сумму 3х различных корней, которая не может
являться рациональным числом.

ч.т.д.