

ШИФР

a 44

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

## Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников  
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИпо математике в 11 классе  
(наименование общеобразовательного предмета)Фамилия И.О. участника Шмута Николай Владимирович

Дата рождения

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Школа № 2109 район Церехинки город Москва**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

+ 1 чистовик

--

Дата проведения 19.01.2025.**Правила поведения**Участник очного тура олимпиады **обязан**:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается**:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному

заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

**Оформление работы**

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

--

(подпись участника олимпиады)



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

W1.

$$2 \cos^4 x - \sin^3 x = 1 \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$2(1 - \sin^2 x)^2 - \sin^3 x = 1$$

$$2 - 4 \sin^2 x + 2 \sin^4 x - \sin^3 x = 1$$

$$\text{пусть } \sin x = t; \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^4 - t^3 - 4t^2 + 1 = 0$$

Заметим, что  $t = -1$  и  $t = \frac{1}{2}$  — являются корнями! Тогда воспользуемся следствием теоремы Безу!

$$(t+1)(2t-1)(t^2-t+1) = 0$$

$$t^2 - t + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 = -3$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2};$$

$$t = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} > 1 \text{ не подходит!}$$

$$t = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} \text{ подходит!}$$

$$t = -1$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} \rightarrow$$

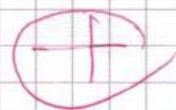
$$t = \frac{1}{2} \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}\right) + 2\pi k, \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{-3}}{2}\right) + 2\pi k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

1	2	3	4	5
+	+	0	+	-
20	20	0	11	0

~~Итого 51~~  
~~20+20+0+11+0=51~~  
 $\Sigma = 51$   
~~20+20+0+11+0=51~~





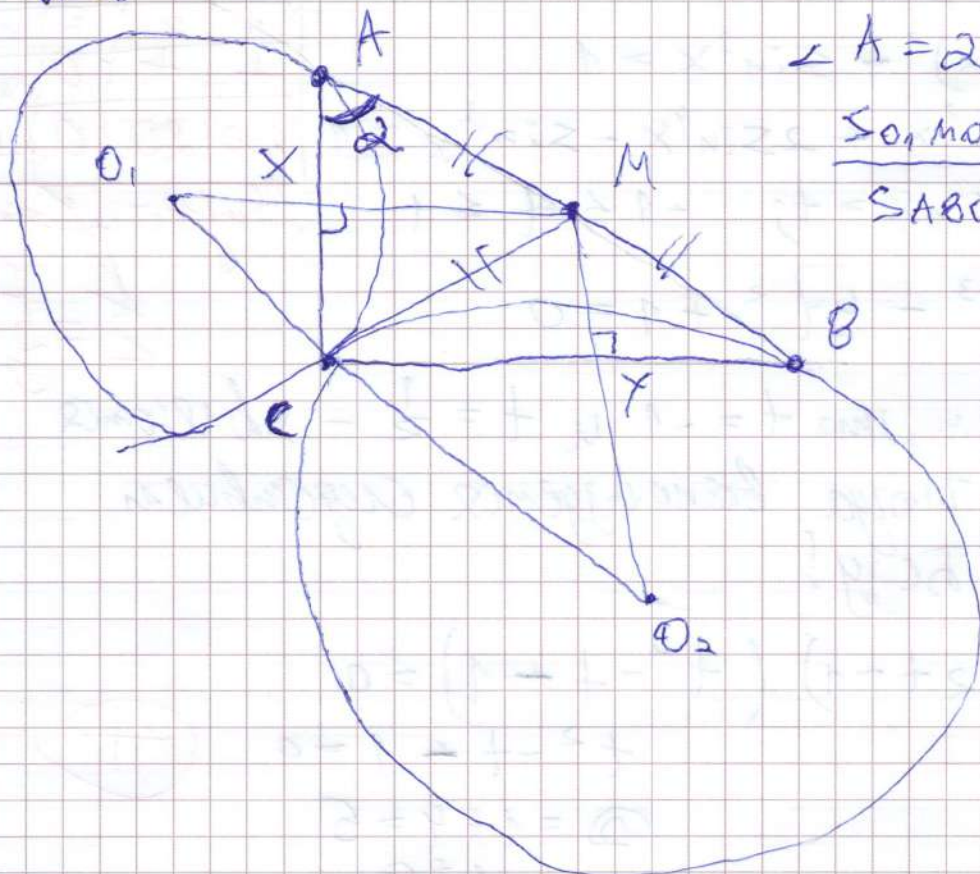
## Ordering:

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi K; \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi K; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi K;$$

$$x = \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k; \quad x = \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k$$

$$x = \pi - \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi K; \quad K \in \mathbb{Z}$$

W2.



$\angle A = 2$

$$\frac{\sum O_1 M O_2}{\sum ABC} - ?$$

По мере  $\theta$  угла, между хордой и касательной:

$$\angle AOC = 22; \angle BOC = 180^\circ - 22$$

Типа жана  $O_1 A \perp AB$ ;  $O_2 B \perp AB$

(т.к. АВ - касательная к окружностям)  
тогда  $O_1A \parallel O_2B$

$\pi|_{\mathcal{G} \cap \mathcal{H}} \in \mathcal{N}_{\mathcal{G} \cap \mathcal{H}} = \mathcal{P}$

u m. R.  $\angle AOC = 22^\circ$  mo

$\angle O_1PB = 180^\circ - 22^\circ$   
(m.k.  $O_1A \parallel O_2B$ )





т.е.  $\angle EPB = 180^\circ - 22$   
 По мы знаем, что  $\angle CO_2B = 180^\circ - 22$   
 А это значит, что  $O_1E \cap O_2B = O_2$   
 т.е.  $O_1, O_2, E$  - лежат на одной прямой.  
 Ну, а если окруж. точки окр-тей (E)  
 лежат на линии их центров ( $O_1O_2$ ), то  
 окр-ти касаются в т. E.

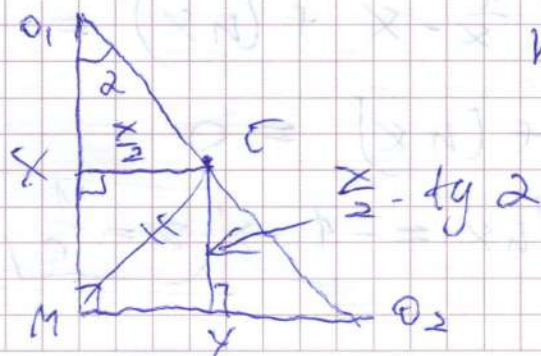
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot x^2 - t y^2$$

Значит  $Q_1 M - \text{бис-саль } A_1 O_1 C$ ;

Анализом МЭ, МВ - определяем кабат. К окр.,  
с учетом  $\theta_2$ ; тогда  $\angle M D_2 C = 90^\circ - 2$

$$CX = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} X,$$

$$EY = \frac{1}{2} \quad BC = \frac{1}{2} x - \ln y^2$$



$$\angle KO_1 O_2 = 90^\circ - 2$$

№ 0 Δ MO, O<sub>2</sub> - н/пл. аэроз.

ХМҮС - тэргүүн



$$S_{XMYC} = XC - CY = \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg} 2 = \frac{x^2}{4} \cdot \operatorname{tg} 2$$

$$S_{O_1XC} = \frac{1}{2} - O_1X \cdot XC = \frac{x^2}{8 \operatorname{tg} 2}$$

$$O_1X = \frac{x}{2 \operatorname{tg} 2}$$

$$S_{O_2YC} = \frac{1}{2} - O_2Y \cdot CY = \frac{x^2}{8} - \operatorname{tg}^3 2$$

$$O_2Y = \frac{x}{2} \cdot \operatorname{tg}^2 2$$

$$S_{MO_1O_2} = \frac{x^2}{4} \cdot \operatorname{tg} 2 + \frac{x^2}{8 \operatorname{tg} 2} + \frac{x^2}{8} - \operatorname{tg}^3 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \operatorname{tg} 2$$

$$\frac{S_{MO_1O_2}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4 \operatorname{tg}^2 2} + \frac{1}{4} \cdot \operatorname{tg}^2 2 =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} (\operatorname{tg}^2 2 + \operatorname{tg}^2 2)$$

$$\text{Отвечая: } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} (\operatorname{tg}^2 2 + \operatorname{tg}^2 2)$$

W4.

$$9 - x^{6x} = 1$$

Его можно возводить.  $x$ ?

Его можно возводить.  $x$ ?

Введем  $g$ -ую  $f(x) = 9 \cdot x^{6x} - 1$

Во-первых, заметим, что  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{6 \cdot \frac{1}{3}} - 1 = 9 \cdot \frac{1}{9} - 1 = 0$$

$$f'(x) = 9 \cdot e^{6 \ln x - x} - 1$$

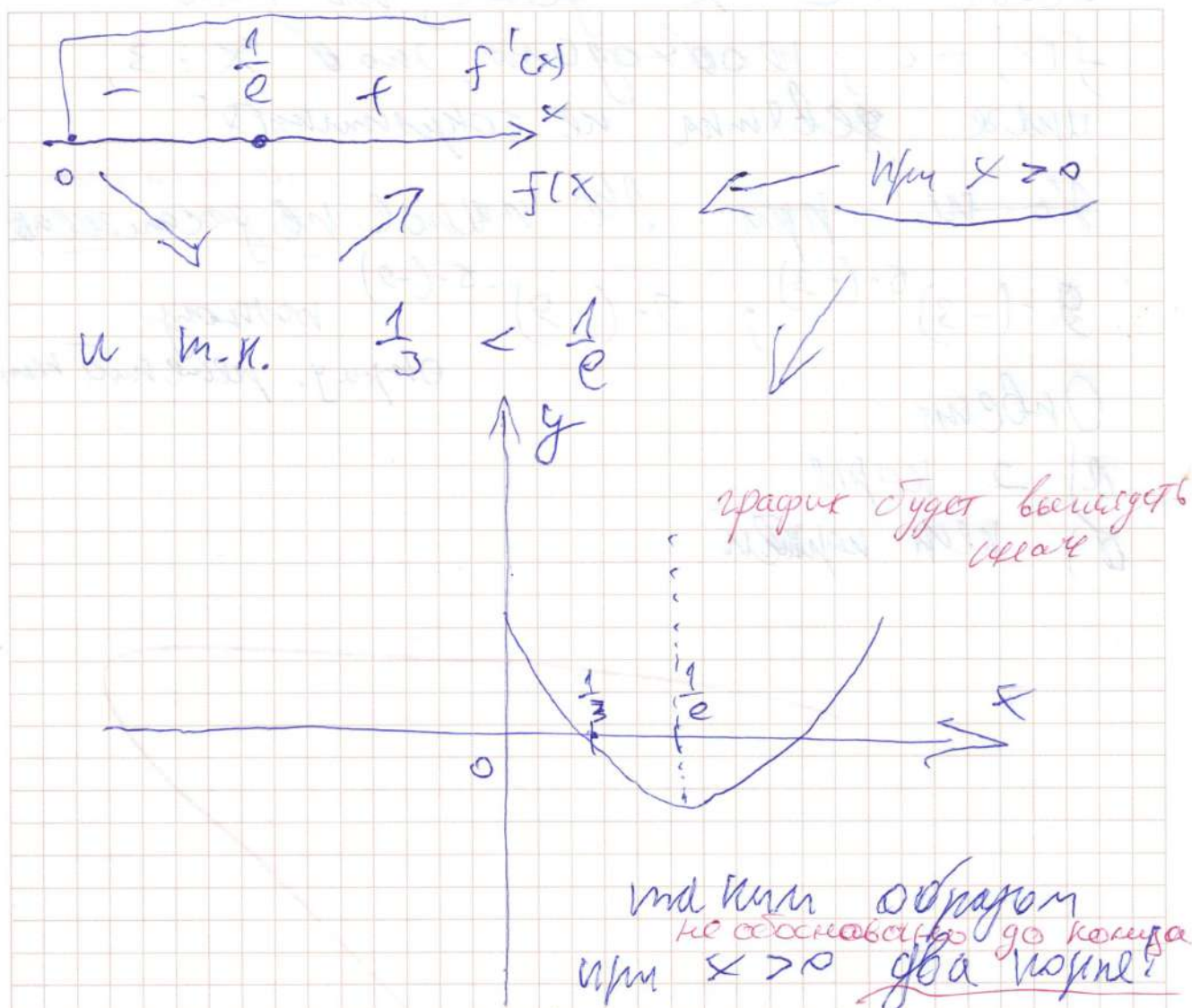
$$f'(x) = 9 \cdot e^{6 \ln x - x} \cdot 6 \left( \frac{1}{x} - x + \ln x \right) =$$

$$= \underbrace{54 \cdot e^{6 \ln x - x}}_{> 0} - (1 + \ln x) = 0$$

$$\ln x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{e}$$



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!



Таким образом, что будет происходить, при отриц.  $x$ :

Во-первых,  $bx$  - должно быть целым, иначе мы будем брать корни из отриц. числа!

Если  $bx$  - целое, то  $x$  - либо тоже целое, либо  $x = -\frac{1}{2}$ ;  $x = -\frac{1}{3}$  есть еще варианты.

$$f(-\frac{1}{3}) = 9 \cdot (-\frac{1}{3})^6 - 1 = 80$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 9 - (-\frac{1}{2})^6 - (-\frac{1}{2}) - 1 = 7.1$$

Если  $x \in \mathbb{R}$   $x$  - целое, то тогда  $f(x) = 0$ , необходимо, тогда  $x = 3$ ,  
иначе жебения не сократимся!

Но не при  $x=3$  мы не можем не доказано.

$$9 - (-3)^6 - (-3) - 1 = 9 - (-9) - 5 - 1 = 2$$

нотный  
открыт, плюс минус

Ответ:

- a) 2 корня
- b) нет корней

