



ШИФР

1103

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по МАТЕМАТИКЕ

(наименование общеобразовательного предмета)

Дата проведения 19.01.2025.Фамилия И.О. участника Васькина Валерия Сергеевна

Серия и номер паспорта

2	2	2	0
---	---	---	---

2	3	2	2	8	4
---	---	---	---	---	---

СНИЛС 194-477-553 22Дата рождения 28.11.2006Класс 11Школа № 3

район

город Саров

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады **обязан:**

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды

шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
20	20	нет	81 115	52

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество НЕ писать! Лист НЕ подписывать!

$$① \quad 2 \cos^4 x - \sin^3 x = 1;$$

$$2(1 - \sin^2 x)^2 - \sin^3 x - 1 = 0;$$

$$2\sin^4 x - \sin^3 x - 4\sin^2 x + 1 = 0;$$

$$\sin^3 x (2\sin x - 1) - (2\sin x - 1)(2\sin x + 1) = 0;$$

$$(2\sin x - 1)(\sin^3 x - 2\sin x - 1) = 0$$

$$(1): \sin^3 x - 2\sin x - 1 = 0. \quad \text{При } \sin x = -1: -1 + 2 + 1 = 0 - \text{верно.}$$

$$\begin{array}{r} \sin^3 x - 2\sin x - 1 \quad | \quad \sin x + 1 \\ \sin^3 x + \sin^2 x \\ \hline -\sin^2 x - 2\sin x - 1 \\ -\sin^2 x - \sin x \\ \hline -\sin x - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sin^2 x - \sin x - 1 = 0. \\ D = 1 + 4 = 5. \end{array}$$

$$\left(\sin x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(\sin x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 0.$$

$$\text{Итого: } (2\sin x - 1)(\sin x + 1)\left(\sin x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(\sin x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 0;$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases},$$

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{5} < 3, \\ 1.5 < \frac{1+\sqrt{5}}{2} < 2. \end{aligned}$$

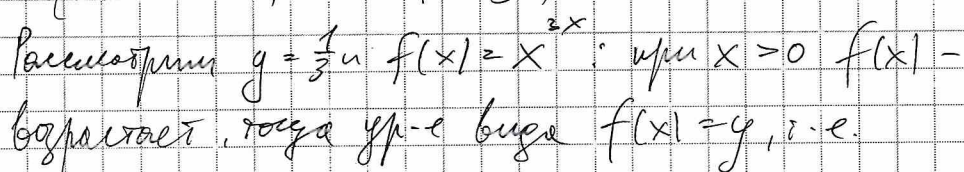
$$\begin{aligned} -3 < -\sqrt{5} < -2, \\ -1 < \frac{1-\sqrt{5}}{2} < -0.5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin x \leq 1. \\ \sin x &\neq \frac{1+\sqrt{5}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2} + 2\pi f, f \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2} + 2\pi f, f \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

√1



$x^{3x} = \frac{1}{3}$ имеет не более одного корня. Перебором $x = \frac{1}{3}$.
 Если $x < 0$, то при четном x : $x^{3x} > 0$, но $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{3}$
 • при нечетном x : $x^{3x} = -\frac{1}{3} = (-\frac{1}{3})^{-1}$; $|x|^{3|x|} = 3$

Рассмотрим $y = 3$ и $f(x) = |x|^{3|x|}$ - график имеет только одну точку (при $x < 0$) на отрезке $(-2; -1)$.

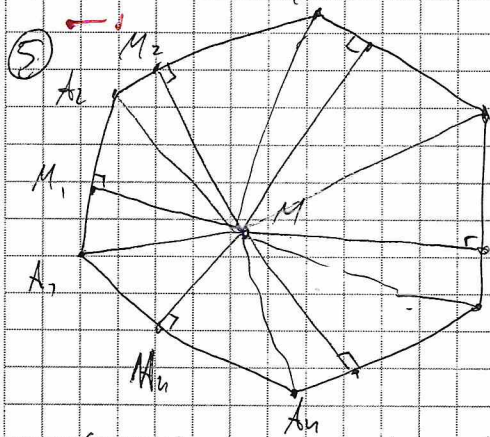
! Отрицательных корней быть не может, т.к. основание степени > 0 , $x > 0$.

Ответ: 2 един. б. кор.

③ Т.к. a и b - стороны треугольника, то $\begin{cases} a+b > c \\ b+c > a \\ a+c > b \end{cases} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$
 • $a^2 + b^2 < a^2 + c^2$;

$a(1-x^2) + b(1-x) > 0$, где $a > 0$ и $b > 0$, значит $x < 1$.

Если $x > 0$, то $0 < x < 1$ Если $x < 0$, то $x < -1$.



$$\begin{aligned}
 & \cdot A_1 A_2^2 + A_2 A_3^2 + \dots + A_n A_1^2 = \\
 & = (A_1 M_1 + M_1 A_2)^2 + \dots + (A_n M_n + M_n A_1)^2 = \\
 & = (A_1 M_1^2 + A_2 M_2^2 + \dots + A_n M_n^2) + \\
 & + 2(A_1 M_1 \cdot M_1 A_2 + A_2 M_2 \cdot M_2 A_3 + \dots + \\
 & + A_n M_n \cdot M_n A_1) + (M_1 A_2^2 + M_2 A_3^2 + \dots + M_n A_1^2) = \\
 & = (A_1 M_1^2 + \dots + A_n M_n^2) + 2(M_1 M_1^2 + M_2 M_2^2 + \dots + M_n M_n^2) + (M_1 A_2^2 + \dots + M_n A_1^2) = \\
 & = ((A_1 M_1^2 + M_1 M_1^2) + (M_1 A_2^2 + M_1 M_1^2)) + \dots + ((A_n M_n^2 + M_n M_n^2) + (M_n A_1^2 + M_n M_n^2)) = \\
 & = (A_1 M_1^2 + A_2 M_2^2) + (A_2 M_2^2 + A_3 M_3^2) + \dots + (A_n M_n^2 + A_1 M_1^2) = \\
 & = 2(A_1 M_1^2 + A_2 M_2^2 + \dots + A_n M_n^2) = 4(A_1 M_1^2 + \dots + A_n M_n^2); \\
 & A_1 M_1^2 + A_2 M_2^2 + \dots + A_n M_n^2 = 2(A_1 M_1^2 + \dots + A_n M_n^2); \\
 & M_1 M_1^2 + M_2 M_2^2 + \dots + M_n M_n^2 = A_1 M_1^2 + \dots + A_n M_n^2, \text{ значит}
 \end{aligned}$$

поэтому можно считать M_1, M_2, \dots, M_n - это вектор, т.е. можно считать M_1, M_2, \dots, M_n .

53

