



ШИФР

aT-27

(заполняется представителем Оргкомитета)

## Письменная работа

### Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике Дата проведения 21.01.2024 г.  
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Синкина Софья Витальевна

Дата рождения \_\_\_\_\_ СНИЛС \_\_\_\_\_

Класс 11Школа № ГБ МОУ Лицей № 84 им. В. А. Гусова район Новокузнецкий ГО город Новокузнецк

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)  
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

#### Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

#### Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.



Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

~ 11.3.

а)  $x^2 y^2 < 2 - xy$

$x^2 y^2 + xy - 2 < 0$

Решим уравнение:

$x^2 y^2 + xy - 2 = 0$

Пусть  $xy = t$

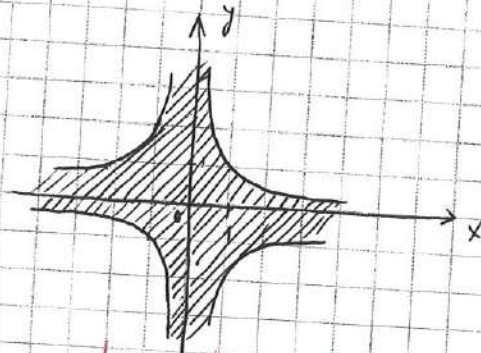
$t^2 + t - 2 = 0$

$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \begin{cases} xy = -2 \\ xy = 1 \end{cases}$

$(xy + 2)(xy - 1) < 0$

$\begin{cases} xy + 2 > 0 \\ xy - 1 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} xy + 2 < 0 \\ xy - 1 > 0 \end{cases}$



1	2	3	4	5	$\leq$
+	-	+	-	-	=
20	8	18	0	4	50
лет	мг	ч	м	с	

как построено множество?

б) Любые две точки пространства можно соединить <sup>отрезком</sup> ~~прямой~~, при том только <sup>одна</sup> ~~одна~~.

При соединении двух точек пространства, принадлежащих множеству  $A$ , можно провести <sup>отрезок</sup> ~~прямую~~, соединяющую их, тогда:

- 1) либо <sup>отрезок</sup> ~~прямая~~ полностью принадлежит множеству  $A$ , тогда, тогда прямые можно соединить отрезком
- 2) либо отрезок не принадлежит полностью множеству  $A$ , тогда каждую из ранних точек можно соединить с началом координат (точка  $(0;0)$ ), тогда



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

точки будут соединены ломаной из двух звеньев, звенья которой будут соединяться в точке  $(0;0)$ .

~ 11.2.

$$\left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = a, \quad a \in [0; 1]$$

т.к.  $a$  - действительное число, то

I.  $a = 0$

II.  $a = 1$

III. Если  $a \neq 0, a \neq 1$

I.  $a = 0 \Rightarrow \left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = 0 \Rightarrow \sin \frac{11\pi}{24} x = 0$

$\sin d = 0$  при  $d = \frac{\pi}{11} n, n \in \mathbb{Z}$

тогда  $\frac{11\pi}{24} x = \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}, x \in [0; 24)$

$$\frac{11x}{24} = n$$

$x \in \left\{ 0; \frac{24}{11}; \frac{48}{11}; \frac{72}{11}; \frac{96}{11}; \frac{120}{11}; \frac{144}{11}; \frac{168}{11}; \frac{192}{11}; \frac{216}{11}; \frac{240}{11} \right\}$  - 11 решений

II.  $a = 1 \Rightarrow \left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = 1 \Rightarrow \sin \frac{11\pi}{24} x = \pm 1$

$\sin d = \pm 1$  при  $d = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{11} n, n \in \mathbb{Z}$

тогда  $\frac{11\pi}{24} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}, x \in [0; 24)$

$$\frac{11x}{24} = \frac{1}{2} + n$$

$x \in \left\{ \frac{12}{11}; \frac{36}{11}; \frac{60}{11}; \frac{84}{11}; \frac{108}{11}; \frac{132}{11}; \frac{156}{11}; \frac{180}{11}; \frac{204}{11}; \frac{228}{11}; \frac{252}{11} \right\}$  - 11 решений

$11 + 11 = 22$  - решения на полуинтервале  $[0; 24)$

Ответ: 22 решения.

~ 11.4.

$a; b; c; a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$  - рациональные числа  
если  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

тогда  $a\sqrt{2}, b\sqrt{3}, c\sqrt{6}$  - иррациональные числа, т.к. при умножении иррационального числа на рациональное



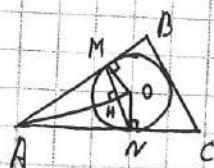
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

(если нельзя избавиться от иррациональности, т. е. вынести число из-под корня, как в случае с числами  $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{6}$ ); сумма иррациональных чисел всегда число иррациональное произведение будет числом иррациональным (за исключением случая, когда коэффициент перед иррациональностью равен нулю, тогда произведение также равно нулю)

сумма иррациональных чисел также является числом иррациональным, поэтому единственным решением, когда  $a; b; c; a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$  - рациональные числа, когда  $a = b = c = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = 0$ .

Ответ: да, можно утверждать, что  $a = b = c = 0$ .

~ 11.1.



$$AO \perp MN = H$$

$$\triangle AMO = \triangle ANO \text{ (по катету и гипотенузе)}$$

$MN \perp AO$ , т.к.  $AO$  - серединный перпендикуляр к  $AO$ , тогда  $MO = NO$

Рассмотрим четырехугольник  $AMON$ :

$$\text{т.к. } AO = 2 \cdot MN, \text{ пусть } AO = 4x, MN = 2x,$$

$$\text{т.к. } MO = NO, \text{ то } MO = NO = x$$

$$\text{Пусть } HO = y, \text{ тогда } AH = 4x - y$$

$$S_{AMON} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot MN = 4x^2$$

$$S_{AMON} = S_{AMN} + S_{MON} = \frac{1}{2} \sin \angle MAN \cdot AM \cdot AN + \frac{1}{2} \sin \angle MON \cdot OM \cdot ON, \text{ т.к. } AN = AM,$$

$$OM = ON, \sin \angle MAN = \sin \angle MON (\angle MON + \angle MAN = 180^\circ \text{ из четырехугольника})$$



Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

ка  $\triangle AON$ , то

$$S_{\triangle AON} = \frac{1}{2} \sin \angle MAN (AN^2 + NO^2)$$

из  $\triangle AON$  по т. Пифагора:  $AN^2 + NO^2 = AO^2 = 16x^2$

$$S_{\triangle AON} = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle MAN \cdot 16x^2 = 4x^2$$

$$\sin \angle MAN = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle A = 30^\circ \text{ или } \angle A = 150^\circ$$

Ответ:  $\angle A = 30^\circ$  или  $\angle A = 150^\circ$ .



~ 11.5.

1	25	26	27	25	26	27	14
5	10	9	5	6	9	12	6
3	17	19	18	17	22	18	16
1	11	23			23	13	14
2	10	24			24	12	15
3	20	19	21	20	22	21	16
4	11	8	4	7	8	13	7
2	28	29	30	28	29	30	15

(две клетки, составляющие дигрессии пописаны одной цифрой)

Можно разбить квадрат  $8 \times 8$  на различные фигуры

1. если взять прямоугольник  $2 \times 6$ , то его весь можно заполнить дигрессиями

1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6

2. если взять квадрат  $4 \times 4$ , то остаются незаполненными 4 центральные клетки

1	2	3	4
5			5
6			6
1	2	3	4

Это две основные фигуры на которые удобно разбивать данный квадрат, остальные либо входят в них, либо состоят из них

При рассмотрении всех возможных комбинаций данных фигур, всегда остается минимум 4 свободные клетки

$$(8 \cdot 8 - 4) : 2 = 30$$

Ответ: 30 дигрессий.

Поэтому максимальное количество дигрессий:

можно заполнить без разрывов

Остаток не дождется