

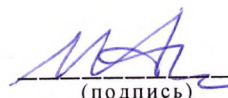
Межрегиональная олимпиада школьников

«Будущие исследователи — будущее науки»

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОПЛАВКА НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

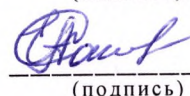
Секция: ФИЗИКА

Научный руководитель
к.ф.м.н., доцент ННГУ


(подпись)

Фаддеев М.А.
(расшифровка подписи)

Учитель физики МАОУ «Гимназия №13»


(подпись)

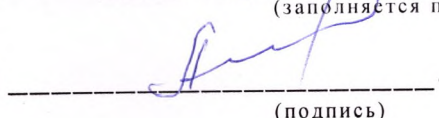
Сомова Е.А.
(расшифровка подписи)

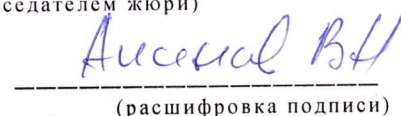
Количество баллов,
полученных на защите

75

(заполняется председателем жюри)

Председатель жюри


(подпись)


(расшифровка подписи)

Работу выполнила
учащаяся 9 класса

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«Гимназия № 13»

(полное наименование учебного заведения)

Нижний Новгород
(название населенного пункта)

Караченцева Мария Игоревна

(Ф.И.О. учащегося ПОЛНОСТЬЮ)

Саров
2025 год

ВВЕДЕНИЕ

Множество явлений природы обусловлены различными колебательными процессами. Широко известны и изучаются в школе колебания шарика на тонкой нити или колебания груза, подвешенного на пружине.

В колебательных процессах физическое тело движется, отклоняясь от положения равновесия, то в одну, то в другую сторону. В большинстве случаев, такие движения отличаются периодичностью. Иными словами, интервалы времени между достижением тела своего крайнего положения, одинаковы и называются **периодом** колебания.

К периодическим движениям относятся вертикальные колебания предмета, плавающего на поверхности воды. Такое тело, для краткости, можно называть **поплавком**.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование колебаний цилиндрического поплавка на поверхности воды.

Задачи для достижения цели были поставлены следующие:

1. Провести теоретический анализ движения цилиндрического тела, плавающего в воде.
2. Разработать метод экспериментального исследования вертикальных колебаний поплавка
3. Изготовить необходимое оборудование для проведения экспериментов.
4. Выполнить серию экспериментов для поплавков разной массы и диаметра.
5. Сравнить результаты измерений периода колебаний с результатами теоретического расчёта.

1. Периодическое движение

Пусть некоторая материальная точка движется одномерно по оси X , т.е. вдоль одной прямой линии. Движение точки будет считаться периодическим, если зависимость координаты x от времени t описывается такой формулой:

$$x = f(t) \quad (1).$$

Тогда для любого момента времени t выполняется равенство:

$$f(t+T) = f(t), \quad (2),$$

где T – период колебания, постоянная величина.

Периодическим может быть движение не только вдоль прямой, но и, например, по окружности, тогда координата не обязательно будет декартовой (2 или 3 числа, определяющие расстояние точки от осей координат), она может измеряться углом, дугой и т.д.

2. Гармонические колебания

Колебания – важный тип периодического движения, при котором материальная точка дважды проходит положение равновесия за период T .

Наиболее простой вид колебаний – это гармонические колебания. Их особенность заключается в том, что их частота зависит от параметров системы, но не зависит от начальной амплитуды.

При гармонических колебаниях зависимость координаты материальной точки от времени определяется формулой:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3),$$

где A – амплитуда смещения (максимальное смещение точки от положения равновесия).

Аргумент косинуса $\omega t + \varphi_0$ в функции называется фазой колебания. Это безразмерная величина, линейно зависящей от времени. Постоянная величина φ_0 называется начальной фазой (фаза материальной точки в момент начала колебаний).

Функция координаты от времени (3) является периодической с безразмерным периодом 2π . Частота колебаний ω связана с периодом колебаний T обратно пропорциональной зависимостью:

$$\omega = 2\pi/T. \quad (4).$$

3. Вертикальные колебания поплавок

Рассмотрим тело, имеющее форму, близкую к цилиндрической, но неоднородное распределение плотности (на одном из концов тела находится включение с большей плотностью и, как следствие, значительной массой). Например, этим телом может быть пробка с прикрепленным к её концу свинцовым грузом.

Параметры тела (масса, размеры, форма), таковы, что тело может плавать на поверхности воды в вертикальном положении, как показано на (рис.1).

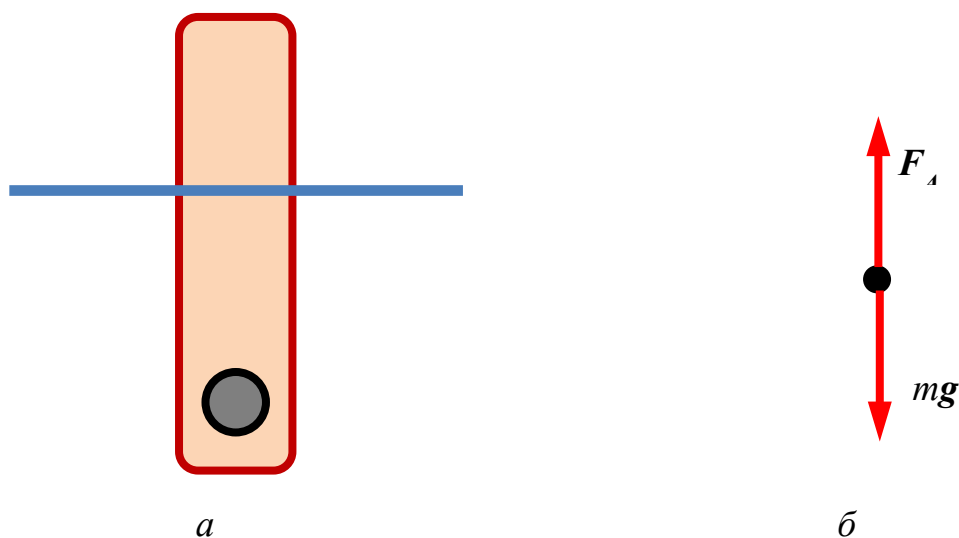


Рис.1. Поплавок в состоянии равновесия.

а) серый кружок – массивный грузик; синяя линия – уровень воды.

б) силы, действующие на поплавок.

На плавающее тело действуют две силы: сила тяжести (сила гравитации) mg , направленная вниз, и выталкивающая сила Архимеда F_A , направленная вверх.

Сила тяжести равна mg , где m – масса поплавка, g – ускорение свободного падения.

Величина силы Архимеда выражается формулой:

$$F_A = V_0 \rho_0 g \quad (5),$$

где ρ_0 – плотность воды, V_0 – объём погруженной части поплавка (рис.1.а).

В состоянии равновесия векторная сумма силы тяжести mg и силы Архимеда F_A равна нулю, следовательно, эти силы равны по величине:

$$mg = V_0 \rho_0 g \quad (6).$$

Вывести поплавок из положения равновесия можно дополнительным погружением или поднятием выше уровня погружения в равновесии, сместив тело на расстояние x . Рассмотрим погружение тела (рис.2.а).

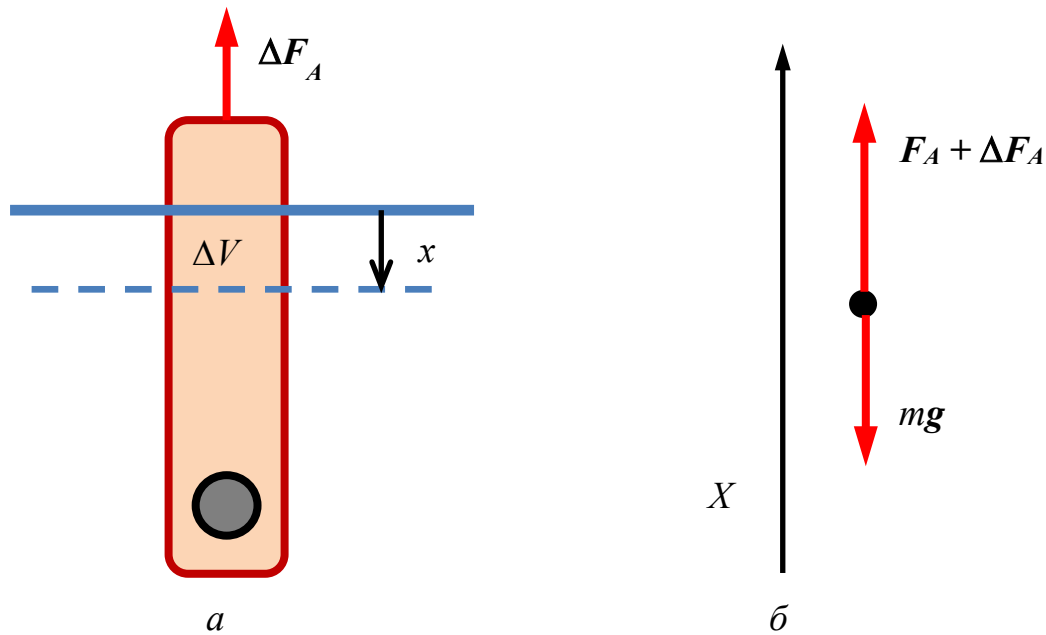


Рис.2. Схема выведения поплавка из положения равновесия.

а) черная стрелка – смещение поплавка вглубь воды (сплошная синяя линия – новый уровень воды); ΔF_A – дополнительная сила Архимеда;

б) силы, действующие на поплавок после погружения.

При погружении сила тяжести не изменится, а сила Архимеда возрастет и станет равной $F_A + \Delta F_A$. Иными словами, к модулю силы Архимеда добавится величина

$$\Delta F_A = \Delta V \rho_0 g = S x \rho_0 g, \quad (7),$$

где S – площадь поперечного сечения поплавка, $\Delta V = S x$ дополнительный объём воды, вытесненный поплавком при погружении.

После погружения сумма сил, действующих на поплавок, уже не равна нулю, Векторная сумма равна дополнительной (нескомпенсированной) силе Архимеда ΔF_A , направленной вертикально вверх. Тогда, согласно второму закону Ньютона, поплавок получит ускорение a , направленное вверх. Уравнение движения записывается в виде:

$$ma = \Delta F_A \quad (8).$$

Спроецируем уравнение (8) на вертикальную ось X , направленную вверх (рис.2.б). Учитывая направления смещения поплавка и дополнительной силы Архимеда получим

$$a_x = - S x \rho_0 g / m \quad (9),$$

где a_x – проекция ускорения поплавка на вертикальную ось.

Легко убедиться, что при смещении поплавка вверх его ускорение будет направлено вниз и уравнение движения примет тот же вид (9).

Зависимость координаты произвольной точки тела по оси x описывается уравнением

$$x = A \cos (\omega t + \varphi_0) \quad (3).$$

Проекция скорости точки на ось x равна производной координаты этой точки по времени (7). Отношение дифференциалов координаты точки и времени выражено в уравнении

$$V_x = dx/dt = -A \omega \sin (\omega t + \varphi_0) \quad (10).$$

Проекция ускорения точки на ось x равна производной проекции скорости на ось x по времени

$$A_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2 = -A \omega^2 \cos (\omega t + \varphi_0) \quad (11).$$

Тогда, сравнивая уравнения (6) и (8), получаем уравнение проекции ускорения тела на ось x для гармонического движения

$$A_x = -\omega^2 x \quad (12).$$

Следовательно, уравнение движения поплавок (9) относится к следующему общему типу:

$$a_x = -\omega^2 x \quad (13),$$

где ω^2 - положительная постоянная величина.

В общей теории колебаний доказано, что уравнение типа (13) имеет решение в виде гармонической функции времени (3). Численные значения амплитуды A и начальной фазы φ_0 определяются начальными условиями процесса колебаний.

Величина ω по смыслу представляет собой частоту колебаний и определяется физическими характеристиками данной системы.

В нашей системе сравнение уравнений (12) и (13) даёт равенство

$$\omega^2 = S \rho_0 g / m \quad (14).$$

Таким образом, частота вертикальных колебаний поплавок зависит от его массы и площади поперечного сечения. Тогда, согласно равенству (4), период колебаний поплавок выражается формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{S \rho_0 g}} \quad (15).$$

4. Экспериментальное оборудование

Для экспериментального исследования вертикальных колебаний на поверхности воды были изготовлены поплавки из пластиковых трубочек диаметром 8 мм и 6 мм. В один из концов трубки вставлялся стальной цилиндр определенной длины. Диаметр цилиндров чуть превышал внутренний диаметр трубочки, что позволяло вставить цилиндры в трубочки за счет некоторой пластической деформации пластика. Стальные цилиндры разной длины, естественно, имели разные массы. Таким образом, мы получили поплавки различных масс m .

Цилиндры были изготовлены по нашему заказу в научно-производственном отделе НИФТИ ННГУ.

Изготовленные поплавки показаны на (рис.3).

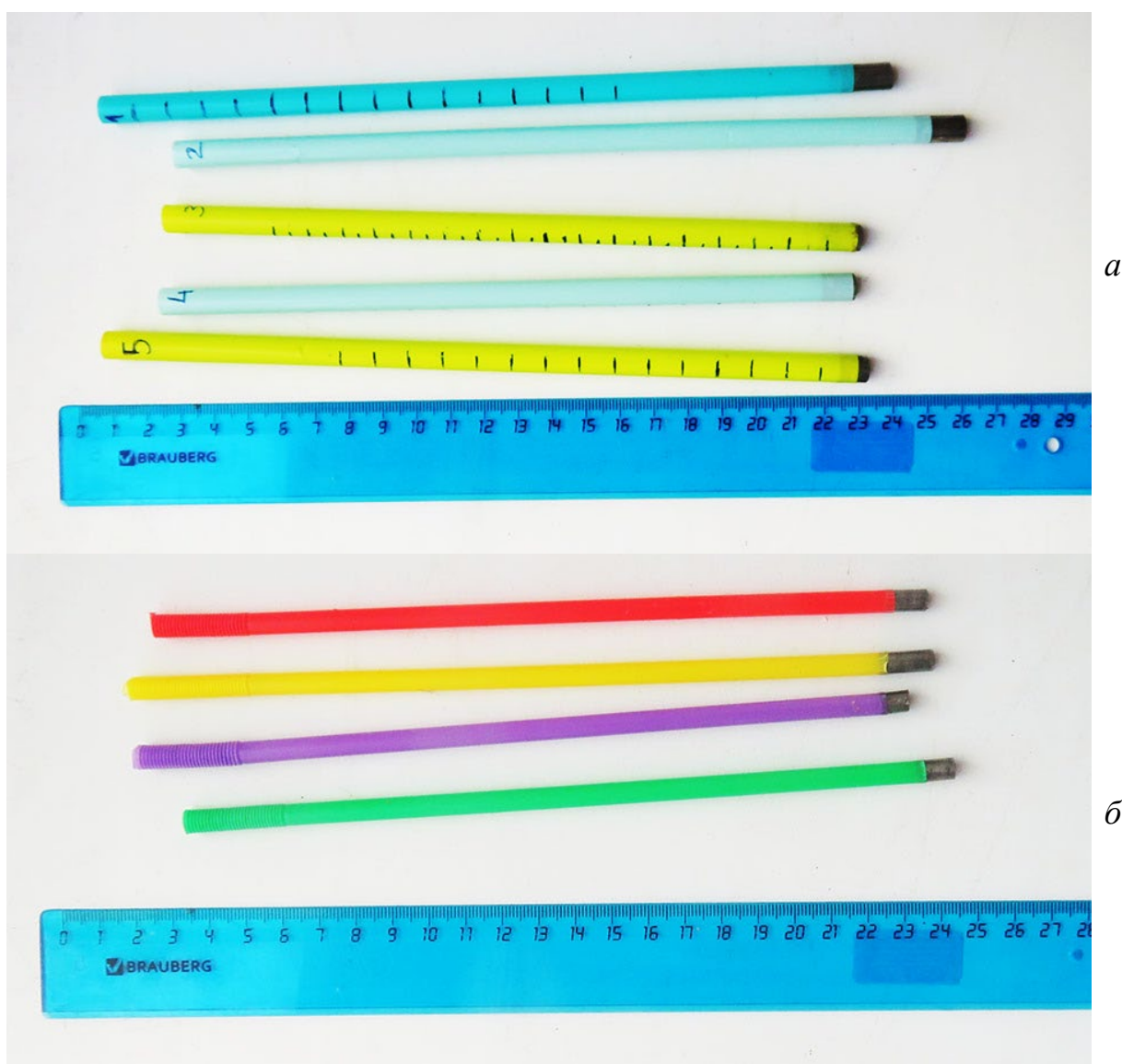


Рис.3. Поплавки для проведения опытов по вертикальным колебаниям.
а) поплавки диаметром 8 мм; б) поплавки диаметром 6 мм.

Массы собранных поплавков были измерены взвешиванием на электронных весах (рис.4).

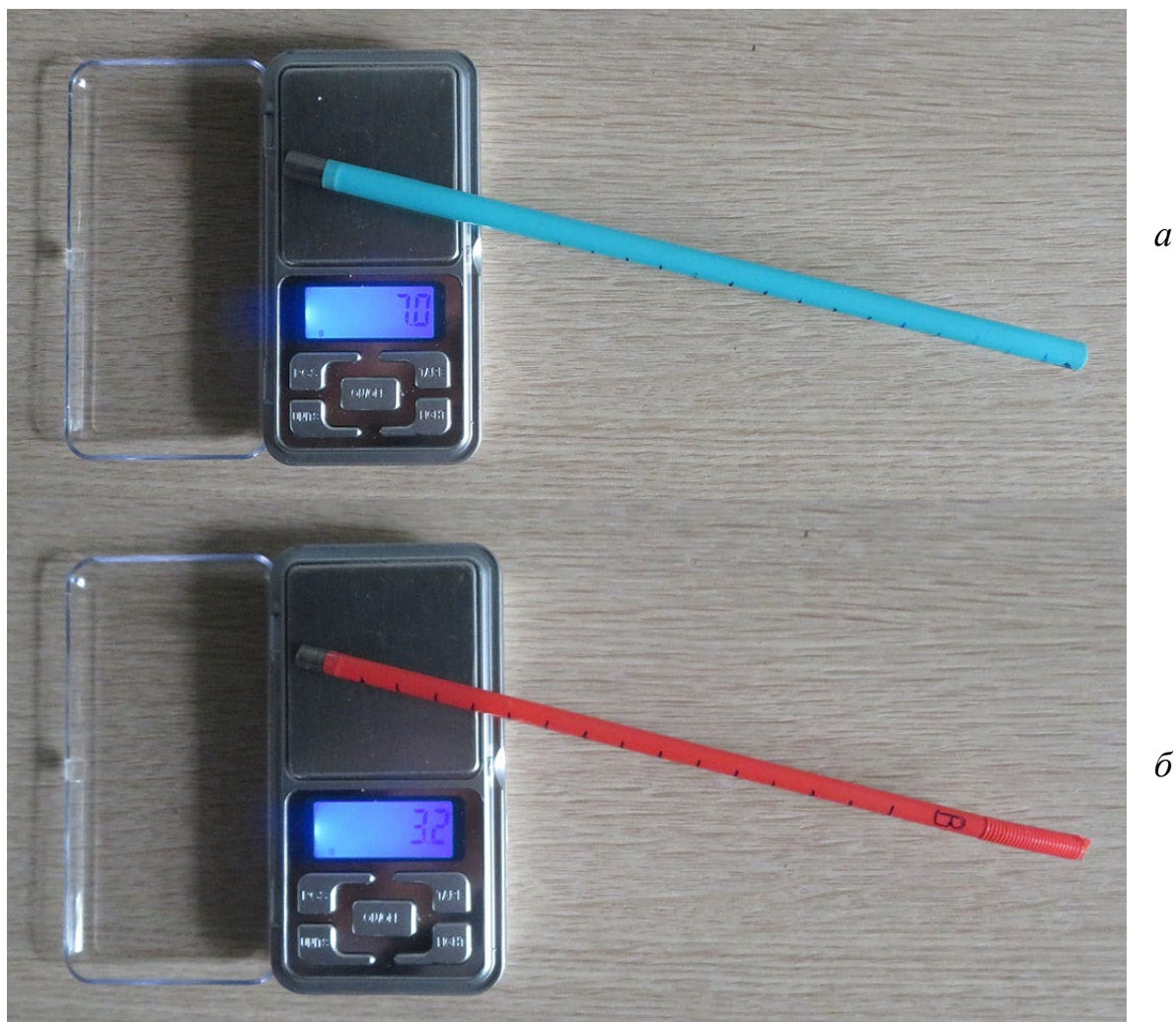


Рис.4. Взвешивание поплавков на электронных весах.
а) поплавки диаметром 8 мм; б) поплавки диаметром 6 мм.

Результаты взвешивания записаны в табл.1.

Таблица 1. Массы поплавков (в граммах), использованных в экспериментах.

Диаметр 8 мм	7,0	6,7	5,9	5,5	4,7	4,2
Диаметр 6 мм	3,9	3,2	2,9	2,3		

5. Эксперименты и обсуждение результатов

Центр тяжести поплавка смещен к краю со вставленным стальным цилиндром. По этой причине поплавок в воде позиционируется вертикально, как показано схематично на рис.1 и 2.

Колебания поплавков осуществлялись в стеклянном цилиндре, наполненном водой. Очевидно, что глубина погружения поплавка определялась его массой (рис.5).

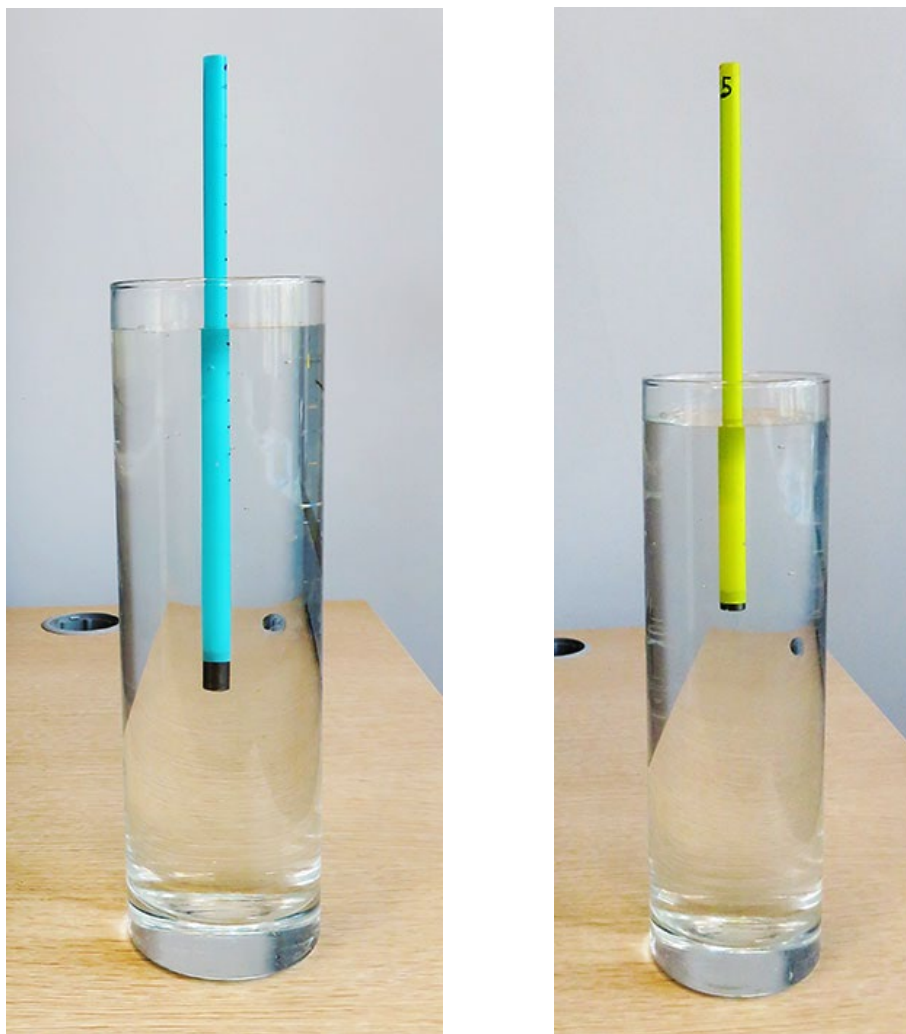


Рис.5. Положение равновесия поплавков разной массы.

Для возбуждения колебаний поплавок поднимался на некоторую высоту относительно положения равновесия и свободно отпускался (рис.6).

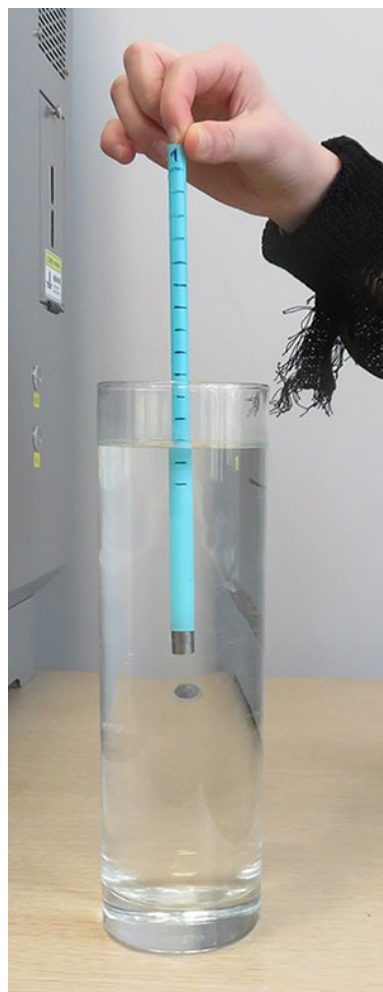


Рис. 6. Начальное положение поплавка.

Видеосъемка колебаний проводилась цифровым фотоаппаратом CANON PowerShot SX730 HS, установленном на штативе.

Для каждого маятника записывалось несколько видеофайлов (обычно от 3-х до 5-и).

Раскадрирование видеофайлов проводилась с помощью стандартной программы onlineconverter.com.

Из-за вязкости воды колебания поплавков быстро затухали. Однако, по кадрам видеофайлов удавалось измерить периоды нескольких колебаний. Для одного поплавка вычислялись значения 15 – 20 периодов.

Для каждого поплавка с помощью программы Excel вычислялось среднее статистическое измеренных периодов колебаний T и их среднеквадратичный разброс σ_T . По заданной доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и количеству измерений определялся коэффициент Стьюдента t_{st} и вычислялась случайная погрешность периода $\Delta T_C = t_{st} \sigma_T$.

Приборная погрешность измерения периода определялась частотой кадров видеосъемки и была взятой $\Delta T_{II} = 1/30$ сек.

Абсолютная погрешность периода ΔT вычисляется по обычному правилу:

$$\Delta T = \sqrt{(\Delta T_C)^2 + (\Delta T_{II})^2} \quad (16)$$

Результаты экспериментов с поплавком диаметром 8 мм записаны в табл.2.

Таблица 2. Периоды вертикальных колебаний поплавков диаметром 8 мм.

Масса поплавок (г)	7,0	6,7	5,9	5,5	4,7	4,2
Период колебаний (с)	0,79	0,73	0,67	0,67	0,62	0,60
Погрешность периода (с)	0,087	0,066	0,072	0,049	0,096	0,057

Для оценки точности эксперимента полезно сравнить его результаты с расчетами периода по формуле (12). На (рис.7) изображены графики зависимости периода колебаний от массы поплавка диаметром 8 мм.

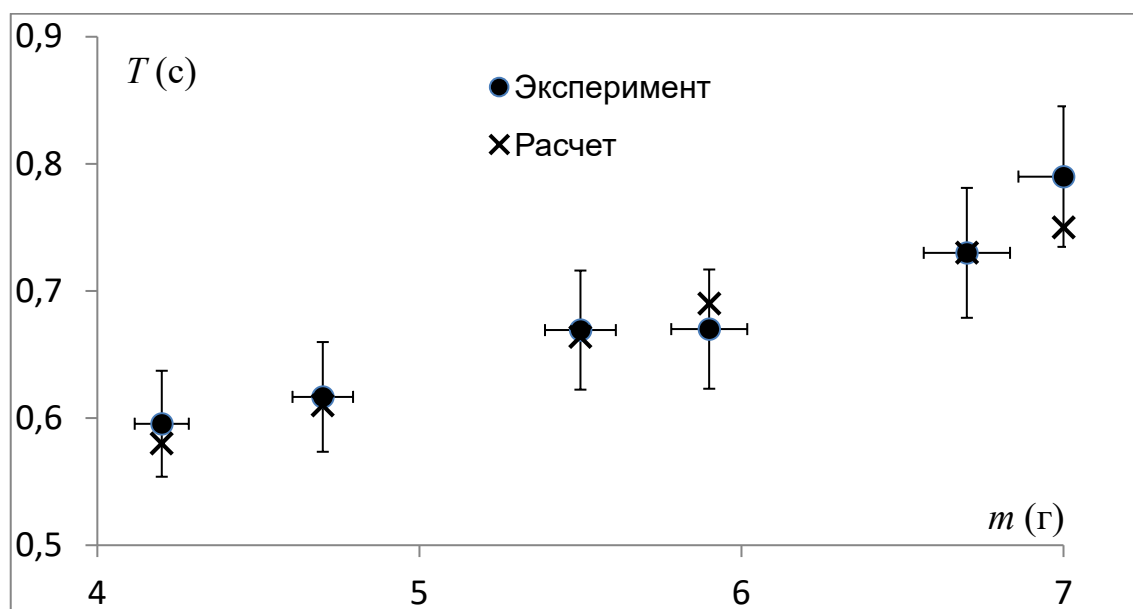


Рис.7. Сравнение результатов эксперимента и расчета для поплавков диаметром 8 мм.

По горизонтали – масса поплавок; по вертикали – период колебаний.

На (рис.7) наблюдается совпадение экспериментальных и теоретических значений периода колебаний в пределах допустимых погрешностей.

Аналогичные эксперименты были проведены для поплавков с меньшим диаметром 6 мм. Массы поплавков и результаты измерения их периодов представлены в табл.3.

Таблица 3. Периоды вертикальных колебаний поплавков диаметром 6 мм.

Масса поплавок (г)	4,0	3,2	2,9	2,4
Период колебаний (с)	0,75	0,67	0,66	0,60
Погрешность периода (с)	0,033	0,055	0,074	0,033

Сравнение результатов эксперимента с расчетами периода по формуле (15) в виде графиков приведено на (рис.8).

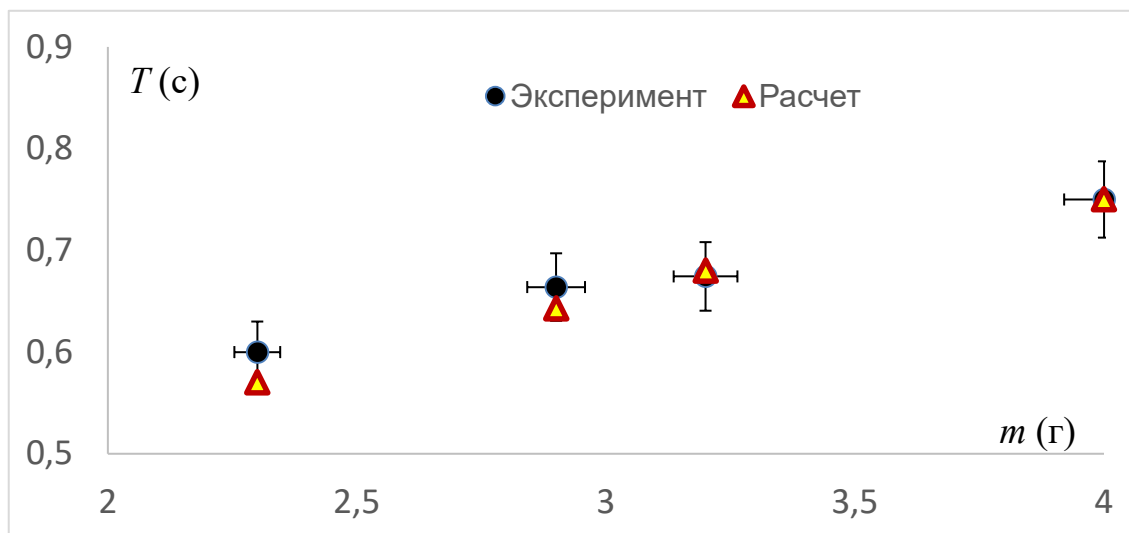


Рис.8. Сравнение результатов эксперимента и расчета для поплавок диаметром 6 мм.

По горизонтали – масса поплавок; по вертикали – период колебаний.

На (рис.8) наблюдается совпадение экспериментальных и расчетных значений периода колебаний в пределах допустимых погрешностей.

Таким образом, для поплавков разной массы и двух различных диаметров экспериментально доказана справедливость теоретического анализа процесса вертикальных колебаний плавающего тела.

Выводы

1. Рассмотрена динамика вертикальных колебаний тела, плавающего на поверхности воды. Получена зависимость периода колебаний от массы тела и площади его поперечного сечения.
2. Изготовлены цилиндрические поплавки различного диаметра и массы.
3. Проведена видеосъемка вертикальных колебаний цилиндрических поплавков. С помощью раскадрирования видеофайлов были вычислены периоды колебаний.
4. Рассчитаны периоды колебаний по теоретической формуле. Обнаружено совпадение результатов экспериментов и расчётов в пределах погрешностей.

Литература

1. Г.С.Горелик. Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 656с.
2. Г.Пейн. Физика колебаний и волн. М.: Мир. 1979. 390с.
3. Г.Я.Мякишев, А.З.Синяков. Физика. Колебания и волны. М.: Дрофа. 2005.288с.
4. Я.Б.Зельдович. Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. 460с.
5. М.А.Фаддеев. Элементарная обработка результатов экспериментов. Н. Новгород: Изд-во ННГУ. 2003. 120с.
6. П. В. Андреев, М. А. Фаддеев. Как написать и защитить школьную научно-исследовательскую работу по физике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2021. 72с.

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

Шифр

Фс - 1

Предмет физика

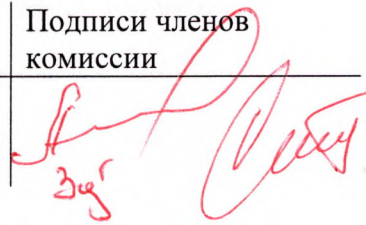
ФИО участника (полностью) Кафаченцева Мария Юрьевна

Дата рождения (дд.мм.гггг) 19.06.2009

Город Муромский Муром Область Муромская

Образовательное учреждение МАОУ «Гимназия №13»

Класс 9

Задача №1	Задача №2	Задача №3	Задача №4	Задача №5	Итоговый балл	Подписи членов комиссии
85	205	25	10	—	63	

Задача 2.

При смещении ползунка реостата вправо его сопротивление будет увеличиваться, а т.к. $R_V = \text{const}$ и $R_1 = \text{const}$, то сопротивление всей цепи R_0 также будет увеличиваться.

Амперметр подключен последовательно с остальными элементами, поэтому показывает силу тока $I = \frac{U}{R_0}$. $I \propto \frac{1}{R_0}$, поэтому при увеличении R_0 I уменьшается.

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{\frac{R_V R}{R_V + R} + R_1} \Rightarrow I(R) = \frac{U}{\frac{R_V R}{R_V + R} + R_1}, \text{ где } R - \text{переменное сопротивление реостата.}$$

Общее напряжение U равно сумме напряжений на R_1 и на вольтметре, т.е. амперметр идеальный. Тогда

$$U_B = U - R_1 I \Rightarrow U_B(R) = U - \frac{U R_1}{\frac{R_V R}{R_V + R} + R_1} - \text{напряжение на вольтметре от } R.$$

$U = \text{const}$, $R_1 = \text{const}$, поэтому U_B обратно зависит от I , значит, прямо от R .

Ответ: I уменьшается, $I(R) = \frac{U}{\frac{R_V R}{R_V + R} + R_1}$;
 U_B увеличивается, $U_B(R) = U - \frac{U R_1}{\frac{R_V R}{R_V + R} + R_1}$.

Задача 3.

Чисто вода

Заметим, что ~~если~~ ^{либо} вся вода переходит в лед и дальше охлаждается, либо вся вода остается водой, иначе энергия тратится впустую, т.е. вода становится льдом, но не охлаждается.

1) Рассмотрим случай, когда вода не переходит в лед.
 $m = \rho V = 1 \text{ кг}$, $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$, $\Delta t = 18^\circ\text{C}$

$$Q_{\text{отд}} = mc\Delta t = 1 \cdot 4200 \cdot 18 = 75600 \text{ Дж} = 75,6 \text{ кДж}$$

$Q_{\text{отд}} \neq 400 \text{ кДж}$, значит предположение неверно, и вся вода становится льдом и охлаждается дальше.

2) Пусть t_0 - начальная температура

$$mc_B(t_0 - 0) + m\lambda + mc_A(0 - t_0 + 18) - 400000 = 0$$

$$mc_B t_0 + m\lambda + mc_A \cdot 18 - mc_A t_0 - 400000 = 0$$

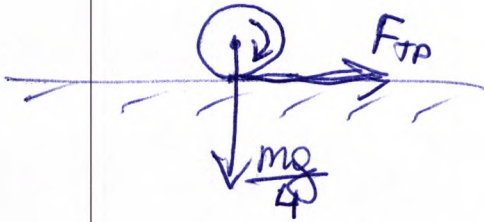
$$m t_0 (c_B - c_A) = 400000 - m(\lambda + 18c_A)$$

$$t_0 = \frac{400000 - m(\lambda + 18c_A)}{m(c_B - c_A)} = \frac{400000 - 1 \text{ кг} (340000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 18 \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}})}{1 \text{ кг} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}}$$

$$= \frac{400000 - 340000 - 37800}{2100} = \frac{22200^\circ\text{C}}{2100} = \frac{74}{7} = 10\frac{4}{7}^\circ\text{C}$$

$$t_{\text{кон}} = t_0 - 18 = 10\frac{4}{7} - 18 = -7\frac{3}{7}^\circ\text{C} \approx -7,43^\circ\text{C} - \text{конечная температура}$$

$$\text{Ответ: } t_{\text{кон}} = -7\frac{3}{7}^\circ\text{C} \approx -7,43^\circ\text{C}$$

Задача 4.

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \frac{\mu mg}{4} - \text{максимальное значение}$$

$$a_{\text{MAX}} = \frac{4F_{\text{тр}}^{\text{MAX}}}{m} = \frac{4 \cdot \mu g}{4} = \mu g$$

$$t = \frac{\Delta S}{a_{\text{MAX}}} = \frac{30 \text{ м}}{0,5 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 24 \text{ с}$$

Задача 1.

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{3} S < S, \text{ то частица движется равнозамедленно.}$$

1) Пусть на интервале от 0 до t_0 она не успевает остановиться, тогда

$$\begin{cases} S = 2v_0 t_0 - \frac{at_0^2}{2} \\ \frac{4}{3} S = 2v_0 t_0 - \frac{4at_0^2}{2} \end{cases}$$

~~$$S_3 = 2v_0 t_0 - \frac{a t_0^2}{2}$$~~

$$-\frac{1}{3} S = -v_0 t_0 + \frac{3at_0^2}{2}$$

$$\frac{2}{3} S + 2v_0 t_0 = -3at_0^2$$

$$3at_0^2 + 2v_0 t_0 + \frac{2}{3} S = 0$$

$$D = 4v_0^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot a \cdot S = 4v_0^2 - 8aS$$

$$t_0 = \frac{-2v_0 \pm 2\sqrt{v_0^2 - 2aS}}{3a} \quad \#$$

$$t_0 > 0, \text{ то } t_0 = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2aS} - 2v_0}{3a}$$

Пусть частица остановилась в момент t , т.е.

Чистовик

$$t = \frac{z_0}{a}, \text{ тогда}$$

$$\begin{aligned} S(3t_0) &= z_0 t - \frac{at^2}{2} + \frac{a(3t_0 - t)^2}{2} = \\ &= \frac{z_0^2}{a} - \frac{z_0^2}{2a} + \frac{9at_0^2 - 6t_0 z_0 + \frac{z_0^2}{a}}{2} = \\ &= \frac{z_0^2}{a} + \frac{9at_0^2}{2} - 3z_0 t_0 \end{aligned}$$

(Если частица не остановится до $3t_0$, то $z_0 = \frac{2S}{15t_0}$; $a = \frac{4S}{15t_0^2} \Rightarrow S_3 = -0,8S$ - невозможно)

1) $t \in [0; t_0]$

$$\begin{cases} S(t_0) = z_0 t - \frac{at^2}{2} + \frac{a(t_0 - t)^2}{2} = S & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(2t_0) = z_0 t - \frac{at^2}{2} + \frac{a(2t_0 - t)^2}{2} = \frac{4}{3}S & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1): \frac{a}{2}((2t_0 - t)^2 - (t_0 - t)^2) = \frac{1}{3}S$$

$$\frac{a}{2}((2t_0 - t - t_0 + t)(2t_0 - t + t_0 - t)) = \frac{1}{3}S$$

$$\frac{a}{2}(t_0(3t_0 - 2t)) = \frac{1}{3}S$$

$$3t_0^2 - 2t_0 t = \frac{2S}{3a}$$

$$3t_0^2 - 2t_0 \frac{z_0}{a} - \frac{2S}{3a} = 0$$

$$3t_0^2 a - 2t_0 z_0 - \frac{2}{3}S = 0$$

$$a = \frac{2t_0 z_0 + \frac{2}{3}S}{3t_0^2}$$

$$(1) z_0 t - \frac{at^2}{2} + \frac{a(t_0 - t)^2}{2} = S$$

$$\frac{z_0^2}{a} - \frac{z_0^2}{2a} + \frac{at_0^2 - 2at_0 \frac{z_0}{a} + \frac{z_0^2}{a}}{2} = S$$

$$\frac{z_0^2}{a} + \frac{at_0^2}{2} - at_0 z_0 = S \quad \text{отр. 4}$$

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

Д7 $\frac{4}{3}S - S = \frac{1}{3}S$, тогда $t \in [t_0; 2t_0]$

$$\begin{cases} S(t_0) = 2_0 t_0 - \frac{a t_0^2}{2} = S \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(2t_0) = (2_0 t - \frac{a t^2}{2}) + \frac{a(2t_0 - t)^2}{2} = \frac{4}{3}S \quad (2) \end{cases}$$

$$S(3t_0) = 2_0 t - \frac{a t^2}{2} + \frac{a(3t_0 - t)^2}{2}$$

$$(1) 2_0 t_0 - \frac{a t_0^2}{2} = S \Rightarrow 2_0 = \frac{S + \frac{a t_0^2}{2}}{t_0} = \frac{S}{t_0} + \frac{a t_0}{2}$$

$$(2) \frac{S}{t_0} + \frac{a t_0}{2} \cdot t = \frac{2_0}{a} = \frac{S}{a t_0} + \frac{t_0}{2}$$

$$(2) 2_0 t - \frac{a t^2}{2} + \frac{a(2t_0 - t)^2}{2} = \frac{4}{3}S$$

$$2_0 t = \left(\frac{S}{a t_0} + \frac{t_0}{2}\right) \left(\frac{S}{t_0} + \frac{a t_0}{2}\right) = \frac{S^2}{a t_0^2} + \frac{S}{2} + \frac{S}{2} + \frac{a t_0^2}{4} +$$

$$\frac{S}{a t_0^2} + \frac{a t_0^3}{4} + S - \frac{S^2}{a t_0^2} + \frac{a t_0}{2} - \frac{a \left(\frac{S}{a t_0} + \frac{t_0}{2}\right)^2}{2} +$$

и

$$S(2t_0) = \frac{2_0^2}{a} + \frac{4 a t_0^2}{2} - 2 t_0 2_0 =$$

$$= \left(\frac{S}{t_0} + \frac{a t_0}{2}\right)^2 + \frac{4 a t_0^2}{2} - 2 t_0 \left(\frac{S}{t_0} + \frac{a t_0}{2}\right) =$$

$$= \frac{S^2}{a t_0^2} + S + \frac{a t_0^2}{4} + \frac{4 a t_0^2}{2} - 2 S - a t_0^2 =$$

$$= \frac{S^2}{a t_0^2} - S + \frac{a t_0^2 + 8 a t_0^2 - 4 a t_0^2}{4} = \frac{S^2}{a t_0^2} - S + \frac{3 a t_0^2}{4} = \frac{4}{3}S$$

$$\frac{5 a^2 t_0^2}{4} - \frac{7}{3} a S + \frac{S^2}{t_0} = 0$$

Lucas

$$D = \frac{49}{9} S^2 - 5t_0^2 \frac{S^2}{t_0} = \frac{49}{9} 5t_0^4 S^2 =$$

$$= \frac{49S^2}{9} - 5t_0 S^2 = S^2 \left(\frac{49}{9} - 5t_0 \right)$$

$$a = \frac{\left(\frac{7}{3} + S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} \right) 4}{10t_0^2} = \frac{\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0}}{5t_0^2}$$

$$S(3t_0) = \frac{8t_0^2}{a} + \frac{9at_0^2}{2} - 38t_0 =$$

$$= \frac{S^2}{at_0^2} + S + \frac{at_0^2}{4} + \frac{9at_0^2}{2} - 3S - \frac{3at_0^2}{2} =$$

$$= \frac{S^2}{at_0^2} - 2S + \frac{13at_0^2}{4} =$$

$$= \frac{S^2 \cdot 5t_0^2}{5t_0^2 \left(\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} \right)} - 2S + \frac{13t_0^2 \left(\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} \right)}{5t_0^2} =$$

$$= \frac{5S^2}{\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0}} + \frac{182}{3} + 26S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} - 2S =$$

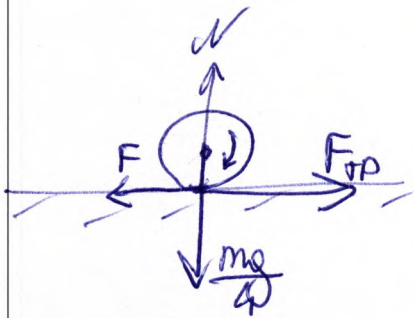
$$= \frac{5S^2}{\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0}} + \frac{182}{15} + \frac{26}{5} S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} - 2S$$

Ombem: $S(3t_0) = \frac{5S^2}{\frac{14}{3} + 2S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0}} + \frac{26}{5} S\sqrt{\frac{49}{9} - 5t_0} + \frac{182}{15} - 2S$

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

Задача 4.



$F_{\text{тр}}^{\text{max}} = \mu N = \frac{\mu mg}{4}$ - если автомобиль разогнет силу тяги $F \geq \frac{mg}{4} = \frac{10^4}{4}$

$$a_{\text{max}} = \frac{4F_{\text{тр}}^{\text{max}}}{m} = \mu g$$

$$t = \frac{\Delta z}{a_{\text{max}}} = \frac{30}{0,5 \cdot 10} = 6 \text{ c}$$

$$F = \frac{\mu}{2}$$

$$F_{\text{min}} = \frac{10^5}{30} ; F_{\text{max}} = \frac{10^5}{30_{\text{кон}}} - F_{\text{max}} \text{ постоянно изменяется на протяжении}$$

$$F_{\text{ep}} = \frac{10^5}{15} > \frac{10^4}{4}$$

$$F_{\text{TP}} = F \Rightarrow t = \frac{\frac{15}{\frac{10^5}{15 \cdot 2}} + 15}{a_1} \quad a_1 = \frac{2 \cdot \frac{10^5}{30}}{10^3} = \frac{10^2}{15}$$

$$a_2 = \frac{2F_{\text{max}}}{m} = \frac{\mu g}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^3} = 5$$

$$t = \frac{\Delta z}{2a_1} + \frac{\Delta z}{2a_2} = \frac{15^2}{10^2} + \frac{15 \cdot 2}{0,5 \cdot 10} = 1,5^2 + 0,6 = 2,85 \text{ c}$$

$$t = \frac{15}{15}$$