



ШИФР

aT-8

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо математике Дата проведения 21.01.2024г.
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Котельяко Максим Николаевич

Дата рождения _____ СНИЛС _____

Класс 11Школа № МАОУ СОШ № 36 район Исительский город Новосибирск**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Все виды шпательков изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

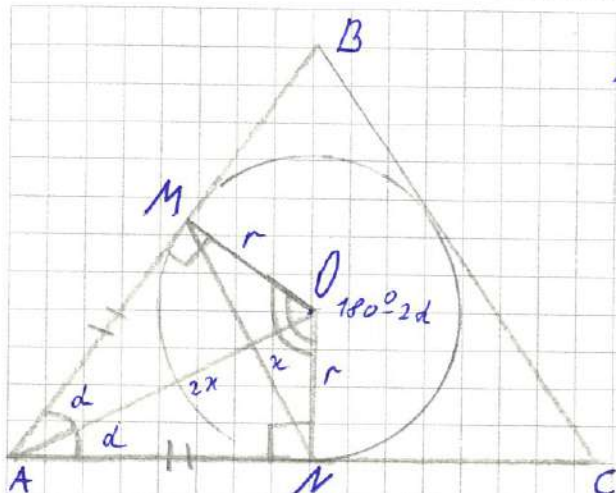
Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпательки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



Дано: $\triangle ABC$; $\text{Окр}(O, r)$;
 $\text{Окр} \cap AB = M$; $\text{Окр} \cap AC = N$;
 $AO = 2MN$
Найти: $\angle A$

Решение

$$\sin d = \frac{r}{2x} \quad (\text{из } \triangle AON)$$

$$\frac{x}{r} = \frac{1}{2 \sin d}$$

в $\triangle MON$ применим теорему косинусов.

$$x^2 = r^2 + r^2 - 2r^2(\cos(180^\circ - 2d))$$

$$x^2 = r^2 + r^2 + 2r^2 \cos 2d$$

$$x^2 = 2r^2 + 2r^2 \cos 2d$$

$$x^2 = 2r^2(1 + \cos 2d) \quad \cos 2d = 1 - 2\sin^2 d$$

$$x^2 = 2r^2(1 + 1 - 2\sin^2 d)$$

$$x^2 = 4r^2(1 - \sin^2 d)$$

$$\frac{x^2}{r^2} = 4(1 - \sin^2 d)$$

$$\frac{1}{4\sin^2 d} = 4 - 4\sin^2 d$$

$$\sin d = t$$

$$\frac{1}{4t^2} = 4 - 4t^2$$

$$1 = 16t^2 - 16t^4$$

1	2	3	4	5	\leq
+	+	+	+/2	-	
20	16	12	10	0	58
лет					

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

$$t^2 = a$$

$$16a^2 - 16a + 7 = 0$$

$$(4a - 1)^2 = 0$$

$$4a - 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$t^2 = \frac{1}{4}$$

$$t = \pm \frac{1}{2}$$

$$\sin d = \pm \frac{1}{2}$$

отсюда $\sin d = \frac{1}{2}$, т.к. угол лежит в первой - второй четверти $\Rightarrow d = 30^\circ; 150^\circ$

Ответ: $30^\circ; 150^\circ$

N2

$$\left| \sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x \right| = a$$

$$a \in [0; 1]$$

$$x \in [0; 24)$$

$$y = \left| \sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x \right|$$

Построим схематично график, для этого найдем, когда $\sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x = 0; 1; -1$

~~$$x = \frac{24}{11} \sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x = 0$$~~

$$\sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x = 0$$

$$\frac{11\sqrt{6}}{24} x = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{24k}{11}$$

$$0 \leq \frac{24k}{11} < 24$$

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

$$0 \leq 24k \leq 264$$

$$0 \leq k \leq 11$$

$$k = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 \quad (11 \text{ шт})$$

$$\sin \frac{11\sqrt{6}}{24} = 1$$

$$\frac{11\sqrt{6}}{24} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{11x}{24} = \frac{1}{2} + 2k$$

$$11x = 12 + 48k$$

$$x = \frac{12 + 48k}{11}$$

$$0 \leq \frac{12 + 48k}{11} \leq 24$$

$$0 \leq 12 + 48k \leq 264$$

$$-12 \leq 48k \leq 252$$

$$-\frac{1}{4} \leq k \leq 5,25$$

$$k = 0; 1; 2; 3; 4; 5 \quad (6 \text{ шт})$$

$$\sin \frac{11\sqrt{6}}{24} x = -1$$

$$\frac{11\sqrt{6}}{24} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \quad \frac{11x}{24} = -\frac{1}{2} + 2k$$

$$11x = -12 + 48k$$

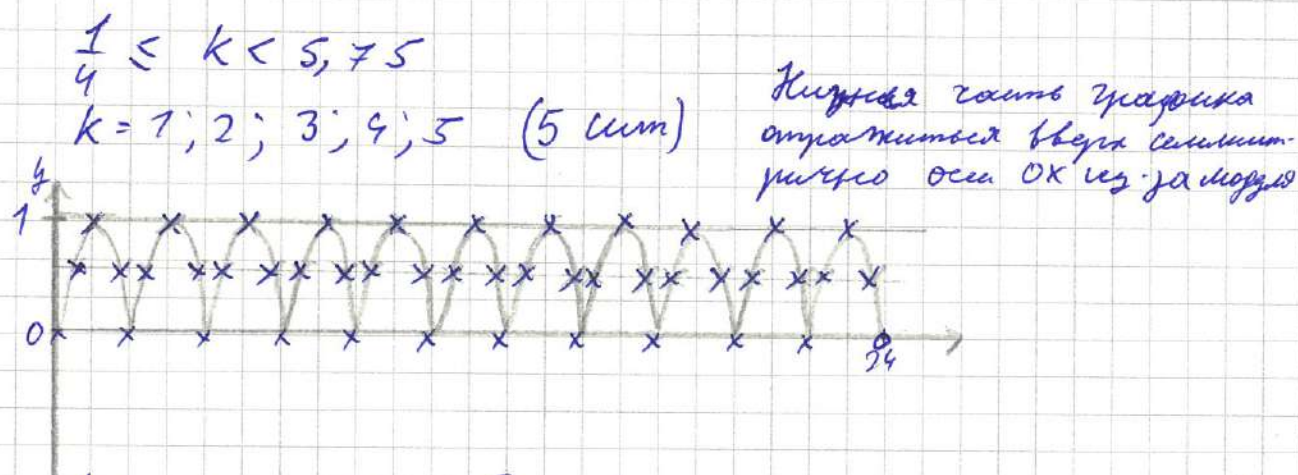
$$x = \frac{-12 + 48k}{11}$$

$$0 \leq \frac{-12 + 48k}{11} \leq 24$$

$$0 \leq -12 + 48k \leq 264$$

$$12 \leq 48k \leq 276$$

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



Для того чтобы найти количество решений при $a \in (0; 1)$, проведем на графике линию, увидим, что она пересекает график в 22 точки

$$11 + 6 + 5 + 22 = 44 ?$$

Все решения отмечены крестиками

Ответ: 44 ?

из

$$x^2 y^2 < 2 - xy$$

$$x^2 y^2 + xy - 2 < 0$$

$$(x^2 y^2 - 1) + (xy - 1) < 0$$

$$(xy - 1)(xy + 1) + (xy - 1) < 0$$

$$(xy - 1)(xy + 2) < 0 \quad (1.)$$

$$xy - 1 = 0 \text{ или } xy + 2 = 0$$

$$y = \frac{1}{x} \quad (1)$$

$$y = -\frac{2}{x} \quad (2) \quad x \neq 0!$$

①

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
---	----	----	----	------	-----	---	---	---

y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
---	----------------	----------------	----	----	---	---	---------------	---------------

②

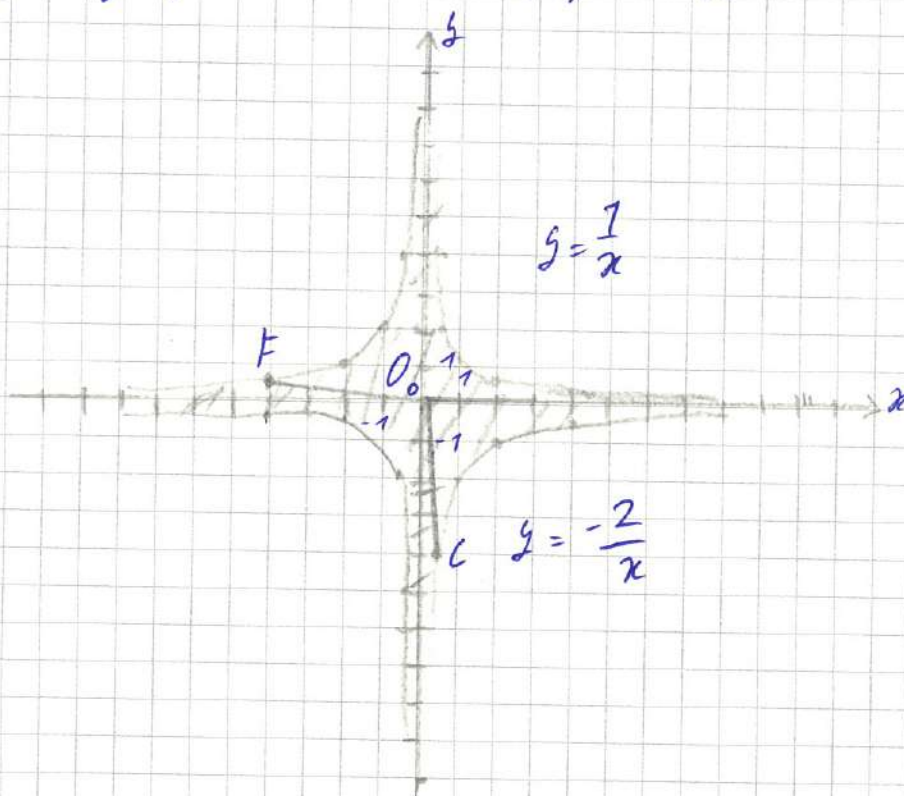
x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
---	----	----	----	------	-----	---	---	---

y	$\frac{1}{2}$	1	2	4	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$
---	---------------	---	---	---	----	----	----	----------------

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

Построим график для того, чтобы опре-
дить итриховку возьмем точки $(0,5; 0,5)$;
 $(0,5; -0,5)$; $(-0,5; 0,5)$; $(-0,5; -0,5)$

подставляя в неравенство 1, и получим итри-
ховку внутри касей гиперболик.



б) Можно две точки множества A можно
соединить внутри A ломаной из двух
звеньев, для этого соединим первую
точку C точкой $O(0;0)$, и из $O(0;0)$ сое-
единим со второй точкой, ^{нет} ^{для этого} ^{случая} [!] точкой в левой
четверти (как показано в примере на
графике, соединим т. C и т. F)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

N4

(H2)

$a; b; c$ сумма $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$, то $a=b=c=0$
 $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = k - c\sqrt{6}$

$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = k$ k - рациональное число

$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = k - c\sqrt{6}$ - возведем левую и правую

$$(a\sqrt{2} + b\sqrt{3})^2 = (k - c\sqrt{6})^2 \quad \text{каждое в квадрат}$$

$$2a^2 + 2\sqrt{6}ab + 3b^2 = k^2 - 2kc\sqrt{6} + 6c^2$$

$$2\sqrt{6}ab + 2kc\sqrt{6} = k^2 + 6c^2 - 2a^2 - 3b^2$$

$$2\sqrt{6}(ab + kc) = k^2 + 6c^2 - 2a^2 - 3b^2$$

Отсюда следует, что правая часть рациональное число, $ab + kc$ - тоже рациональное число, а при умножении на $2\sqrt{6}$ будет иррациональное число, отсюда следует, что $ab + kc$ должно быть равно нулю, чтобы левая часть была рациональной, что возможно только, когда $a = b = c = 0$

N5

пока?

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

N5

1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5	6	4	5

При сдвиге влево, вправо, вверх, вниз, можно заметить что количество цветов не изменяется, отсюда следует что максимальное количество цветов будет, вариантов расстановки показано на рисунке, где каждой цифра означает цвет.

