МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский**

**государственный университет им.** **Н.И.** **Лобачевского»**

**М.Н.** **Павленков**

**Л.С.** **Маева**

**Введение в математическое моделирование систем**

Учебное пособие

### Рекомендовано Ученым советом Института экономики и

### предпринимательства для магистров ННГУ, обучающихся по

### направлению подготовки 09.04.03 «Прикладная информатика»

Нижний Новгород

2017

УДК 519.876.5(075.8)

ББК Ув611я73-1

П 12

П 12 Павленков, М.Н. Введение в математическое моделирование систем: учеб. пособие [Электрон. ресурс] / М.Н. Павленков, Л.С. Маева. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2017. - 93 с.

Рецензенты:

**Ю.В. Трифонов**, профессор, д-р. эконом. наук, заведующий кафедрой «Информационные технологии и инструментальные методы в экономике» Института экономики и предпринимательства ННГУ им. Н.И. Лобачевского;

**С Г. Фалько**, профессор д-р. эконом. наук, заведующий кафедрой «Экономика и организация производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

 В настоящем пособии рассмотрены теоретические основы математического моделирования систем. Приведены основные понятия и методы математического моделирования, представлена классификация моделей и систем. Рассмотрена роль измерений при моделировании, а также место математического моделирования в системных исследованиях.

 Для студентов экономических и других специальностей, магистров, аспирантов, преподавателей и экономистов-практиков.

Ответственный за выпуск:

председатель методической комиссии ИЭП ННГУ,

к.э.н., доцент Летягина Е.Н.

УДК 519.876.5(075.8)

ББК Ув611я73-1

**© Национальный исследовательский**

**Нижегородский государственный**

**университет им. Н.И. Лобачевского, 2017**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 5

**Тема 1 Модели и моделирование 7**

1.1.Понятие модели, моделирования 7

1.2.Познавательные и прагматические модели 9

1.3. Статические и динамические модели 10

1.4. Классификация моделей по способу воплощения 12

1.5. Знаковые модели и сигналы 13

1.6. Условия реализации модельных свойств 14

Вопросы для самопроверки и повторения 16

**Тема 2 Модели систем 17**

2.1. Система 17

2.1.1. Принципы системности 17

2.1.2. Анализ и синтез систем 18

2.1.3. Классификация систем 19

2.2. Сложные системы 21

2.3. Классификация систем по управлению 24

2.4. Модель «черного ящика» 25

2.5. Модель состава системы 26

2.6. Модель структуры системы 30

2.7. Динамические модели систем 33

2.7.1. Функционирование и развитие 33

2.7.2. Общая математическая модель динамики 34

2.7.3. Стационарные системы 35

2.7.4. Состояние системы 35

2.7.5. Свойства систем 37

2.7.6. Устойчивость динамических систем 39

2.8. Основные свойства систем 40

Вопросы для самопроверки и повторения 42

**Тема 3 Роль измерений при моделировании 43**

3.1. Измерительные шкалы 43

3.1.1. Дихотомическая (номинальная) шкала 43

3.1.2. Шкала наименований 44

3.1.3. Шкала порядков (ранговые шкалы) 45

3.1.4. Шкала интервалов 47

3.1.5. Шкала отношений 47

3.1.6. Абсолютная шкала 48

3.1.7. Неопределенность измерений 48

3.2. Некоторые понятия теории расплывчатых множеств 49

3.3. Нечеткие числа 50

Вопросы для самопроверки и повторения 53

**Тема 4. Процедуры моделирования 54**

4.1. Этапы анализа 54

4.2. Методы декомпозиции 57

4.3. Программно-целевой метод 59

4.3.1. Область применения программно-целевого метода 59

4.3.2. Дерево целей 60

4.4. Агрегирование систем 61

4.5. Виды связей в системе 62

4.6. Аксиомы теории управления 65

Вопросы для самопроверки и повторения 69

**Тема 5 Практические вопросы моделирования 70**

5.1. Виды подобия моделей 70

5.2. Особенности математического моделирования 70

5.3. Процесс построения математической модели 73

5.4. Общие свойства моделей 76

5.5. Оценка математической модели 78

5.5.1. Принятие решения 79

5.5.2. Методы моделирования 80

5.5.2.1. Формальные методы представления систем 81

5.5.2.2. Методы активизации интуиции и опыта 81

5.5.3. Математические модели 82

5.5.3.1. Постановка задачи 82

5.5.3.2. Построения модели 82

5.5.3.3. Выбор структуры 83

5.5.3.4. Методы выбора структур 83

5.5.3.5. Выбор критерия оценки качества модели 84

5.5.3.6. Оценивание параметров 84

5.5.4. Математическое описание объектов 85

5.5.4.1. Аналитический подход 85

5.5.4.2. Экспериментальное определение характеристик объектов 86

Вопросы для самопроверки и повторения 89

**Литература** 91

**Введение**

Вычислительная техника прочно вошла в практическую деятельность человека. Она широко используется в процессе: разработки новых технологий; решения научно – технических и экономических задач; планирования и прогнозирования развития народного хозяйства .

Все общественные и естественные науки, применяющие математический инструментарий, занимаются, по сути, математическим моделированием: заменяют исследуемые реальные объекты математическими моделями и изучают данные объекты. Для выполнения исследований прикладных задач используется вычислительная техника, поэтому задачи необходимо "перевести" на математический язык, т.е. разработать некоторую математическую модель объекта. Главная цель моделирования заключается в обработке информации об исследуемом объекте, который постоянно взаимодействует с другими объектами, а также внешней средой. Модель становится средством познания объекта, его свойств, а также закономерностей его поведения.

Математическое моделирование является средством изучения существующих реально объектов путем замены их математической моделью, которая более удобна для исследования этих объектов с помощью вычислительной техники.

При разработке математической модели, исследуемого объекта, выделяют его особенности, которые содержат основную информацию об этом объекте и допускают ее формализацию. Формализация характеризуется тем, что особенности объекта можно отобразить такими математическими понятиями, как функция, матрица, число и так далее, что позволяет записать связи и существующие отношения в виде математических отношений таких, как уравнение, неравенство, равенство. В результате такой формализации описывается математически изучаемый объект, то есть получается математическая модель данного объекта.

Исследование математической модели связанно с определенными правилами действия, которые отражают существующие связи между причинами и следствиями.

Разработка математической модели является важнейшей задачей исследования любого объекта, а модель должна быть адекватной и удобной для работы.

Практическое значение учебного пособия связано с необходимостью обобщения и адаптации имеющихся публикаций к требованиям образовательных стандартов, предъявляемым к содержанию дисциплины.

В учебном пособии изложены основополагающие вопросы, которые позволяют получить целостное представление о состоянии, существующих проблемах и перспективах математического моделирования.

В первой теме раскрыты общие понятия модели и моделирования. Применительно к различным сферам науки рассматриваются виды моделирования. Выделены особенности компьютерного моделирования. Приводится классификация моделей по способу воплощения. Излагаются ключевые условия реализации модельных свойств.

Вторая тема посвящена вопросам моделирования сложных систем. Дается классификация систем по управлению. Излагаются особенности и основные свойства систем, особенности моделирования состава и структуры системы,.

Третья тема посвящена вопросам измерений при исследовании систем. Приводятся основные измерительные шкалы, применяемые в моделировании систем. Рассмотрены основные теоретические положения расплывчатых множеств.

Четвертая тема посвящена процедурам системного моделирования. Излагаются основы анализа систем, методов декомпозиции, процессов агрегирования и моделирования связей в системах.

Пятая тема посвящена изложению основных положений практического построения математических моделей. Излагаются ключевые этапы и особенности разработки моделей, а также критерии оценки качества моделей.

Цель учебной дисциплины состоит в комплексном изучении системы математического моделирования с учётом её взаимодействия с другими учебными дисциплинами.

По каждой теме приведены вопросы для самопроверки.

При подготовке учебного пособия широко использовались различные учебные, научные, периодические издания и другие материалы, связанные с тематикой математического моделирования.

Авторы благодарят рецензентов за ценные советы и замечания.

**Тема 1 Модели и моделирование**

* 1. **Понятие модели, моделирования**

Результаты исследования объектов окружающего мира, необходимо отображать и представить в удобном виде для их анализа, для их хранения и (или) передачи. Создавая или проектируя новое формируется первоначально некоторый образ нового. В этой деятельности человек использует модели и моделирование. Моделирование практически незаменимо при исследовании сложных систем (например, экономических), поэтому моделирование главный инструмент системного анализа.

Термин модель используется в разных ситуациях. Модель - от латинского «**modulus**», что означает мера, норма.

Под «**моделью**» будем понимать некую мысленно представляемая или материально реализованная систему, которая замещает в процессе познания, исследуемый объект, но сохраняет важные для исследования черты, а изучение дает новую информацию об этом объекте. Другими словами, ***модель*** - это упрощенное изображение объекта (процесса), используемая для глубокого изучения.

**Метод исследования, основывающийся на разработке моделей и использовании их, в научной литературе называется *моделированием***. Моделирование является способом научного исследования и познания.

Моделирование дает возможность исследовать характеристики и свойства существующих или создаваемых объектов. Анализ процесса моделирования в общефилософском понятии может начинаться с того момента, когда объект признан как факт его реального существования. Анализ моделирования как процесс базируется на теории отражения:

- модель - это отражение объекта реально существующего;

- модель - это гомоморфное отражение объекта (**гомоморфизм** - отображение несколько свойств в одно; **изоморфизм** – взаимное соответствие свойств);

-модель - предполагает участие познающего субъекта.

Применение методов моделирования позволяет развивать науку и имеет важное значение в решении практических задач, так как объекты имеют сложную природу и напрямую изучать порой их невозможно. Значительно легче создавать и исследовать прообразы реально существующих процессов или объектов, т.е. модели. Можно принять, что теоретическое знание об объекте, в основном, описываются некоторой совокупностью различных видов моделей, которые отражают важнейшие свойства реального процесса, хотя реальность значительно богаче и содержательнее .

Основными причинами применения различных моделей являются:

— значительная сложность объектов: количество различных факторов, относящихся к проблеме, физически не могут быть оценены человеком, поэтому выходом из ситуации является упрощение на основе моделирования;

— значительная затратность экспериментов: ситуации, когда проведение эксперимента ограничено высокой стоимостью или опасностью;

— потребностью прогнозирования: разработать прогноз возможного развития ситуации и определить последствия от результатов принимаемых решений;

— размерность объект: объект слишком мал или слишком велик;

— время протекания процесса: процесс протекает очень быстро или очень медленно;

— последствия исследования: результатом исследования объекта может оказаться его разрушение.

Моделирование используется широко, поэтому полную классификацию существующих видов моделирования создать сложно, в том числе и в силу использования моделей как в науке и технике, так и других сферах. Применительно к различным наукам моделирование может быть:

• концептуальное (используется искусственный или естественный язык);

• интуитивное ( мысленный эксперимент);

• физическое ( реальные объекты);

• структурно-функциональное (схемы, графики, таблицы, рисунки и т.п.);

• логико-математическое (средства логики и математики );

• имитационное (программное) (алгоритм в виде программы для компьютера).

Виды моделирования, рассмотренные выше, не носят взаимоисключающий характер и могут использоваться при исследовании объектов либо совместно, либо в их комбинации. Отдельно можно выделить компьютерное моделирование, которое тесно связано с имитационным моделированием.

Под компьютерным моделированием на начальном этапе развития ЭВМ подразумевалось только имитационное моделирование. В последующие годы эти подходы использовали для решения химических задач, задач по электроэнергетике и задач по некоторым другим дисциплинам, а сами подходы незначительно отличались друг от друга. Такой подход еще используется и в прикладных, и научных исследованиях.

Однако «компьютерное моделирование» сегодня в первую очередь связывают с системным анализом. Следует подчеркнуть, что компьютер полезен при любом моделировании, а, например, при физическом моделировании может использоваться для управления процессом. Произошло некоторое изменение понятия «компьютерная модель». Раньше компьютерную модель отожествляли с имитационной моделью, которая состоит из отдельной программы или некоторого комплекса для выполнения последовательного ряда вычислений и (или) графического выражения результатов функционирования исследуемого объекта. С развитием компьютерных технологий под компьютерной моделью понимают чаще структурно-функциональную модель, как, описание некоторого образа объекта с помощью блок-схем, компьютерных таблиц, различных диаграмм, двухмерных и трехмерных графиков, всевозможных рисунков, гипертекстов , описывающих взаимосвязь между подсистемами и элементами исследуемого объекта.

Из рассмотренного следует, что суть «компьютерного моделирования» намного шире обычного понятия «моделирование на ЭВМ», поэтому требуются некоторые уточнения данного понятия.

С помощью компьютерного моделирования по разработанной модели определяются количественные и (или) качественные результаты. Качественные результатам позволяют выявить неизвестные ранее характеристики объекта. Количественные результаты дают некоторый прогноз или объяснения значений переменных, которые характеризуют исследуемую систему.

Процесс или реальный объект выступает предметом компьютерного моделирования, а цели могут быть различными. В системном анализе моделирование является чаще всего центральной процедурой.

Значение моделирования в практической плоскости заключается в следующем:

- для исследования модели более удобны, чем объекты, некоторые из них можно исследовать лишь на моделях;

-моделирование является инструментом детального исследования реальности, поэтому можно определить наиболее важные факторы объекта.

* 1. **Познавательные и прагматические модели**

Деление моделей на прагматические и познавательные означает деление их в зависимости от целей моделирования на теоретические (экспертные) и практические (конструктивные). Разница между ними проявляется в отношении к оригиналу.

**Познавательные модели** (описательные, дескриптивные) используются для описания общих и частных свойств реальных объектов. Они позволяют соединить имеющиеся знания с новыми знаниями, поэтому если между моделью и реальностью имеются расхождения, то с помощью изменения модели решается задача по устранению данного расхождения. Другими словами познавательная деятельность направлена на создание модели приближенной к реальности (примеры: модели химических реакций, атмосферных явлений, Солнечной системы, термоядерного синтеза, атома и др. объектов).

**Прагматические модели** (прескриптивные, нормативные) предназначены для задания целей и последовательности действий. Модели являются методом организации выполняемых действий. Порядок применения прагматических моделей заключается в том, чтобы при выявлении расхождения между реальностью и моделью изменить реальность, т.е. приблизить существующую реальность к разрабатываемой модели. Таким образом, такие модели имеют нормативный характер, выполняют роль некоторого стандарта, к которому “подгоняется” как деятельность, так и результат этой деятельности (например, планы и программы, уставы, кодексы законов, алгоритмы, экзаменационные требования и т.д.).

Главное отличие познавательных моделей от прагматических моделей следующее: познавательные модели используются для отражения существующего, а прагматические модели используются для отражения желаемого.

* 1. **Статические и динамические модели**

**Модель называется статической**, когда она описывает установившийся режим работы исследуемого объекта при постоянных во времени входных и выходных воздействиях .

**Модель называется динамической**, когда она описывает неустановившийся режим работы исследуемого объекта при изменяющихся во времени входных и выходных переменных.

Исследование свойств динамических моделей позволяет изучить, как меняется состояние исследуемого объекта при заданных воздействиях и исходном начальном состоянии.

Статическая модель, например, зависимости длительности технологической операции от расхода ресурсов можно описать в виде следующего выражения

.

Зависимость объемов производства продукции от капитальных вложений затраченных ресурсов можно рассматривать как пример динамической модели, которую часто представляют в форме дифференциального уравнения

Если динамическая система является непрерывной, то она описывается дифференциальным уравнением, или дискретной и в этом случае описывается конечно-разностным уравнением.

Система описывается конечным автоматом при условии, что множество переменных и моментов времени конечно.

Конечный автомат описывается конечным множеством:

- состояний входа ;

- состояний ;

- внутренних состояний .

Кроме этого он описывается функцией:

- переходов T(x, q);

- выходов P(x, q).

Обобщением таких детерминированных автоматов будут стохастические автоматы при условии, что переходы из одного состояния в другое характеризуются вероятностями. Если динамическая система обеспечивает обслуживание заявок, то модель разрабатывается на основе методов теории массового обслуживания.

Динамическая модель будет **стационарной** при неизменности свойств входных переменных со временем в процессе их преобразования. При изменении свойств со временем в процессе преобразования динамическая модель называется нестационарной.

В некоторых случаях можно считать объект стационарным, если параметры изменяются достаточно медленно со временем, которое необходимо для оценки объекта.

Различают вероятностные (стохастические) и детерминированные модели. В детерминированных моделях выходные переменные однозначно определяются по заданным входным переменным. При этом следует понимать , что входные переменные могут быть в том числе и случайными. В этом случае, используя стохастический оператор, можно по заданной вероятности распределения входных параметров определить распределение вероятностей выходных переменных.

Рассмотрим далее классификацию моделей с точки зрения входных и выходных переменных:

1.Модели с управляемыми входными переменными (могут изменяться по усмотрению исследователя).

2. Модели с неуправляемыми входными переменными (переменные непригодны для управления).

3.Модели одномерные (входная переменная и выходная являются скалярными величинами).

4.Модели многомерные (модель, у которой векторы входа и выхода имеют размерность больше 2).

5.Модели непрерывные (входные переменные и выходные являются непрерывными).

6.Модели дискретные (входные переменные и выходные являются дискретными).

В сложных динамических системах, протекающие процессы имеют такое число параметров, что уравнения, описывающие их, не могут быть реально разрешены. Многие системы уникальны, поэтому длительность экспериментов с ними часто сравнима с циклом их жизни, а кроме этого иногда выполнение экспериментов вообще невозможно.

Во многих случаях невозможно выделить содержание каждого этапа управления, так как возникает такое количество ситуаций, что невозможно выявить влияние каждой на принимаемые управленческие решения. В этих условиях вместо жесткого алгоритма приходится использовать некоторую совокупность нетривиальных указаний, соответствующую тому, что в математике называется исчислением, где на каждом шаге имеется возможность некоторого произвольного продолжения поиска решения. Исчисления являются предметом математической логики.

* 1. **Классификация моделей по способу воплощения**

Модели по способу реализации (воплощения) подразделяются на абстрактные (идеальные) и материальные.

**«Материальные модели:**

- геометрически подобные масштабные, воспроизводящие пространственно-геометрические характеристики оригинала безотносительно его субстрату (макеты зданий и сооружений, учебные муляжи и др.);

- основанные на теории подобия, воспроизводящие с масштабированием в пространстве и времени свойства и характеристики оригинала той же природы, что и модель (гидродинамические модели судов, продувочные модели летательных аппаратов);

- аналоговые приборные, воспроизводящие исследуемые свойства и характеристики объекта оригинала в моделирующем объекте другой природы на основе некоторой системы прямых аналогий (разновидности электронного аналогового моделирования)».

Теория подобия позволяет перенести достоверные данные, полученные на модели, на реальный, но еще не созданный объект. Следует отметить , что сегодня методы физического моделирования сохраняют свое значение и применяются на практике.

Аналоговое моделирование заключается в том, что характеристики объекта воспроизводятся на моделях иной, чем у оригинала физической природы. Многие процесс различной природы могут быть описаны аналогичными математическими выражениями. Такое описание разнородных объектов рассматривается как две модели, взаимно отображающие друг друга, а коэффициенты, связывающие сходственные показатели, в этом случае являются размерными величинами.

**Идеальные (абстрактные) модели:**

а) модели неформализованные;

«в) частично формализованные модели:

- вербальные – описание свойств и характеристик оригинала на некотором естественном языке (текстовые материалы проектной документации, словесное описание результатов технического эксперимента);

- графические – черты, свойства и характеристики оригинала, реально или хотя бы теоретически доступные непосредственно зрительному восприятию (художественная графика, технологические карты);

- графические условные – данные наблюдений и экспериментальных исследований в виде графиков, диаграмм, схем;

- вполне формализованные (математические) модели».

Главное отличие этих моделей заключается в различии вариантов кодирования одним знаковым описанием большого количества вариантов системы. Так дифференциальные уравнения могут описывать различные виды процессов. Однако важно то, что одни и те же уравнения в буквенном виде могут соответствовать множеству комбинаций конкретных значений показателей.

* 1. **Знаковые модели и сигналы**

Для того, чтобы между оригиналом и моделью установить отношение подобия необходима некоторая конструкция для отображения. Существуют различные подходы к установлению подобия, это и придаёт особенности моделям, специфичные для каждого подхода к моделированию.

**Прямое подобие**: оно устанавливаемое в процессе физического взаимодействия при создании модели.

Примером прямых подобий могут быть: фотографии, модели кораблей или гидростанций, шаблоны и т. п.

Однако, следует подчеркнуть, что только при прямом подобии возможна трудно обнаруживаемая взаимозаменяемость оригинала и модели.

С другой же стороны, модель лишь заменитель оригинала, поэтому даже тогда, когда модель прямого подобия выполнена из аналогичного с оригиналом материала, появляются проблемы переноса на оригинал результатов моделирования.

Задача пересчёта результатов модельного эксперимента на реальные условия является нетривиальной задачей, поэтому возникла теория прямого подобия.

**Косвенное подобие** между моделью и оригиналом возникает не в процессе их физического взаимодействия, а существует объективно в природе, выявляется в виде близости или совпадения их абстрактных моделей, что и использовать их для разработки реальных моделей.

Такие модели широко распространены: аналог времени – часы; аналог органов человека – органы животных; аналог лётчика – автопилот и т.д.

В особую группу реальных моделей включаются модели, подобие которых оригиналу не имеет ни прямое, ни косвенное отношение, а устанавливается в процессе соглашения**.**

**Условное подобие**. Такие модели встречаются достаточно часто, так как они являются формой материального воплощения абстрактных моделей и могут переходить от человека к человеку, храниться, отчуждаться от сознания, но сохранять свою возможность для возвращения в некоторую абстрактную форму.

Такое достигается по соглашению. Выработанное соглашение формирует правило построения модели условного подобия и правило как пользоваться этой моделью.

Знаковые модели и сигналы широко используются в некоторых конкретных науках при изучении моделей условного подобия.

В ряде наук работают со специфическими моделями условного подобия, которые используются в технических системах без участия человека: они получили название сигналов.

Правила построения и методы использования сигналов называются кодированием и декодированием, что послужило становлению и развитию теория кодирования.

В науках, исследующих создание и реализацию этих моделей человеком, модели условного подобия применяются с иных позиций, так как они имеют определенную специфику, требующую специальных методов для их решения. Таким моделям дано специальное название - «знаки», а область знаний получила название семиотики (от греческого «знак»), которая изучает знаки. В этих системах выделяются следующие отношения:

* синтаксис (отношения позволяют отличать и строить сложные конструкции);
* семантика (отношения обозначают изначальный смысл );
* прагматика (отношения обозначают воспринятый смысл).

Имеются и другие аспекты для изучения моделей условного подобия (информатика, графология, языкознание, криптография, техническое черчение, нумизматика, картография, литературоведение и т. д.).

Условное подобие не всегда требует фактического сходства, а строиться с учётом создателя и потребителя моделей, особенностей человека.

Для обозначения цифр выбор символики не является произвольной. Арабская символика в практике вычислений из-за удобства ручного выполнения операций над знаками вытеснила римскую, а по этим же соображениям арабскую символику вытеснила двоичная система.

Моделирование (в широком смысле) является важнейшим методом исследования и научного обоснования характеристик сложных систем для принятия эффективных решений.

С помощью моделей, реализуемых на современных ЭВМ, можно исследовать существующие и проектируемые системы.

* 1. **Условия реализации модельных свойств**

**Конечность**. Возникает необходимость познавать бесконечный мир конечными средствами. Способом разрешения данного противоречия является моделирование. Из необозримого множества свойств объекта-оригинала выбираются и переносятся на объект-модель лишь некоторые, интересующие нас в рамках выбранной цели. Модель может быть подобна оригиналу лишь в конечном числе возможных отношений – это важнейший аспект конечности моделей.

Теперь рассмотрим факторы, которые с помощью конечных моделей позволяют исследовать и извлечь из моделирования пользу .

**Упрощенность**. Первый фактор – это упрощенность моделей. Необходимость упрощения модели связана с тем, что требуется ее реализовывать. Так решение нелинейного уравнения за неимением метода мы линеаризуем или уменьшаем размерность, заменяя переменные на постоянные величины, а случайные переменные на детерминированные. Такое упрощение отчетливо прослеживается на фоне прогресса средств вычислительной техники и совершенствования численных методов. В результате достижений в этих областях необходимость в упрощениях отпадает.

Очевидно, что конечность делает упрощенность моделей неизбежной. Следует заметить, что ограничение не является определяющим, поскольку иерархичность моделей обладает потенциальной неограниченностью, а важным можно отметить то, что в человеческой практике является допустимой упрощенность моделей. Для рассматриваемой цели иногда упрощенное отображение действительности достаточно. При определении цели можно определить, как по сравнению с оригиналом можно упростить модель.

Для выявления главных факторов объекта упрощение является отличным средством. Существует множество примеров моделей в физике: идеальный газ, абсолютно черное и абсолютно твердое тело, математический маятник и др. Часто бывает, что избыточная точность может отвергнуть правильную модель и загубить открытие. Если бы опыты, обосновавшие в 18 веке закон сохранения вещества, проводились с точностью, в десять миллиардов раз более высокой, удалось бы зафиксировать “дефект массы”, связанный со знаменитой формулой Эйнштейна – закон сохранения вещества не был бы открыт.

Имеется довольно загадочное наблюдение: имея две модели, хорошо описывающие объект, более простая из них оказывается ближе к природе исследуемого объекта.

Таким образом, можно сделать вывод, что упрощенность моделей является не только достаточной, но и необходимой и основана как на свойствах мышления, так и на свойствах природы.

**Приближенность**. Второй фактор, позволяющий преодолеть бесконечность мира конечными средствами – приближенность (приблизительность, неточность) отображения действительности с помощью моделей. Как приближенность можно рассматривать конечность и упрощенность моделей (пример расплывчатости терминов естественного языка), но нужно учитывать качественные отличия оригинала от модели и те их отличия, которые позволяют выполнять количественные (“больше – меньше”) или ранговые (“лучше – хуже”) сравнение. С термином “приближенность” будем связывать этот возможности .

В одних случаях приближенность модели имеет достаточно высокий уровень (подделки произведений искусства), в других низкий (карты местности в зависимости от масштаба); но во всех случаях модель является другим объектом, поэтому различия всегда неизбежны.

Различие либо существует, либо оно не существует. Величина приемлемости различия между моделью и объектом вводится только для целей моделирования

**Адекватность** отражает то, что с помощью модели успешно достигается цель. Такую модель будем называть адекватной. Заметим, что адекватность не означает “безмерное” выполнение требований точности или правильности (истинности), а лишь выполнение в той ее мере, которой достаточно для достижения цели.

**Истинность**. Также как в случае различия, абсолютного сходства не может быть. Степень истинности выявляется только в практическом соотнесении модели с отображаемым объектом. Изменение условий сравнения существенно влияет на результат, так как из-за этого возможно для одного объекта двух различных, но “одинаково” истинных моделей.

Подчеркнем, что любая модель содержит условия истинности, поэтому в практике моделирования необходимо проверять выполнение условий. В процессе обработки данных эксперимента часто не проверяют, например, условия нормальности или их независимости. Такие ситуации поставили перед исследователями задачу разработки устойчивых моделей, которые могут применяться в некотором диапазоне условий. Так, в математической статистике разработаны для обработки данных непараметрические и робастые процедуры.

Можно отметить еще один аспект соотношения истинного с предполагаемым при разработке моделей, который заключается в том, что для познавательных целей и прагматических разные последствия имеют ошибки. Так при использовании моделей прагматических некоторые ошибки вредны, а в познавательных моделях, истинность которых еще предстоит проверить, является единственным способом исключить ненужные и вредные факты.

Глава 1

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Что понимается под термином «модель»?
2. Что понимается под моделированием?
3. Охарактеризуйте основные положения теории отражения.
4. Назовите основные причины использования моделей.
5. Приведите основные виды моделирования.
6. Дайте характеристику компьютерного моделирования.
7. В чем заключается практическое значение моделирования?
8. Раскройте назначение познавательных и прагматических моделей.
9. Какие модели называются статистическими и динамическими?
10. Дайте характеристику детерминированным и стохастическим моделям.
11. Чем отличаются материальные и идеальные (абстрактные) модели?
12. Дайте характеристику знаковым моделям.
13. Рассмотрите основные условия реализации модельных свойств.

**Тема 2. Модели систем**

**2.1. Система**

Понятие «система» является основополагающим понятием и распространено в разнообразных научных дисциплинах, и в различных сферах деятельности человека.

Известно множество определений системы и все они, как правило, опираются на дословный перевод слова systema с греческого – целое, соединенное или составленное из частей. Мы будем пользоваться следующим общим понятием системы.

**«Система** – совокупность объектов, объединенных связями так, что они существуют (функционируют) как единое целое, приобретающее новые свойства, которые отсутствуют у этих объектов в отдельности».

Дополнение о приобретенных системой новых свойствах в приведенном понятии является достаточно важной особенностью системы, отличающей ее от просто набора элементов, несвязанных между собой. Наличие у системы новых свойств, не являющихся некоторой суммой свойств элементов, называют эмерджентностью (как пример, общая работоспособность коллектива не определяется суммой работоспособности его членов, являющимися элементами системы «коллектив»).

Системы могут включать как материальные объекты, так и абстрактные. Отсюда различают материальные (эмпирические) системы и абстрактные (символические). Примерами абстрактных систем являются формальные языки, теории, алгоритмы, математические модели, и др.

**2.1.1. Принципы системности**

Для выделения систем можно применять принципы системности (рисунок 2.1).

Принципы системности

Принцип иерархичности

Принцип

внутренней целостности

Принцип

внешней целостности

Рис. 2.1 Принципы системности

1. Внешняя целостность.

Принцип обособленности системыот внешней среды. Система как единое целое взаимодействует с внешней средой, при этом поведение системы определяется состоянием не отдельных ее частей, а всей системы и возможным состоянием окружающей среды.

Окружающей (внешней) средой, в данном случае, является множество элементов любой природы, функционирующих вне системы, которые воздействуют на саму систему или находятся под ее влиянием в условиях поставленной задачи.

Система характеризуется назначением, также характеристиками системы являются ее вход, внутреннее состояние и выход.

Абстрактная система такая как, например, некоторая математическая теория, будет иметь следующие характеристики: вход - постановка задачи, выход – результат решения данной задачи, назначение - класс задач, которые решаются в рамках этой теории.

2. Внутренняя целостность.

Принцип внутренней целостности системы заключается в устойчивости связей между ее частями. На состояние всей системы влияет не только состояние элементов системы, но и связи между этими элементами. Следовательно, свойства всей системы не будут сводиться к общей сумме свойств ее частей (элементов) и самой системе присущи те свойства, которых нет у ее частей (элементов) в отдельности.

Устойчивые связи между элементами определяют функциональные возможности самой системы. Отсутствие этих связей приводит к невозможности выполнения системой назначенных ей функций.

3. Иерархичность.

Принцип выделения в системе подсистемы, с определением для каждой подсистемы входных параметров, выходных параметров, а также назначения подсистемы. В тоже время, система может являться частью другой системы*.*

При дальнейшем разбиении на части подсистем получим подсистемы являющиеся элементами первоначальной системы. Можно предположить, что разбивать на мелкие части систему можно бесконечно. Однако на практике это приведет к появлению элементов, у которых связь с первоначальной системой и ее функциями будет трудноуловима. В силу этого, элементом системы считаются такие ее более мелкие части, которым присущи некоторые качества самой системы.

**2.1.2. Анализ и синтез систем**

Элементом системыявляется такая ее подсистема, которая не разбивается на части в рассматриваемом исследовании (при принятой точке зрения).

Понятие структуры системы является важным при исследовании, проектировании и разработке систем. Под структурой системыпонимается совокупность ее элементов с устойчивыми связями между этими элементами. Для отображения структуры системы, как правило, применяют графические нотации (языки), структурные схемы. Наиболее часто, представление структуры системы выполняют на различных уровнях детализации: определяются связи системы с внешней средой; представляется схема с выявлением самых крупных подсистем; причем для подсистем системы строятся свои схемы и т.д.

Полученная детализация - результат последовательного структурного анализа системы. При структурном системном анализе основная идея - поэтапная детализация изучаемой системы или процесса, начинающаяся с общего обзора исследуемого объекта, и предполагающая его последовательное уточнение в дальнейшем.

Методологическую концепцию решения образуют этапы анализа и синтеза в системном подходек решению проектных, исследовательских, производственных, и других практических и теоретических задач. В исследовании систем на этапе анализа проводится разбиение начальной системы на части (элементы) в целях упрощения системы и для последовательного решения задачи, в свою очередь на этапе синтеза отдельные подсистемы сливаются воедино через установление связей между входами и выходами подсистем.

При разбиении системына части (элементы) можно получить разные результаты, так как это зависит от того, кто и с какой целью выполнил это разбиение. Отметим, что речь идет только о тех разбиениях, синтез после которых дает возможность получить начальную или желаемую систему. К таким, например, не относится «анализ» системы «компьютер» проводимый с помощью молотка и зубила. Или, например, для специалиста, проводящего внедрение на предприятии автоматизированной информационной системы, являются важными информационные связи подразделений; для специалиста по снабжению – связи, которые отображают движение материальных потоков на этом предприятии. В результате можно получить разные представления структурных схем системы, содержащие различные связи между ее частями (элементами).

Представлением системы на макроуровне называется такое представление системы, где важным является отображение и изучение ее связей с внешней средой и с внешними системами. Представлением на микроуровне называется представление ее внутренней структуры.

**2.1.3. Классификация систем**

Классификация системсостоит в выделении из общего множества систем отдельных групп (классов), которые обладают общими признаками. Можно выделить два основных класса:

материальные (эмпирические)

абстрактные (символические)

Классификация систем осуществляется по принятым критериям и она зависит от цели и ресурсов. Порою ее невозможно жестко определить. Приведем некоторые способы классификации (рисунок 2.2).

**По отношению системы к окружающей среде**

открытые

закрытые

**По происхождению системы (элементов, связей, подсистем)**

искусственные

естественные

виртуальные

смешанные

**По описанию переменных системы**

с качественными переменными

с количественными переменными

смешанного описания

**По типу описания закона (законов) функционирования системы**

типа

«Черный ящик»

не параметризованные

параметризованные

типа

«Белый ящик»

**Классификация систем**

Рис. 2.2 Способы классификации

Некоторые характеристики, присущие различным типам систем:

* + открытые – системы, которым присущ обмен ресурсами с окружающей средой;
	+ закрытые – системы, в которых нет обмена с окружающей средой ресурсами;
	+ искусственные – созданные человеком (механизмы, орудия, машины, роботы, автоматы и т.д.);
	+ естественные - созданные природой (живые, неживые, социальные, экологические и т.д.);
	+ смешанные - в них есть природные элементы и элементы, созданные человеком (биотехнические, экономические, организационные и т.д.);
	+ виртуальные – воображаемые системы, хотя в действительности реально они не существуют, но они так же функционируют, как реально существующие;
	+ с количественными переменными – системы, которые описываются количественными переменными;
	+ с качественными переменными – системы, имеющие только лишь содержательное описание;
	+ смешанного описания – системы, имеющие количественно-качественное описание;
	+ типа «Черный ящик» – системы, для которых закон функционирования системы полностью неизвестен; для них известны лишь входные сообщения и выходные;
	+ типа «Белый ящик» – системы, для которых полностью известен закон;
	+ параметризованные – системы, для которых известен закон с точностью до конкретных параметров;
	+ системы не параметризованные, для которых закон не описан, а известна только некоторая часть априорных свойств рассматриваемого закона для этих систем.

**2.2. Сложные системы**

Рассмотрим краткую характеристику сложных систем.

**Техническая система** – это некоторый взаимосвязанный, взаимообусловленный состав материальных элементов, обеспечивающих решение определенной задачи. Техническая система относится к классу искусственных. Примером таких систем служит ЭВМ, автомобиль, здание, система радиосвязи и т.п.

**Технологическая система** – это система, включающая правила и нормы, определяющие последовательность действий в производственном процессе.

**Организационная система** включает множество людей, которые имеют определенные отношения в процессе деятельности управляемой людьми. Исходя из средств и методов профессиональной деятельности членов организаций, расширяется понятие организационной системы на «организационно-техническую» и «организационно-технологическую» системы.

**Организационно-экономическая** система - система (организаций, предприятий), которые участвуют в создании, распределении, обмене производимых благ.

**Экономическая система** – система, включающая производительные силы и производственные отношения, которые складываются и обеспечивают процесс производства, потребления, распределения благ. Социально-экономическая система дополнительно характеризуется социальными связями, включая взаимоотношения людей, условия труда и отдыха и т.п. В составе экономической системы функционируют организационные системы, которые являются объектом создания **экономических информационных систем** (ЭИС).

Также системы различаются по степени сложности:

простые системы

сложные системы

по степени сложности

очень сложные (большие) системы

**Простые системы** – системы с небольшим числом внутренних связей, которые легко можно описать математически. Особенностью простых систем является то, что имеется два состояния работоспособности: при выходе из рабочего состояния элементов система не может выполнять свои функции, или выполняет все свои функции.

**Сложные системы** – системы, которыеимеют сложную структуру и множество состояний (больше двух). Для их описания применяется сложный математический аппарат. Примерами сложных систем являются: атомная станция, телевизор, станок ЧПУ, космический корабль, телефонная станция и т.д.

Крупные промышленные предприятия, компании, холдинги относятся к большим системам, которые характеризуются следующими признаками:

* система имеет сложное назначение и многообразие закрепленных функций;
* система имеет большое число элементов, связей между элементами, а также много входных и выходных параметров;
* система имеет иерархическую структуру и несколько уровней, на которых элементы самостоятельны и имеют свои цели и задачи функционирования;
* система имеет общую цель;
* система имеет активные элементы (люди) с собственными целями;
* система имеет множество связей между элементами внутри системы (информационные, материальные, энергетические связи) и с внешней средой.

Система называется **очень сложной (большой) системой**, если ее трудно смоделировать из-за большого количества состояний, т.е. ее размерности. Размерность определяется конкретной проблемой, конкретной целью, а также ресурсами.

Для исследования большой системы возможно уменьшить ее размерность, используя вычислительные мощности или свести к задачам меньшей размерности.

Сложной систему называют тогда, когда имеется недостаток ресурсов в частности — информационных для описания ее функционирования и управления, описания параметров управления или принятия управленческих решений.

Можно рассматривать внешнюю и внутреннюю сложность системы.

Внутренняя сложность характеризуется сложностью управления внутренним состоянием системы.

Внешняя сложность характеризуется сложностью связей с внешней средой, сложностью управления с учетом обратной связи системы и внешней среды.

Можно выделить несколько видов сложности систем:

* структурные или статические сложности;
* сложности динамические или временные;
* сложности информационные;
* сложности вычислительные или сложности реализации;
* сложности алгоритмические;
* сложности развития.

В сложных системах протекают более сложные информационные процессы, которые нужно исследовать, чтобы была реализована цель, т.е. система развивалась.

Сложности структуры влияют на вычислительную сложность системы, хотя сложность динамическая может повлиять на структурную сложность, но это не носит обязательного условия. Во многих случаях сложной системой может быть и система, которую нельзя отнести к большой системе, так как важной характеристикой является связность элементов и подсистем системы.

При уменьшении сложности системы возможно повысить ее информативность.

Система называется устойчивой, если она имеет тенденцию соответствующую целям: сохранение качества без сильного изменения структуры системы на определенном множестве ресурсов. «Сильное изменение» специфично для каждой конкретной системы.

Связной называется система, когда обмениваются ресурсами любые две ее подсистемы, т.е. между ними имеются некоторые связи.

Из-за сложности назначения больших систем практически невозможно разработать адекватные математические модели, отражающие зависимости выходных, входных и внутренних показателей.

По уровню взаимодействия с окружающей средой рассматривают системы открытые и замкнутые.

Системаназываетсязамкнутой, когда любой элемент связан лишь с внутренними элементами, а сама система с внешней средой не взаимодействует.

**Открытые** системы имеют связи с внешней средой. Большинство реальных систем имеют связи с окружающей средой.

В зависимости от поведения системы их подразделяют на детерминированные системы и недетерминированные системы.

В детерминированных системах взаимодействие составных частей между собой однозначно определено, поведение и состояние предсказано.

***Недетерминированные системы*** не позволяют однозначно предсказать поведение и состояние.

Система называется **вероятностной**, если ее поведение подчиняется вероятностным законам. Для такой системы прогнозирование ее поведения выполняется с помощью вероятностных математических моделей. Вероятностные модели - это определенная идеализация описания недетерминированных систем.

**2.3. Классификация систем по управлению**

Один из подходов к классификации систем по типу управления рассмотрен на рисунке 2.3. Высший уровень классификации характеризуется тем, что управляющий блок входит в систему или по отношению к системе является внешним. Определен класс систем, в котором управление разделено и может одновременно управляться как извне, так и частично – внутри системы. На втором уровне независимо, включен ли блок управления в систему или нет, можно определить четыре важнейших типа управления, которые различаются в зависимости от имеющихся сведений о траектории системы в области состояний, обеспечивающей достижение цели, и возможности управляющего блока обеспечить эволюцию системы по этой траектории.

САМОУПРАВЛЯЕМЫЕ

С КОМБИНИРОВАННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

**СИСТЕМЫ**

С ВНЕШНИМ УПРАВЛЕНИЕМ

Программное управление

Автоматическое управление

Параметрическая адаптация

Структурная адаптация (самоорганизация)

Автоматические

Полуавтоматические

Автоматизированные

Организационные

Без обратной связи

Регулирование

Управление по параметрам

Управление по структуре

Рис. 2.3 Классификация систем по типу управления.

Простейший тип управления означает, что траектория известна точно, а, как следствие, известно и управление . Примерами управления этого типа является телефон-автомат. Возникает ситуация, когда управление не имеет обратной связи, а лишь по некоторой априорной информации позволяет достичь цели, но это происходит при условии, что всё будет выполняться именно по заданной изначально траектории . На практике процессы на неуправляемых входах часто имеют отличие от ранее определенных, либо значительным оказывается влияние не учитываемых параметров входов, поэтому система может изменить нужную траекторию. Рассмотрим текущую траекторию , и можем определить разность и механизм (программное управление), который обеспечит возврат выхода системы на известную заранее траекторию . Рассмотренный подход к управлению называется *регулированием*, а соответствующие этому подходу системы отнесены ко второму подклассу второго уровня классификации. В этот подкласс, например, входят системы с управлением, которое выполняется автопилотами, операторами станочниками и т. п.

Типы управления и подклассы возникли в условиях, когда трудно определить опорную траекторию на весь период времени, или возникает большое уклонение от опорной траектории, что невозможно вернуться на нее. Для таких систем осуществляется прогнозирование текущей траектории на будущее и проверяется, пересечет ли она целевую область. Если не пересекает, то проводится *подстройка параметров* системы, чтобы обеспечить пересечение. Эти системы входят в третий тип управления. К этому типу управления, например, можно отнести работу пилотов и шоферов, автоматизированные системы управления и т. п.

Среди множества комбинаций значений управляемых параметров системы не определена комбинация, при которой траектория пересекает целевую область, т.е. система не может достичь заданной цели, поэтому существует еще один способ управления, связанный с изменением структуры системы. Это управление называется структурной адаптацией и определяет четвертый тип управления системами. Вычислительные сети, например, относятся к данному типу управления.

**2.4. Модель «черного ящика»**

Приведенные определения системы не отражают внутреннее ее устройство, а также связи с окружающей средой.

Из общего определения системы следует, что она является средством, поэтому, существуют влиять воздействовать на это средство из окружающей среды (рисунок 2.4).



Рис. 2.4.Модель «черного ящика»

Внутреннее содержание системы неизвестно (или не является важным для внешней среды), но в целом она позволяет решать проблемы, которые возникают. Например, человек употребляет таблетку анальгина, но не знает ее состав и как ее компоненты воздействуют на организм, а главное то, что головная боль проходит.

Иными словами, очень важно определить, что необходимо на входе и результат на выходе системы. Такую модель называют моделью «черного ящика».

Такое понятие было введено У.Р. Эшби. Понятие «черный ящик» позволяет исследовать системы, учитывая разнообразные воздействия окружающей среды, абстрагируясь от внутреннего устройства системы, изучая ее как целое, взаимодействующее с внешней средой по входам и выходам.

Данный метод исследования используется при отсутствии знаний о внутренних процессах системы. Метод используется, когда все элементы и связи доступны, но слишком многочисленны и сложны, или изучение невозможно по каким-либо другим соображениям, например, проверка автоматической телефонной станции, путем «прозванивания», а не проверка всех ее блоков и схем.

Исследование этим методом заключается в том, что проводится предварительное наблюдение за взаимодействием системы с окружающей средой и выявление перечня входных и выходных показателей, из которых определяются значимые воздействия. После чего проводится выбор входов и выходов для исследования, учитывая имеющиеся возможности воздействия и возможности наблюдения за поведением этой системы.

Далее воздействуют на входы системы, регистрируя результаты, т.е. выходы. Исследователь и «черный ящик» создают систему с обратной связью, а по результатам входа и выхода можно на основе анализа установить причинно-следственную связь.

В целом«черных ящиков» можно выделить два вида:

* первый вид: «черный ящик» как конечный или бесконечный автомат , поведение которых известно;
* второй вид: «черный ящик», поведение которого наблюдается только в эксперименте.

Для таких систем выдвигается гипотеза о предсказуемости поведения ее в вероятностном смысле.

Отметим, что «черный ящик» является системой с известными входными и выходными величинами, но с неизвестным внутренним устройством и неизвестными процессами, происходящими в системе. Систему можно изучать по входам и выходам, что не позволяет получить знания о внутреннем составе системы. Из этого следует, что различные системы могут иметь аналогичное поведение.

Отметим, что основной причиной множественности параметров модели объясняется тем, что система взаимодействует с разными объектами многократно и по разным основаниям. Например, часы можно дополнить множеством «выходов» во внешнюю среду (прочность, габариты, удобство ношения, гигиеничность, красота, точность и т. д.).

**2.5. Модель состава системы**

При исследовании системы, выявляется, что целостность ее и обособленность - это внешние свойства системы. В то же время внутренняя структура имеет множество различных функциональных элементов. Декомпозиция системы, ее внутренней структуры на подсистемы, элементы позволяет разрабатывать модели ее состава.

К примеру, если системой является цех производственное, то подсистемами выступают участки, а элементами - оборудование, рабочие.

Разработка модели состава из-за многообразия элементов – сложный процесс, что объясняется следующими факторами:

* имеется неоднозначное определение “элементарного элемента”;
* объект имеет много целей, что объективно требует определять под каждую цель состава элементов;
* деление целого на составные части (системы на подсистемы, элементы) носит субъективный характер.

Декомпозиция системы приводит к созданию иерархической многоуровневой структуры, системы, имеющие одинаковую иерархическую форму, могут значительно отличаться по своему содержанию. Примеры приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Примеры различных типов иерархий



В процессе исследования многоуровневых иерархических систем часто выделяют: «страты», «слои» и «эшелоны».

**Страты.** Страты позволяют описывать иерархическую систему с различной степенью абстрагирования. Страта имеет определенный состав принципов, концепций и терминов. Так, в стратифицированном представлении предприятия его верхний уровень в целом описывается обобщенными экономическими показателями. Средний уровень подсистем (производство, сбыт, снабжение и т.д.) описывается стоимостными показателями, а подсистемы нижнего уровня описываются натуральными показателями (объем складских запасов, рабочее время, загрузка оборудования и т.д.). Чем ниже уровень страты, тем детальнее рассматривается система, а чем выше страта, тем понятнее становится назначение системы.

**Слои.** Описание системы в виде слоев позволяет разложить сложную проблему принятия решений в виде более простых подпроблем, что создает условия для решения исходной проблемы. Решение проблемы определяет параметры для следующей проблемы, поэтому последняя становится полностью определенной, а это означает, что можно начать ее решение. Подцели нижнего уровня можно принять за элементарные, если известен метод их решения. Если метод неизвестен, то они уточняются.

**Эшелоны.** Этот вид иерархии используется в моделях структуры многоуровневых и многоцелевых систем принятия решений, в которых элементы принимающие решение располагаются так, что часть из них управляется иными решающими элементами. Однако элементы, расположенные на верхнем уровне, не полностью управляют элементами нижних уровней, а элементы, принимающие решения имеют некоторую свободу в выборе собственных решений. Примером может быть формальная организация людей.

В целом эшелоны рассматриваются не как декомпозиционная модель, т.к. элемент высшего уровня не декомпозируется на элементы нижестоящие, а между этими элементами устанавливаются отношения подчиненности. Рассмотрим модификацию понятия эшелонов. Можно эшелонную иерархию представить как модель состава в случае, когда подсистемами являются сами решения а не элементы, принимающие решения. В этом случае внизу располагаются локальные решения, а вверху располагается решение скоординированное, согласованное. Другими словами, решение верхнего уровня декомпозируется на локальные решения, но оно не полностью определяется ими, так как имеет еще координирующую составляющую. Примером может служить процесс согласования мнений семьи по вопросу отпуска. Этот процесс декомпозируется, а общее решение вырабатывается в результате согласования, координации локальных решений.

Значительное большинство иерархических моделей сводится к одному из трех рассмотренных видов или их комбинации. Однако можно рассмотреть и дополнительный вид иерархии, который назовем условно классы.

**Классы.** Рассмотрим сначала пример. Здание представим как систему, где выделим составные части – двери, стены, окна, крыша. Рассматривая понятие здание можно определить класс, в который входит данное понятие - частный дом, особняк, многоэтажный дом.

Другими словами, иерархия классов, отражает классификацию понятий, а не структуру объектов. Связи в иерархии между классами носят иной характер. Расположенный ниже класс понятий включает дополнительные характеристики, т.е. конкретизирует. Поэтому декомпозицию на подклассы обычно.

Так иерархическая модель состава организационной системы применяется для формирования организационной структуры и для определения проблем, целей и задач управления. Объект декомпозиции при этом может быть разным, что приводит к разработке разных моделей. Например, при декомпозиции «деятельности организации» разрабатывается модель состава управленческих, социальных, производственных и других процессов, которые выполняются в организации; при декомпозиция «цели» разрабатывается дерево целей; в процессе декомпозиции «персонала» формируется модель организационного состава. Другими словами, для организации существует возможность разработки различных моделей состава, которые отличают и используются для разных целей (рисунки 2.5, 2.6).



Рис. 2.5 Модель состава деятельности промышленной организации

(стратифицированная модель)



Рис. 2.6 Модель организационного состава (персонала) промышленной организации

**2.6. Модель структуры системы**

Модели “черного ящика” и состава дают возможность решать практические задачи. Однако для детального исследования систем нужно устанавливать в модели состава между элементами отношения. Моделью структуры системы будем называть описание исследуемой системы через совокупность необходимых и достаточных отношений между ее элементами для достижения целей.

Следует заметить, что формирование перечня связей между элементами является в некотором роде абстрактной моделью, так как не рассмотрены еще сами элементы. В этом случае выполняется целевой анализ взаимосвязей между элементами, т.е. определяется из множества связей необходимое и достаточное их количество в соответствии с целями и последующем их исследовании. При анализе работоспособности компьютера, например, убедившись, что каждый элемент в отдельности работает, необходимо убедиться в работоспособности интерфейсов.

Принятое определение системы позволяют рассматривать структурную модель системы, в которой описываются элементы, их связи внутри системы, а так же с внешней средой.

Структурная модель социально-экономической деятельности приведена на схеме (рисунок 2.7).



Рис. 2.7 Структурная модель социально-экономической деятельности

Рассмотрим эту модель применительно к учебной деятельности: объект - обучаемый, субъект - преподаватель, учебные материалы - средство деятельности, процесс деятельности - технологии обучения.

Структурные схемы имеют общее, поэтому можно их рассматривать как объект математических исследований. Для описания системы, ее структурной схемы можно использовать графовые модели, которые могут представлять любые структуры. Рассмотрим производственный процесс, для описания которого обычно применяется понятие производственно-технологической структуры, т.е. совокупность производств и видов деятельности, выстроенную в соответствии с технологической цепочкой получения промежуточных и конечных продуктов.

Производственно-технологическую структуру в формализованном виде можно изобразить в виде графа типа “сеть” (рисунок 2.8), где вершинами являются “элементарные” подразделения, в которых ресурсы преобразуются в конечные или промежуточные продукты, а дугами являются продукты, которые производятся одними, а потребляются другими подразделениями.



Рис. 2.8 Сетевая структура

Практика разработки организационных систем выявила, что в процессе синтеза организационной структуры важными являются отношения подчиненности, полномочий, информационные связи между организационными подразделениями, поэтому необходимо разрабатывать следующие структуры:

- подчиненности;

- полномочий;

- коммуникаций.

Пример структуры подчиненности организации приведен на рисунке 2.9.



Рис. 2.9 Структура подчиненности организации

В основном такие структуры представляют в виде определенной иерархии. Как видно из схемы это иной тип иерархии. Он отличается от иерархии, которая получена методом декомпозиции. Из сравнения рисунков 2.4 и 2.7 видно, что модель состава персонала приведена на рисунке 2.4, а на рисунке 2.7 приведена структура подчиненности персонала.

На практике обычно структура полномочий идентична или близка структуре подчиненности. Изображаются эти структуры с помощью графов. Однако содержание отношений в них отличается.

Структуры коммуникаций значительно разнообразнее, так имеются «вертикальные» и «горизонтальные» потоки информации, а также кроме упорядоченных потоков информации, в каждой организации имеются и потоки неформальные потоки.

**2.7. Динамические модели систем**

Рассмотрены модели, которые отображают систему в определенный момент времени, поэтому рассмотренные модели можно отнести к статическим моделям.

В динамических системах изменения происходят со временем, а сами модели называются динамическими.

Для разнообразных систем прилагаются различные динамические модели, описывающие процессы с различной степенью детализации.

**2.7.1. Функционирование и развитие**

На этапе исследования «черного ящика» можно выделить два вида динамики: функционирование системы и развитие системы. Функционирование означает, что процессы, протекающие в системе, стабильно реализуют заданную цель, например, городской транспорт, часы, телевизор и т.д..

«Развитие» показывает, что с системой происходит в случае изменения целей, а особенностью является не соответствие существующей структуры новой цели. Для этого необходимо изменять или перестраивать систему.

Конкретная реализация при математическом моделировании процесса описывается соответствием множества входов X и множества упорядоченных моментов времени T в виде следующего отображения:

*.*

Выход системы является реакцией на ее входные параметры (управляемые и управляющие ). Модель «черного ящика» можно представить в виде двух процессов (рисунок 2.10):

и



Рис.2.10. Модель «черного ящика».

Если даже принять, что является результатом преобразования исследуемого процесса *,* ( то для модели описания «черного ящика» это преобразование неизвестно, а для модели описание «белого ящика» преобразования входа в выход должно быть определено. На практике можно по входам и выходам функцию восстановить. Таким образом, это является задачей перехода от «черного ящика» к «белому ящику» на основе результатов исследования параметров входа и параметров выхода, когда система является безинерционной.

**2.7.2. Общая математическая модель динамики**

Имеется весьма узкий класс систем, которые можно считать безинерционными. Необходимо разрабатывать математические модели, выход которых оценивается значением не только входа в конкретный момент, но и учитывать значения на входе в предыдущие моменты. Для этого используется понятие состояния системы как внутренней характеристики. Это состояние обозначим через *,* т.е. существует такое отображение:

что

Время *t* показывает зависимость выхода системы от ее состояния во времени.

Для описания модели нужно ввести связь между параметрами входа системы и параметрами состояния системы, т.е. ввести некоторое параметрическое множество отображений

*,* котороезадано по всем параметрам

*,* и *.*

Это означает, что состояние в каждый момент определяется однозначно состоянием и некоторым отрезком реализации параметров входа *Х*

*.*

Это переходное отображение.

Математическая модель «белого ящика», характеризуется множеством входов и выходов системы, состояний и наличием связей между входом и выходом:

Для перехода к содержательным моделям конкретных систем необходимо конкретизировать и описать множества и и их отображения Конечным автоматом называют. систему, когда множества и являются по времени дискретными, а число элементов в системе конечно. Это достаточно простые системы, но в этот класс входит все множество дискретных измерительных устройств.

Система относится к линейной, если и — линейные пространства. К линейной системе можно предъявить ряд дополнительных требований, которые заключаются в том, чтобы рассматриваемые пространства имели свою топологическую структуру, а отображения в данной топологии были непрерывны, то они будут гладкими системами. Топологическая структура дает возможность строго определить важнейшие понятия анализа и вводить метрику в пространстве, т.е. меру близости элементов.

**2.7.3. Стационарные системы.**

Важное значение на практике имеют стационарные системы, в которых свойства не изменяются со временем. Стационарность характеризуется независимостью от времени и инвариантностью функции к ее сдвигу на временном интервале:

.

Рассмотренные в общем виде модели являются некоторыми примерами, которые можно исследовать отдельно. Рассмотрим одно из свойств реальных динамических систем, а, именно, подчинение реальных систем принципу причинности, в соответствии с которым реакция системы на определенное воздействие не начнется раньше, чем само воздействие. Данное условие автоматически не может выполняться в рамках математических моделей. Проблемой динамических систем является проблема определения конкретных ограничений, учитывая принцип причинности.

Для разработки модели исследуемой системы, необходимо наполнить формальную модель конкретным содержанием, т.е. определить, что из реальной системы включать как элементы модели, а что не включать. Этот процесс обычно трудно формализуем, так как признаки существенности формализовать не удается. Признаки элементарности и разграничения между подсистемами также являются слабо формализованными.

Из сказанного можно сделать вывод, что процесс разработки содержательных моделей относится к интеллектуальным процессам. На практике при разработке содержательной модели используют формальные модели и рекомендации по их наполнению.

**2.7.4. Состояние системы**

Значения выходов зависят от основных факторов:

* входные переменные;
* начальное состояние системы;
* функции системы.

Это порождает важнейшую задачу — установление связей между выходами и входами системы, а также ее состоянием.

1. **Состояние системы.** Понятие состояние отражает мгновенную «фотографию» системы, а состояние характеризуется множеством ее существенных свойств, а, именно, состоянием входных параметров, внутренним состоянием и состоянием выходных параметров. Состояние входов описывается параметрами входа и отражением состояния внешней среды системы.

Внутреннее состояние описывается внутренними параметрами и зависит от состояния входов и начального состояния *.*

Внутреннее состояние невозможно наблюдать, но можно оценить по значениям выходных параметров исходя из зависимости *.*

При этом необходимо говорить о выходных параметрах в широком смысле. В качестве координат, характеризующих состояние, могут быть как сами выходные переменные, так и их характеристики, например, скорость, ускорение. Состояние системы может в любой момент времени t характеризоваться значениями выходных координат, а также их производных. Выходные переменные состояние системы отражают не всегда полностью, несвоевременно и часто неоднозначно.

* 1. **Процесс.** Система обладает поведением, если она может переходить из некоторого состояния в иное состояние (например, ).

Если смена состояний происходит непрерывно, то можно описать процесс функцией времени *,* а в случае дискретном — множеством *.* По отношению к системе Можно рассматривать процессы двух видов: внешний процесс, внутренний процесс.

Дискретный процесс может быть рассмотрен как система, которая состоит из множества состояний, связанных некоторой последовательностью смены этих состояний.

* 1. **Системы статические и динамические.** Системы эти зависят от изменения состояния системы со временем.

Если состояние системы не изменяется в течение некоторого периода, то она будет статической системой.

Если состояние системы изменяется во времени, то она будет динамической системой.

Систему, в которой переход из состояния в иное состояние совершается в результате определенного процесса, а не мгновенно, будем называть динамической.

* 1. **Функция систем.** Рассматриваемые свойства системы характеризуются не только выходными переменными, но и функцией системы. Определение функций относится к важнейшей задаче анализа ее или разработки.

Функция в математике является важнейшим понятием, выражающим зависимость одних переменных от других. Функцию можно определить формально так: элемент из множества , имеющий произвольную природу, будет называться функцией от элемента , которая определенна на всем множестве также произвольной природы, если любому элементу из соответствует один единственный элемент . Элемент является аргументомили независимой переменной. Функция может иметь аналитическое выражение, иметь словесное определение, форму таблицы, в виде графика и т. д.

1. **Функционирование системы.** Функционирование это процесс выполнения системой определенных функций, а с точки зрения кибернетики это некоторый процесс переработки информации входной в выходную.

Функционирование математически можно выразить в виде:

 *.*

Функционирование описывает изменение состояния системы в зависимости от изменения входов системы.

1. **Состояние системы**. Свойством системы является функция, поэтому можно оценить состояние системы в заданный момент времени, по состоянию ее функции. Состояние любой системы можно исследовать как состояние параметров, так и состояние функции. Функция, в свою очередь, имеет зависимость от параметров и структуры, от их состояния.

Знание функции системы дает возможность прогнозировать значения результатов, т.е. выходных переменных.

1. **Режимы системы**. Система может иметь три состояния: периодическое, переходное и равновесное.

Равновесный режим (равновесное состояние, состояние равновесия). В этом состоянии система может находиться долго, если отсутствуют внешние возмущения или эти возмущающие воздействия постоянны. На практике экономические и организационные системы условно достигают «равновесного» состояния.

Переходный режим это процесс движения системы из начального состояния к равновесному или периодическому.

**2.7.5. Свойства систем.**

Статические, а также динамические характеристики объекта моделирования, различают по учету признака времени.

**Статическая характеристика.** Эта характеристика отражает зависимость установившегося режима и может быть выражена:

* + моделью вида ;
	+ моделью графической.

**Динамические характеристики**. Динамическая характеристика - зависимость выходных переменных от входных переменных и времени и может быть описана моделью в виде:

* дифференциального уравнения;
* графической зависимости выходных параметров во времени.

**Динамические звенья.** При изучении динамики систем иногда достаточно сложно выполнить математическое описание сразу всей системы, поэтому систему рассматривают в виде отдельных элементов, для каждого из которых легче составить дифференциальные уравнения. Для отображения динамических свойств элементов используют понятие динамического звена, описываемого конкретным дифференциальным уравнением.

Динамическую систему условно можно разложить на динамические звенья, например, за такое звено можно принять звено, имеющее один лишь вход и один лишь выход (рисунок 2.11).



Рис. 2.11. Элементарное звено.

Такое звено должно передавать воздействие лишь в одном направлении с входа на выход, поэтому изменение его состояния не влияет на предшествующее звено, от которого поступает вход. При таком разбиении системы математическая модель звена может разрабатываться без учета других звеньев. Следствием этого является то, что математическое описание всей системы состоит из совокупности независимых уравнений отдельных звеньев. Можно отметить, что разновидностей элементарных звеньев имеется немного и их можно свести к эквивалентным звеньям небольшого количества.

1. Ступенчатое воздействие (рисунок 2.12,а):

Ступенчатое воздействие в частном случае описывается единичной функцией:

2. Импульсное воздействие (дельта функция) (рисунок 2.12,б):

.



Рис. 2.12. Воздействия: а- ступенчатое; б- импульсное.

3. Сигнал периодический: представляется синусоидой, либо прямоугольной волной.

* + 1. **Устойчивость динамических систем**

Фундаментальным понятием является устойчивость систем. Понятие устойчивости используется для характеристики постоянства поведения системы, например, неизменность во времени.

Устойчивость – это свойство возвращения системы к равновесному ее состоянию или режиму циклическому после устранения возмущающих воздействий, которые повлияли на равновесное состояние или циклический режим.

Устойчивость системы определяется начальными условиями и внутренними характеристиками, но не воздействиями из внешней среды.

Устойчивым равновесием называют состояние системы, в которое она способна возвращаться, при снятии возмущающих воздействий.

Более сложным понятием является устойчивость в ах, поэтому это понятие используется в основном для общего описания поведения экономических систем.

Строгое определение устойчивости относительного состояния равновесия динамической системы дано A.M. Ляпуновым.

«Неподвижная точка системы называется устойчивой (или аттрактором), если для любой окрестности точки существует некоторая меньшая окрестность этой точки , такая, что любая траектория, проходящая через , остается в при возрастании ».

Рассмотрим понятие аттрактор. Аттрактор определяется как область устойчивости, в которую в фазовом пространстве стремятся траектории. В фазовом пространстве они могут быть как обычными точками, так, например, замкнутыми кривыми.

Асимптотически устойчивой называется неподвижная точка , если существует окрестность этой точки, где всякая траектория, которая проходит через точку , стремится к точке при*.*

Все асимптотически устойчивые и неподвижные точки являются устойчивыми. Однако не все неподвижные устойчивые точки могут быть асимптотически устойчивыми.

Неподвижная точка, которая является устойчивой, но не является асимптотически устойчивой, называется точкой нейтрально устойчивой.

Если неподвижная точка не является устойчивой, то она называется репеллером или неустойчивой точкой.

Репеллер означает область в некотором фазовом пространстве, в котором траектории, начинающиеся достаточно близко от этой особой точки, от нее отталкиваются.

Это означает, что существует некоторая окрестность , рассматриваемой неподвижной точки, такая, что для всякой окрестности имеется хотя бы одна траектория, проходящая через окрестность , но не остающаяся в окрестности .

* 1. **Основные свойства систем**

Состояние системы - это совокупность существенных свойств, в каждый момент времени которыми обладает система.

Свойство - это сторона объекта, которая отличает этот объект от других объектов или обуславливает сходство с ними, что проявляется в процессе взаимодействии с иными объектами.

Важнейшим свойством системы, как следует из ее определения, является единство, которое достигается в процессе взаимодействия ее элементов и проявляется в получении новых ее свойств, которыми не обладают элементы системы. Свойство это называется свойством эмерджентности.

**Эмерджентность** означает несводимость свойств рассматриваемой системы к имеющимся свойствам элементов, которые образуют систему.

Свойству эмерджентности достаточно близко такое свойство, как целостность системы, но отождествлять их нельзя.

**Целостность** означает, что все элементы вносят вклад в реализацию общей целевой функции рассматриваемой системы.

Целостность также как и эмерджентность характеризуют интегративные свойства исследуемой системы.

Интегративность является важнейшей чертой исследуемой системы.

**Организованность** заключается в наличии у системы структуры, а также процессов функционирования. Непременной принадлежностью рассматриваемых систем является наличие компонент, т.е. структурных образований, образующих целое.

**Функциональность** заключается в проявлении свойств (функций) в процессе взаимодействии системы с внешними системами, а также в том, что определяется назначение системы (цель) как желаемый результат ее функционирования.

**Структурность** заключается в упорядоченности системы, т.е в наличие определенного набора элементов и различных связей между этими элементами. Важно отметить, что в системе имеется взаимосвязь между функцией системы и структурой системы. Изменение функций влечет изменение структуры и наоборот.

**Наличие поведения** системы является важным свойством. Поведение ее связано с внешней средой, с которой она имеет определенные контакты.

**Поведением** системы называется процесс целенаправленного изменения состояния ее во времени. Поведение системы осуществляется только самой системой на основе собственных ее целей, в отличие от управления, когда состояния системы изменяется в результате внешних воздействий.

Поведение системы непосредственно связано со структурой систем низшего уровня, входящих в данную систему, и наличием признаков равновесия (гомеостаза). Признак равновесия означает, что система имеет определенное, предпочтительное состояние. Ее поведение описывается в определенных терминах восстановления таких, если они нарушаются в результате каких либо изменений внешней среды.

К важнейшим свойствам можно отнести **свойство роста (развития),** которое является составляющей частью поведения.

Вне развития невозможно представить существование материи, в данном случае — системы.

Поведение любой системы определяется возможной реакцией на воздействия внешней среды.

**Устойчивость** является фундаментальным свойством любой системы, т.е. способность их противостоять возможным внешним воздействиям, так как продолжительность жизни системы зависит от ее устойчивости.

Для простых систем характерны пассивные формы устойчивости (сбалансированность, гомеостаз, регулируемость, прочность), а для сложных определяющими являются активные формы (адаптируемость, живучесть, надежность).

Для простых систем рассмотренные формы устойчивости (кроме прочности) характеризуют их поведение. Устойчивость для сложных систем является определяющей формой и имеет в основном структурный характер.

Свойство **надежности** заключается в поддержке структуры систем, с помощью замены или дублирования, вышедших из строя отдельных ее элементов, а **живучесть** означает возможность активного подавления негативных качеств. Другими словами, надежность характеризуется формой устойчивости более пассивной, чем живучесть системы.

**Адаптируемость** это свойство, которое позволяет изменять структуру или поведение системы с целью сохранения существующих качеств, улучшения их или приобретение дополнительно новых качеств при изменении внешней среды системы. Обратные связи являются для возможности адаптации обязательным условием.

Любая система функционирует в среде и взаимодействует с ней, поэтому при взаимодействии необходимо выделить два аспекта:

* аспект, отражающий характер обмена между средой и системой;
* аспект, отражающий характер источников возможной неопределенности для рассматриваемых систем.

Влияние внешней среды на систему может быть как пассивным, так и активным, поэтому внешнюю среду можно рассматривать и как антогонистическую по отношению к системе.

**Гомеостаз** заключается в сохранении при взаимодействии с окружающей средой значений важнейших параметров в определенных пределах.

Важнейшими называют параметры, влияющие на главное качество системы. Нарушение этих параметров приводит к разрушению системы. При этом параметры должны быть стабильными при любом состоянии внешней среды системы и обеспечивать ее равновесие.

Равновесие или гомеостаз в таком понимании характеризуют рассматриваемую систему как единое целое, а не ее отдельные части.

Отметим, что при исследовании социально-экономических систем не всегда удается выявить такие параметры, или выявленные параметры могут не иметь ясной содержательной интерпретации, поэтому такие объекты следует выражать классом самоорганизующихся систем, для которых возможная структура и ее параметры могут изменяться со временем, а условие жестких пределов важнейших параметров выполнить невозможно.

Модель гомеостаза использовать можно не всегда, например, если система стремится не стабилизировать, а максимизировать некоторые свои параметры.

Глава 2

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Что понимается под системой?
2. Раскройте основные принципы системности.
3. Что понимается под анализом и синтезом системы?
4. Приведите классификацию систем.
5. Дайте краткую характеристику сложных систем.
6. Дайте характеристику замкнутой и открытой систем.
7. Приведите классификацию систем по управлению.
8. Что означает модель «черного ящика».
9. Модель состава системы.
10. Раскройте понятия «страты», «слои», «эшелоны», «классы».
11. Дайте характеристику модели структуры системы.
12. Динамическая модель системы.
13. Что понимается под функционированием и развитием систем?
14. Общая математическая модель динамики.
15. Дайте характеристику стационарной системы.
16. Какими показателями описывается состояние системы.
17. Дайте характеристику статических и динамических свойств систем.
18. Устойчивость динамических систем.
19. Основные свойства систем.

**Тема 3 Роль измерений при моделировании**

Системный анализ часто требует экспериментального исследования рассматриваемой системы. Чаще всего эти эксперименты поручаются специалистам в исследуемой предметной области. Постановка цели проведения опытов и выявление информации из полученных результатов зависит от системного аналитика. Следовательно, при применении системного анализа требуется знать: как подготовить и провести эксперимент, какую для измерений нужно выбрать шкалу максимально допустимой силы, какие методы преобразования нужно применить к исследуемым данным, как в алгоритмах учесть особенности наблюдений.

Если рассматривать отношение между проведением эксперимента и исследуемой моделью в одном цикле, то нельзя выделить, что было «в самом начале», как, например, нельзя определить, что было сначала - курица или яйцо.

Модель строится на основании некоторых фактов, которые получают в результате наблюдений. Для уточнения модели, снова проводят эксперимент. Причем постановка нового эксперимента зависит уже от той модели, которую уточняют и т.д.

**3.1. Измерительные шкалы**

Мы привыкли пользоваться количественными показателями, определяемыми различными измерительными шкалами. Например, можно сказать, что вес тела равен 5 кг, в другой шкале – 5000 г или 0,005 т, также можно через интервал: «вес больше 4,5 кг и меньше 5,5 кг» или «вес в пределах 10 кг».

Такие понятия как шкала измерения ее тип, а также допустимые преобразования в теории измерений играют значительную роль. Рассмотрим существующие измерительные шкалы.

**3.1.1. Дихотомическая (номинальная) шкала.**

Совокупность градаций, для которой различные градации шкалы измерения показателя невозможно расположить в порядке появления во времени или упорядочить по свойствам «больше – меньше», «лучше – хуже» и т.п. образует шкалу наименований. Показатели, градации которых задаются только в виде перечня, определяются шкалой наименований. Например, шкалой наименований является шкала, которая содержит только две градации – «есть» и «нет» (дихотомическая). Характеристикой главной тенденции шкалы наименований использовать может «моду» – некоторое значение показателя, появляющегося наибольшее количество раз в проводимом статистическом исследовании. При небольшом числе оценок данная характеристика теряет смысл, и тогда центральную тенденцию невозможно охарактеризовать. Бимодальным (полимодальным) распределением называют распределение, в котором двум (или больше) каким-то значениям показателя соответствуют приблизительно одинаковые числа оценок.

Исследуемые объекты, при применении номинальных шкал, опознаются через следующие три аксиомы:

1) ***В***либо есть ***В*,** либо есть не ***В***;

2) если ***А*** есть ***В***, то ***В*** есть ***А***

3) если ***А*** есть **В**, и ***В*** есть ***С***, то ***А*** есть ***С***.

Шкала, содержащая только две категории, называется дихотомической шкалой. Например: пол (мужской и женский). Дихотомическая шкала дает возможность определить, относится выбранный объект к интересующей нас группе или не относится.

**Пример.** Пусть для сравнения даны переменные X (семейное положение) и Y (отчисление из института) измеряемые в дихотомической шкале (таблица 3.1).

Для вычисления коэффициента корреляции Пирсона составим таблицу сопряжённости (таблица 3.2).

Таблица 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № испытуемого | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Значение *Х* | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Значение *Y* | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Эти данные используются для корреляционной таблицы:

Таблица 3.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Признак *Х* | 0 | 1 | Всего |
| Признак *Y* |
| 1 | *А=*2 | *В=*3 | *А+В=*5 |
| 0 | *С=*4 | *D=*1 | *C+D*=5 |
| Всего | *А+С=*6 | *В+D=*4 |  |

Для дихотомических данных вычислим коэффициент корреляции Пирсона по формуле:

(3.1)

Известно, что связь между случайными величинами *X* и *Y* при *K* = ± 1 линейная, а при *K* = 0 они независимы. Мы получили *K* = 0,32, это означает, что между величинами существует корреляция, но непрямая так как *K=0,32<1*.

**3.1.2. Шкала наименований.**

Шкалу, в которой числа используются исключительно с целью обозначения объектов, называют шкалой наименований (номинальной). Применимы операции «равно» или «не равно» для сравнения их на совпадение, а другие арифметические вычисления над числами, которые только обозначают имена объектов, являются бессмысленными. Часто с помощью шкалы наименований отмечают наличие или отсутствие какого-либо признака в объекте изучения.

Аксиомы тождества:

|  |
| --- |
| Аксиома первая: *A=A* |
| Аксиома вторая: *A = B* → *B = A* |
| Аксиома третья: *A = B* и *B = C* → *C = A* |

Возможные операции:

– тестовая проверка ;

– символ Кронекера ;

– мода ;

– количество наблюдений объектов *k*- го класса ;

– некоторая относительная частота рассматриваемого класса ;

– коэффициент конкордации.

Примерами номинальных шкал являются: профессии; названия болезней; пол человека; семейное положение; город проживания; почтовые, автомобильные индексы стран и регионов.

**3.1.3. Шкала порядков (ранговые шкалы).**

Порядковая (ранговая) шкала – шкала, которая позволяет определять равноценность или доминирование объектов. Используются когда изучаемые объекты можно расположить в результате сравнения в определенной последовательности с учетом какого-то значимого фактора (факторов).

При измерении в ней мы узнаем информацию о том, в какой последовательности объекты располагаются в соответствии определенному свойству (условию). Примером порядковых шкал являются шкалы для измерения твёрдости материалов, «похожести» объектов. К порядковым шкалам можно отнести большинство шкал, применяемых в психологических и социологических исследованиях. Одним из примеров являются балльные шкалы, применяемые в спортивном судействе или для выставления оценок в школе. Например, рейтинг успеваемости, где известен рейтинг студента (1-й, 10-й, и т.д.), но при этом неизвестно насколько 1-й студент успешней 10-го, известен лишь его номер в рейтинге.

Но и в этих случаях существующая проблема оценки наличия тесноты связи может быть разрешима, если ранжировать изучаемые объекты по степени отличия измеряемых признаков (свойств). Объекту присваивается соответствующий номер – ранг, объекту с наименьшим значением (величиной) признака присваивается – 1, следующему за ним – 2 и т.д. Можно объекты располагать в порядке возрастания значения (величины) признака можно и в порядке убывания. Для объектов, ранжированных по двум признакам, существует возможность оценки по тесноте ранговой корреляции.

К аксиомам тождества для этой шкалы нужно добавить также следующие аксиомы:

|  |  |
| --- | --- |
| Простой порядок | Слабый порядок |
| 4. Если *А>В,* то *В<А* | 4̽. Либо *А≥В*, либо *В≤А* |
| 5. Если *А>В*, и *В>С*, то *А>С* | 5̽. Если *А≥В*, и *В≥С*, то *А≥С* |

Существует шкала так называемого частичного порядка, которая встречается при оценке субъективных предпочтений.

Примеры порядковых шкал:

1) Шкала измерения твёрдости минералов по Моору (1811 г.): из двух сравниваемых минералов твёрже считается минерал, который оставляет на другом минерале вмятины или царапины при определенно сильном соприкосновении. Эталонные минералы: самый твердый алмаз – 10, в порядке уменьшения 9 – корунд, 8 – топаз, 7 – кварц, 6 – ортоклаз, 5 – апатит, 4 – флюорит, 3 – кальций, 2 – гипс, 1 – тальк.

2) Шкала измерения силы ветра по Бофорту (1806 г.): сила ветра соизмеряется волнением моря: 12 – ураган, 10 – шторм (буря), 6 – сильный ветер, 4 – умеренный ветер, 0 – штиль.

3) Балльные шкалы для оценки уровня знаний студентов.

Отношение порядка дистанцию между рассматриваемыми классами не отражает. Следовательно, экспериментальные порядковые данные, даже при выражении их числами, нельзя использовать как числа, например, для них выборочное среднее нельзя определять.

Операции, которые допустимы:

– ранг объёма

, где (3.2)

Присваивать ранги возможно по старшему или по среднему в группе одинаковых или же случайным образом;

– медиана, выборочная: наблюдение, имеющее ранг и самое близкое к ;

– выборочные квантили для любого уровня : наблюдение, имеющее ранг и самое близкое к ;

– коэффициенты корреляции: можно использовать коэффициенты Кендалла и Спирмена.

Коэффициент Спирмена ранговой корреляции определяется формулой:

, (3.3)

Где

*X* и *Y* - переменные;

*n* - количество пар наблюдений переменных;

 и – ранги по переменным *X* и *Y* *i*- го объекта исследования.

Если прямая связь является полной, т. е ранги равны , то . В случае, когда обратная связь является полной, , т.е. ранги двух переменных выстроены в обратном порядке. Для всех иных случаев .

Коэффициент Кендалла ранговой корреляции определяется формулой:

. (3.3)

Для определения статистики *K* объекты необходимо ранжировать по возрастанию рангов одной переменной, чтобы рассчитать ранги по значениям другой переменной. Значение *K* равно общему числу нарушений порядка, если число большее стоит впереди меньшего в рассматриваемой ранговой последовательности . Если в двух ранжировках имеется полное совпадение, то *K* = 0 и τ = 1; если в двух ранжировках имеется полное несовпадение, то можно доказать, что и τ = - 1. Для других случаев коэффициент ׀τ׀ < 1.

**3.1.4. Шкала интервалов**

Шкалой интервалов называется шкала, в которой можно менять единицы измерения и начало отсчёта.

Упорядочивание объектов выполнено так, что расстояния между любыми двумя из них известны, то измерение будет более сильным, чем в шкале порядка. При этом необходимо все измерения выражать пусть и в произвольных, но единых единицах. Следствием равномерности шкал данного класса является полная независимость отношения двух разных интервалов от шкал измерения этих интервалов (т.е. независимо от единицы длины и значения начала отсчёта).

Пусть в одной шкале интервалы измерены и равны и , а в другой равны и , то будет справедливым следующее соотношение: .

В такой шкале лишь интервалы имеют смысл настоящих чисел, чтобы возможно выполнять с ними математические действия. К таким шкалам интервалов можно отнести, например, измерение температуры Цельсия, Кельвина, Фаренгейта, промежутков времени, давления и т.п.

Арифметические или статистические операции допустимы над интервалами.

**3.1.5. Шкала отношений**

В таких шкалах неизменно начало отсчёта, а изменять можно единицы измерения.

Аксиомы аддитивности:

1°. Если *А* = *Р* и *В* > 0,то *А* + *В* > *Р*;

2°. *А* + *В* = *В* + *А*;

3°. Если *A* = *P* и *B* = *Q*, тo *A* + *B* = *P* + *Q*;

4. (*А* + *В*) + *С* = *А* + (*В* + *С*).

В этой шкале измерения являются полноправными числами, что дает возможность выполнять любые арифметические действия.

Особенностью этого класса шкал является то, что отношение значений двух измеряемых величин зависеть не может от шкалы измерения, т.е. отношение.

К шкалам отношений можно отнести шкалы для измерения длины, веса и т.п.

**3.1.6. Абсолютная шкала**

Результатом измерения в абсолютной шкале является число, показывающее количество элементов некоторого множества, а неизменны начало отсчёта и единицы измерения. Эти числа можно умножать, делить, вычитать, складывать, а результаты этих действий будут иметь вполне определенный смысл.

Из рассмотренных шкал самой «слабой» является номинальная шкала, а самой «сильной» – абсолютная шкала. Абсолютные данные позволяют узнать всё, что могут иметь иные шкалы, но обратное не действительно. Например, в студенческой группе *С* всего 15 студентов, в студенческой группе *В* всего 20 студентов, а в студенческой группе *С* всего 30 студентов.

Можно узнать:

- в группе *А* студентов в2раза меньше,чем в группе *С* (шкала отношений);

- вгруппе *В* студентов на10человек меньше,чем вгруппе *С* (шкала интервалов);

- вгруппе *А* студентов просто меньше,чем вгруппах *В* и *С* (шкала порядка);

- вгруппах *А*, *В*, *С* количествостудентов неодинаково (шкала наименований).

Лишь абсолютные шкалы не всегда использовать целесообразно, так как для получения необходимой информации в этих шкалах, необходимо использовать более сложные и дорогие приборы и процедуры, которых на практике для измерения некоторых параметров просто нет. Можно выяснить, например, что больше любят – чай или кофе, но измерить, насколько больше трудно.

**3.1.7 Неопределенность измерений.**

При выполнении измерений, часто возникает проблема неопределенности выполненных измерений.

Можно выделить ряд видов неопределенности.

**Неизвестность.** Данная неопределенность исследуется в теории познания и философии. Неопределенность подобного вида характерна для ситуации, когда имеется вопрос, например, «Есть ли жизни на Марсе?». Результаты посадки автоматических станций на Марс снизили неопределенность.

**Расплывчатость.** Данному виду неопределенности характерно то, что снять неопределенность полностью не может даже эксперимент.

**Случайность.** Данный вид неопределенности подчиняется строгой закономерности, которая описывается распределением вероятностей.

Во многих случаях при измерениях утверждать нельзя с полной уверенностью, что два состояния тождественны или имеется различие. Такое положение наглядно проявляется для некоторых шкал, где классы эквивалентности описываются естественным языком. Например: «В помещение вошел высокий молодой человек с пакетом в руках». Факт измерения имеется, назван класс эквивалентности, к которому принадлежит человек. Однако неизвестен его возраст, а «высокий» и «молодой» могут иметь разное содержание.

Эта неопределенность характерна для языковых конструкций. Расплывчатость и неоднозначность слов дают разные интерпретации, предложению.

В связи с этим введено понятие ***лингвистической переменной***, как ***метки некоторого размытого, расплывчатого множества.*** (Теория нечетких или расплывчатых множеств, разработана Л. Задэ).

Расплывчатость встречается не только в естественном языке. В математике, например, применяются такие понятия “значительно больше” и “приблизительно равно”, которые относятся к расплывчатым понятиям.

**3.2. Некоторые понятия теории расплывчатых множеств**

Множество является расплывчатым и имеет неопределенное число элементов . Признаки элементов, по которым они включаются в множество , не всегда однозначно позволяют отделить все элементы, входящие в данное множество, от элементов, которые ему не принадлежат. Можно считать, что некоторые элементы относятся к данному множеству, а некоторые не относятся.

**Функция принадлежности.** Каждому элементу зададим число , отражающее степень принадлежности элемента к некоторому расплывчатому множеству . В случае, когда , элемент не является элементом множества . В случае, когда , элемент является элементом множества . В случае, когда принимает значения 0 или 1, множество будет нерасплывчатым множеством. Признаком расплывчатости , рассматриваемого множества *А*, является наличие элемента, для которого функция принадлежности не равна 0 и 1. Например, множество всех положительных чисел будет размытым, если принять *,* так как нуль можно считать как положительным числом, так и отрицательным.

Расплывчатое множество в можно определить как некоторую совокупность пар вида:

 (3.5)

Множество будем называть ***дополнением*** к рассматриваемому расплывчатому множеству тогда и только тогда, когда значение . Множество так же будет расплывчатым.

Объединением двух расплывчатых множеств и будемназывать множество , которое удовлетворяет условию:

 (3.6)

Это множество так же будет расплывчатым.

Для любых расплывчатых множеств алгебраические операции производятся над функциями, составляющими множество:

- алгебраическое произведение обозначаемое

 (3.7)

- алгебраическая сумма обозначаемая

 (3.8)

Таким образом, расплывчатость – это свойство явлений, для которых отношение эквивалентности не выполняется; явление может быть таким, что одновременно принадлежать некоторому классу и может не принадлежать данному классу. Эта неопределенность записывается функцией принадлежности, а ее значение выражает степень некоторой уверенности в том, что явление относится к выбранному классу, а этот класс называется множеством расплывчатым или называется множеством нечетким.

**3.3. Нечеткие числа**

В производственных процессах, например, имеется недостаток данных о надежности работы оборудования, возможных ошибках сотрудников, частоте неблагоприятных воздействий внешней среды. Это связано как с отсутствием статистических данных, так и с недостаточной достоверностью данных. В этих условиях имеется необходимость представления информации не точно известными, а приближенными величинами, которые задаются некоторыми интервалами значений. Такой подход дает возможность вместо точечных оценок применить интервальные оценки, представив их в виде нечетких чисел.

Нечеткой величиной будем считать подмножество, которое определяется множеством действительного ряда чисел. Это подмножество характеризуется заданным некоторым образом соответствием конкретных значений множества и значениями функции принадлежности из интервала [0,1].

***Модальными значениями*** рассматриваемой нечеткой величины – считаются элементы множества, обладающие единичной степенью принадлежности равной единице: ***.***

***Нечеткое число – это полунепрерывный сверху, нечеткий интервал, функция принадлежности которого является выпуклой, а модальное значение является единственным.***

Функция принадлежности, исходя из определения, может иметь различные формы, которые отличаются шириной диапазона действительных чисел. Неограниченное уменьшение диапазона (размаха), нечеткое число будет превращать в фиксированную (четкую) величину.



Рис. 3.1. Аппроксимация параметров нечеткими числами.

Необходимо заметить, что диапазон (размах) рассматриваемого нечеткого числа можно считать аналогичным областям значений некоторой случайной величины, где совокупная вероятность появления ее равна 1. При этом максимальное значение относится по определению лишь к модальному значению соответствующего действительного числа.

Алгебраические операции можно производить и с нечеткими числами. Для этого выполняется предварительная аппроксимация нечетких чисел в так называемой форме («Left-Right»).

Функция принадлежности, исходя из определения, может иметь несколько форм, которые отличаются шириной диапазона (размаха) и , возможных значений действительных чисел. На практике принимают ***.***

Данное значение получается при условии, что функции принадлежности аппроксимируются *–*формой:

 (3.9)

где  *–* коэффициентысимметричные относительно *mi* (модальное значение) интервала (размаха) *i*-х нечетких чисел.

Учитывается и то, что величины интервала (размаха) левой , а также правой части изменяются от до при наличии отклонений исследуемой переменной на 1/2 величины , т.е. выполняется следующее условие:

 (3.10)

Это следует интерпретировать так: частота появления событий отклоняется на 50% от средних значений, равна 0,1. Это значение подставим в 3.9, в результате имеем

 (3.11)

Отсюда получаем *.*

Если уменьшать размах, то нечеткое число будет четким.

Правила выполнения операций над числами и приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Операции над нечеткими числами

|  |  |
| --- | --- |
| *B* |  , ,  |
| *B* | , ,  |
| *B* | , ,  |

Символы ,, - означают операции над нечеткими числами.

Обозначим через нечеткое число, характеризующее степень возможности появления некоторого результирующего события, которое обусловлено событиями .

При связи рассматриваемых событий с помощью логического «и» получаем:

 (3.12)

При этом

, , . (3.13)

При связи рассматриваемых событий с помощью логического «или» получаем::

 (3.14)

При этом

, , . (3.15)

Точные и приближенные количественные значения исходных предпосылок получаются на основе использования статистических данных отказов техники, ошибок персонала , а также вероятностных данных внешних воздействий.

Глава 3

**Вопросы для самопроверки и повторения:**

1. Раскройте суть дихотомической (номинальной) измерительной шкалы.
2. Раскройте суть шкалы наименований.
3. Раскройте суть шкалы порядков (ранговая шкала).
4. Раскройте суть шкалы интервалов.
5. Раскройте суть шкалы отношений.
6. Раскройте суть абсолютной шкалы.
7. Что понимается под расплывчатой неопределенностью?
8. Что понимается под нечеткими числами?
9. Раскройте суть дихотомической (номинальной) измерительной шкалы.
10. Раскройте суть шкалы наименований.
11. Раскройте суть шкалы порядков (ранговая шкала).
12. Раскройте суть шкалы интервалов.
13. Раскройте суть шкалы отношений.
14. Раскройте суть абсолютной шкалы.
15. Что понимается под расплывчатой неопределенностью?
16. Что понимается под нечеткими числами?

**Тема 4. Процедуры моделирования**

**4.1 Этапы анализа**

Рассмотрим основные этапы системного анализа: описание, конфигуратор, проблемы, цели, критерии, альтернативы, декомпозиция, агрегирование.

**Конфигуратор.** Любое сложное явление требует многоаспектного рассмотрения описания в терминах нескольких языков, позволяющих исследовать явление с достаточной полнотой.

Многоаспектность реальных объектов имеет важное значение для системного анализа, так как он является междисциплинарным, а к исследованию системы привлекают экспертов, если это в интересах дела необходимо. В то же время встает вопрос о минимизации описания явления.

*Конфигуратор* – описывает систему различными языками, но число их должно быть минимальным, но достаточным для реализации цели.

Например, для описания характеристики готового продукта использовать следующие натуральные показатели, денежные показатели, социальные показатели. Функционирование заводов, учебных заведений, театров можно описывать на этих языках.

Используемые языки, позволяют определять тип системы, природу системы. Конфигуратор, как некоторая модель носит целевой характер, поэтому при изменении цели он может потерять свойства конфигуратора. Конфигуратор как модель должен быть адекватным.

**Проблемы и цели.** Начальным этапом в системном анализе является формулирование проблемы. Необходимость выполнения системного анализа появляется тогда, когда проблема уже существует и требует решения. Однако следует понимать, что первоначальная формулировка проблемы приблизительна, поэтому должна быть выполнена рабочая формулировка проблемы. Системное исследование проблемы начинается с ее развития до проблематики, то есть определения системы проблем, без знания которых основную проблему решить невозможно.

Проблематика системы включает спектр проблем, которые могут быть: формализованы в виде постановки математических задач, либо слабо структурированные, не формализуемые, выражаемых на естественном языке.

Далее поставленные проблемы должны быть представлены в таком виде, когда можно выбрать соответствующие методы для достижения поставленных целей. Определяя проблему, мы выделяем в явной форме, что нам не нравится. Рассматривая цели, мы формулируем, что же мы хотим получить, т.е. определяем направление решения проблемы. Трудность заключается в том, что таких направлений много, а выделить нужно только одно, действительно правильное. При решении проблемы цель может меняться и в окончательном виде может сильно отличаться от первоначальной.

Важность правильно определенной цели заключается в том, что неправильная цель приводит к появлению новых проблем.

**Критерии.** Критерий рассматривается в виде количественного выражения цели, поэтому он должен близко отражать цель, чтобы оптимизация позволяла достигать цели. Большинство реальных задач являются многокритериальными.

В экономических системах имеются различные задачи оптимизации. Задачу оптимизации запишем в виде:

 (4.1)

 (4.2)

 (4.3)

Если функцию заменить на , то это будет задача минимизации.

Если функции , и линейные, то задача относится к линейному программированию.

Многокритериальную задачу оптимизации запишем в виде:

 (4.4)

где:

- целевые функции

- векторы решений (относятся к непустой области определения .

Рассмотрим методы решения задач с несколькими критериями.

1.Лексикографический метод.

Ранжируются целевые функции по их важности - лексикографический порядок.

Вектор будем называть лексикографическим решением, если нет такого вектора , что .

Поскольку отношение лексикографического порядка является линейным, можно доказать, что вектор х является лексикографическим решением, если для всех xХ выполняется:

 (4.5)

Основной особенностью решений по лексикографическому порядку является существование выбора между критериями. Лексикографическая упорядоченность требует ранжирования критериев в том смысле, что оптимизация по критерию возможна лишь тогда, когда был достигнут оптимум для предыдущих критериев. Это означает, что первый критерий имеет наибольший приоритет, и только в случае существования нескольких решений по этому критерию будет поиск решений по второму и остальным критериям.

Наличие иерархии критериев дает возможность лексикографические задачи решать последовательно, используя как ограничения оптимальные значения критериев.

2. Методы скаляризации.

Метод заключается в свертывании локальных критериев - формирование функции предпочтения.

Пусть имеется набор целевых функций (критериев):

, (4.6)

и вектор весовых коэффициентов (приоритетов) критериев

, (4.7)

т.е. важность критериев, причем:

 (4.8)

Функция предпочтения F определяется по формуле:

 (4.9)

и задача сводиться к скалярной задаче оптимизации.

3. Метод главного критерия.

Метод в выборе важного критерия из общего набора критериев, а по остальным заданы ограничения.

4. Метод, основанный на последовательных уступках.

Рассмотрим алгоритм этого метода:

а) критерии выстраиваются в порядке уменьшения уровня важности;

б) выполняется расчет оптимального значения критерия ;

в) по критерию устанавливается значение уступки ;

г) решается задача с этим ограничением .

Пункты б - г для критериев f2,f3,….fk повторяются

5.Максимальная свертка.

Метод основан на введении масштабирующих коэффициентов . Если принять все значения равными , то получаем максиминную задачу оптимизации

, (4.10)

 (4.11)

Коэффициенты используются для того, чтобы целевые функции имели единый масштаб.

6. Метод компромиссной точки.

Определим множество решений многокритериальной задачи, которое получаем при всех допустимых значениях в следующем виде:

 .

Компромиссной точкой будем называть вектор, который состоит из максимальных значений целевых функций:

.

Решением задачи будет считать точку, в которой вектор значений целевых функций минимально по норме отклоняется от точки компромисса:

X. (4.12)

7. Метод целевого программирования.

Метод заключается в приближении каждого критерия к заданной величине .

8. Метод интерактивного программирования.

В методе решение задач проводится в интерактивном режиме. ЛПР Оценку решения осуществляет лицо принимающее решение (ЛПР). Диалог продолжается до получения решения удовлетворяющее ЛПР.

**Генерирование альтернатив.** Выделение множества альтернатив достижения цели осуществляется различными методами:

* поиск в печатных источниках и среди патентов;
* привлечение экспертов;
* комбинирование альтернатив;
* модификация альтернатив;
* анкетирование;
* генерирование альтернатив.

Метод, основанный на «мозговом штурме».Методология и организация заключается в генерации идей и их анализе. Генерацию альтернатив выполняет специальная группа людей. В процессе работы группы принимаются любые идеи, но любая критика запрещается. Главной задачей группы является определение множества вариантов решения рассматриваемой проблемы. Далее аналитики анализируют предложенные варианты. При этом:

* все предложения должны быть рассмотрены и обобщены;
* в аналитическую группу должны входить люди, хорошо знающие суть проблемы;
* члены аналитической группы должны руководствоваться четкими критериями оценки.

Большую роль играет личность ведущего. Ведущий должен быть творческой личностью и хорошим организатором.

Целесообразность применения метода связана со сложностью проблемы.

Метод синектики. Основная идея метода основана на формировании «группового мышления» при решении проблемы. Основным отличием метода от «мозгового штурма» заключается в том, что к решению проблемы подходят не с позиции выдвижения идеи в их законченном виде, а выдвижении незавершенных идей.

Группа организуется в три этапа: первый этап - отбор по уровню знаний, уровню образования и наличию опыта; второй этап – отбор по творческому потенциалу; третий этап – коммуникативность является основой отбора. Для всех этапов отбора определяются критерии и различные тесты оценки кандидатов.

Группа должна пройти обучение некоторым приемам совместной работы.

**4.2 Методы декомпозиции**

**Декомпозиция**. Суть метода заключается в разбиении целого на части. В общей задаче выделяются подзадачи, в системе выделяют подсистемы, а цели разбиваются на подцели и т. д. Во многих случаях этот процесс повторяется, что приводит к иерархическим структурам. Обычно исследуемый объект сложен, слабо структурирован и недостаточно формализован, поэтому декомпозицию обычно выполняет эксперт. Разные эксперты одного и того же объекта получат различные древовидные структуры. Качество разработанных структур зависит от компетентности эксперта и применяемой методики декомпозиции.

На практике эксперт легко формирует составные части, но сложности возникают при доказательстве полноты и безизбыточности предлагаемого состава частей. Основанием декомпозиции является модель анализируемой системы, а декомпозиция представляется как сравнение анализируемого объекта с некоторой моделью для определения, что соответствует элементам модели.

Декомпозиция выполняется с помощью модели, через которую исследуется целое.

Всякий анализ имеет цель, которая и определяет, какую систему следует рассматривать. Можно рассматривать и следующую процедуру анализа: перед очередным этапом декомпозиции заново ставить вопрос не только о модели декомпозиции, но и о возможности использования модели иной системы, нежели ранее.

Полнота декомпозиции определяется полнотой модели-основания, а из этого следует, что необходимо иметь формальную модель, полнота которой является необходимым, но не достаточным условием декомпозиции.

С количественной стороны требования полноты сводятся к противоречивым принципам древовидной структуры: полноты (подробное рассмотрение проблемы) и простоты (компактное представление древовидной структуры). Компромиссы между принципами вытекают из главной цели: представить сложный объект в виде совокупности простых подобъектов или определить причину неустранимой сложности.

Принцип простоты направлен на сокращение размера дерева, поэтому необходимо использовать более компактные модели-основания. В то же время, принцип полноты требует использовать более подробные модели. Компромисс может быть достигнут на основе понятия существенности. Включать в модель-основание только существенные для достижения цели анализа компоненты. Принцип простоты требует небольшого числа уровней декомпозиции, а принцип полноты требует продолжения декомпозиции. Это решение рассматривается в нескольких случаях. Первый, когда декомпозиция позволяет получить результат и дальнейшее разложение не требуется. Такое разложение называется элементарным. В математических или технических задачах понятие элементарности определяется до формального уровня. В других задачах эксперты проводят оценку декомпозиции на элементарность.

На рисунке 4.1 рассмотрен алгоритм декомпозиции в виде блок-схемы. Итогом работы алгоритма является дерево, где конечные фрагменты либо элементарные, либо сложные, но дальнейшее разложение их невозможно.



Рис.4.1. Укрупненная схема декомпозиции объекта

**4.3 Программно-целевой метод**

**4.3.1. Область применения программно-целевого метода**

Программно-целевой метод применяется при решении сложных проблем в социальной сфере, в экономике, в научных исследованиях, в технических задач, для которых характерны следующие особенности:

* большая размерность и наличие сложных связей между компонентами проблемы;
* перспективность решения задачи;
* значительная капиталоемкость;
* наличие значительного количества альтернатив достижений целей;
* недостаток научных знаний для решения проблемы;
* неопределенность стоимостных и временных требований.

Результатом использования программно-целевого метода к решению поставленной проблемы является программа, включающая комплекс мероприятий, обеспечивающих достижение определенной цели. Эта программа преобразования глобальной цели в локальные цели.

Процедура разработки программ имеет, в основном, неформальный характер и включает несколько основных этапов.

Этап 1. Анализ начального состояния и определение цели программы. Формируется основа для разработки исходного задания программы.

Этап 2. Определение комплекса целей программы. Глобальная цель структурируется, т.е. строится *дерево целей* программы.

Этап 3. Разработка вариантов программы и выделение наиболее эффективной. При этом имеется несколько уровней альтернативности, которые возникают при решении проблем:

первый уровень - некоторые цели (уровень целевых нормативов) из-за ограничений на ресурсы могут быть недостижимыми;

второй уровень - сравнение вариантов, реализующих функциональную цель;

третий уровень - определение способов обеспечения вариантов ресурсами, технологиями и временем.

4. Детализация разработанного варианта программы, согласование и доведения до исполнителей.

**4.3.2. Дерево целей**

При разработке дерева целей варианта программы применяется логическое свойство понятия *конъюнктивности*. Конъюнкция - это логическое суждение: ***а***есть***в****,* и***с****,* и***д***, в этом суждении ***в****,* ***с****,* ***д***называются конъюнктами. Дизъюнкция является противоположным суждением: ***а***есть***в****,* или***с****,* или***д***, в этом суждении ***в****,* ***с****,* ***д*** - дизъюнкты.

Свойство конъюнктивности при разработке программы позволяет определить полный комплекс целей и подцелей. Применение конъюнктивности позволяет рассматривать цель в виде совокупности подцелей дерева целей. На данном этапе определяются целевые нормативы, т.е. количественные показатели достижения целей. На рисунке 4.2 приведен пример дерева целей.



Рис. 4.2 Пример дерева целей

Важно отметить, что распределение ресурсов между функциональными целями достаточно сложно, поэтому согласование ресурсов выполняется на нижнем уровне разрабатываемого дерева целей. Функциональные цели нижнего уровня относятся к локальным целям. Чем детальнее проработаны цели нижнего уровня, тем точнее определяются ресурсы, а очередность выполнения локальных целей не нарушит одновременность реализации общих функциональных целей, что обеспечит решение проблемы в комплексе.

Составление для реальных программ общего дерева целей является достаточно сложной задачей, для решения которой необходимы эксперты высокой квалификации.

После построения дерева целей выполняется ранжирование по значимости их реализации. Это позволяет при формировании вариантов распределять ресурсы.

**4.4. Агрегирование систем**

Процесс агрегирования основан на моделях, которые определяют состав частей системы и связи между ними. Разные цели и условия требуют использовать для агрегирования разные модели, а это определяет вид окончательного агрегата и механизм его построения.

Агрегирование можно представить на выделенном множестве элементов как установление межу ними отношений. Благодаря имеющейся свободе выбора в том, что принимается за элемент, как формируется множество элементов и какие связи устанавливаются на этом множестве, получается весьма большое и разнообразное множество задач агрегирования. Рассмотрим основные агрегаты: агрегаты-операторы, агрегаты-структуры, конфигуратор.

**Агрегаты-операторы*.*** Часто возникают ситуации, в которых требуется агрегирование. Это связано с большой совокупностью данных, которая слишком многочисленна, плохо обозрима, поэтому для работы с многочисленной совокупностью данных необходимо проводить агрегирование, т.е. уменьшать размерность.

Один из способов агрегирования заключается в установлении эквивалентности отношения между элементами, в образовании классов.

На практике важно определить, к какому классу относится данный конкретный элемент. Особых проблем нет, если признак принадлежности к классу является легко определяемым.

Если признак классификации сложно определить и является агрегатом косвенных признаков, то имеется проблема классификации.

Класс может быть непосредственно задан совокупностью признаков, а иногда необходимо доопределить оператор.

**Агрегаты статистики.**Статистический анализ характерный пример агрегирования. Имеются достаточные статистики - агрегаты, которые извлекают из совокупности наблюдений полезную информацию об исследуемом параметре. Нужно отметить, что при агрегировании потери информации всегда неизбежны. В этих условиях становятся важными оптимальные статистики, которые позволяют свести потери к минимуму, например факторный анализ. При исследовании реальных данных важным становится разработка модели-агрегата в условиях отсутствия информации. К. Тьюки предложил эту область назвать «анализом данных», а математическая статистика разрабатывать задачи статистики по выполнению алгоритмического синтеза и анализа.

**Агрегаты-структуры.** Формирование структурявляется важной задачей агрегирования. Структура - это модель системы описывающая: объект исследования, цели достижения, методы и средств моделирования. Этим и характеризуется многообразие видов структур, которые возникают при их описании.

В процессе синтеза создается структура будущей системы. При создании системы важно определить ее структуру, учитывая существенные отношения. Конфигуратор системы определяет множество существенных отношений. Отсюда следует, что проект должен содержать количество структур, соответствующее количеству языков конфигуратора. Отметим, что эти структуры могут отличаться топологически (структура подчиненности в организации иерархична, а функционирование в организации осуществляется по матричной структуре), но они с разных сторон отражают одну систему, поэтому не могут быть не связанными между собой.

Сегодня значительное внимание уделяется так называемым семантическим сетям, поскольку они связаны с исследованиями искусственного интеллекта. Логико-лингвистические (семантические) модели отражают общую структуру знаний человека, выражаемых в основном на естественном языке, для отображения которого можно использовать ЭВМ.

**4.5. Виды связей в системе**

При системном подходе понятие система можно отнести к методологическому понятию, так как объект рассматривается как система.

Формально систему С можно представить как упорядоченную пару С=(М, Р), где М содержит множество элементов, а Р это отношения между элементами множества М.

Система представляет набор элементов, которые взаимосвязаны между собой и взаимодействуют так, чтобы функция системы могла быть реализована.

Система исследуется на основе использования ряда систем представлений (категорий) таких как:

* структурное представление (выделение элементов и их связей в системе);
* функциональные представление (выделение функций и компонентов, обеспечивающих достижение цели системы);
* макроскопическое представление (исследуется система как целое, взаимодействующее с внешней средой);
* микроскопическое представление (система как совокупность взаимосвязанных элементов);
* иерархическое представление (совокупность подсистем, составляющих иерархию, в которой только элементы на нижнем уровне);
* процессуальное представление (объект является динамическим, отражающий во времени его состояние).

Рассмотрим определения некоторых других понятий.

**Объект.** Объектом исследования является часть реального мира, которая воспринимается как целое в течение значительного времени. Объекты бывают абстрактными и материальными, а также искусственными и естественными и обладают неограниченным множеством свойств различной природы, хотя на практике исследования выполняются с ограниченным множеством свойств. Система в связи с этим как образ некоторого объекта рассматривается на определенном, конечном множестве свойств.

**Внешняя среда.** Понятие «система» появляется, когда между неограниченным множеством элементов или ограниченным определяется замкнутая граница, которые образуют систему, а внешние элементы, образуют множество, называемое «внешней средой», поэтому невозможно исследовать систему без учета внешней среды. Свойства системы проявляются во взаимодействии с внешней средой и являются ведущим компонентом этого воздействия.

В зависимости от влияния на окружение и форма взаимодействия с иными системами функции исследуемой системы можно представить по ее возрастающему рангу:

* пассивное существование;
* обслуживание других систем;
* противостояние иным системам;
* поглощение иных систем;
* преобразование иных систем.

Система может быть подсистемой или надсистемой. Например, цех является подсистемой предприятия, а предприятие подсистемой холдинга.

В качестве подсистем обычно понимают самостоятельную часть системы, соответствующую определённым признакам.

**Компонентом** системы является ее часть, имеющая отношения с элементами или подсистемами системы.

**Элементом** системы является ее часть с однозначно выделенными свойствами для решения определённых функций и не подлежащие разбиению при решении конкретной задачи (с точки зрения исследователя).

При исследовании системы на макроуровне изучается взаимодействие ее с внешней средой, где системы высокого порядка рассматриваются как внешняя среда, а главными факторами становятся целевая функция (цель) и условия её функционирования.

На микроуровне исследуются внутренние характеристики системы: взаимодействие элементов.

**Структура системы.** Структура системы характеризуется устойчивостью отношений длительное время.

**Связи** характеризуются взаимодействием между подсистемами или элементами внутри системы и с подсистемами и элементами в не ее.

Связь является важнейшим понятием системы, так как они выражают законы ее функционирования. Связи можно рассматривать по их наличию, как прямые связи, так и обратные, а по форме проявления, как вероятностные связи, так и детерминированные.

**Прямые связи** необходимы для функциональной передачи информации в направлении выполнения процесса от элемента к элементу.

**Обратные связи** проявляются при выполнении осведомляющих функций. (рисунок 4.3). Без обратных связей процессы управления развитием невозможны.



Рис.4.3 Схема обратной связи

Обратная связь передает информацию с объекта управления в орган управления, где сравнивается с сигналом, который задает объем и содержание работы. При наличии рассогласования разрабатываются меры по устранению отклонений.

Основная роль обратной связи:

1. Противодействие выходу за пределы, что устанавливает система;
2. Поддержание устойчивого состояния системы (например, неполадки в работе оборудования);
3. Синтезирование возмущений и сведение их к отклонениям одной управляемой величины;
4. Разработка по слабо формализуемому закону управляющих параметров на объект. Например, установление на ресурсы очень высокой цены приводит к сложным изменениям, которые трудно формализовать, используя аналитические выражения.

В социально-экономических системах не всегда удается определить обратные связи, так как: анализ затруднен; управляемые величины не всегда поддаются определению; сложно выявить ограничения, накладываемые на параметры управляемых величин; во многих случаях неизвестны причины выхода показателей за пределы.

Жесткая (детерминированная) связь однозначно определяет причину и следствие, и алгоритм взаимодействия элементов. Гибкая (вероятностная) связь между элементами определяет в неявной форме зависимость элементов системы.

**Критерии** — позволяют оценить соответствие системы цели при ограничениях, которые заданы.

**Эффективность системы** определяется соотношением между фактическим значением показателем результата функционирования и целевым значением показателя.

**Функционирование (процесс)** системы заключается в переработке входных (известных) показателей и известных внешних показателей в выходные с учетом обратной связи показатели.



Рис.4.4 Функционирование системы

**Вход** — изменяемые при функционировании системы показатели.

**Выход** — конечные результаты функционирования системы.

**Процесс** — преобразование входных показателей в выходные показатели.

Связь системы со средой осуществляет следующим образом:

- вход системы является выходом предшествующей системы;

- выход этой системы является входом последующей системы.

Таким образом, на границе системы находятся вход и выход, которые выполняют функции входа и выхода для других систем.

**Ограничение** выполняет задачу согласования функционирования системы с целями потребителя, которые он устанавливает.

**Проблема** — это несоответствия между желаемой системой и существующей. Если несоответствия нет, то и проблемы нет. Если же имеется проблема, то ее решение заключается в корректировке системы или разработке новой.

**Состояние системы** характеризуется тем, что она обладает в любой момент времени совокупностью важнейших свойств.

**4.6. Аксиомы теории управления**

**Управленческая деятельность** - целенаправленное воздействие на управление объектом.

Функции управления:

- анализ функционирования объекта;

- прогнозирование развития объекта;

- планирование развития объекта;

- организация деятельности объекта;

- координация функционирования объекта;

- принятие решения на различных уровнях управления объектом;

- мотивация принимаемых решений;

контроль и учет деятельности объекта.

**Методы управления** обеспечивают реализацию функций управления объектом.

Методы управления:

- административные методы: выполняются методом прямого воздействия на подчиненных;

- экономические методы: реализуются путем экономического воздействия на интересы работников;

- социально – психологические методы: реализуются путем неэкономического воздействия на интересы работников;

**Основные аксиомы управления.** Управление является функцией системы, которая ориентирована на:

- сохранение основной совокупности свойств, при потери которых может произойти разрушение системы;

- или на реализацию программы устойчивого развития.

В зависимости от объекта рассмотрим два случая:

- самоорганизующиеся системы (биологические, социально-экономические);

- технические системы.

Для каждого объекта к управлению можно выделить два подхода:

- один подход основан на виде деятельности;

- другой подход основан на процессном подходе.

Выбор зависит от объекта, для которого разрабатывается управление, и предполагает использование различных методов. В управлении различными организациями можно выделить два непротиворечивых подхода: кибернетический подход и синергетический подход.

Систему управления в **кибернетическом** подходе можно рассматривать как совокупность управляющей и управляемой подсистем. Этот подход позволяет обосновывать: информационную составляющую управления; учитывать универсальность законов управления; выявлять и исследовать механизмы обратной связи; оптимизировать функционирование системы на базе обратных связей в соответствии с целями управления.

В **синергетическом**подходе учитываются факторы саморазвития организации. В таких системах субъект управления не значим. Подчеркнем, что в самоорганизующихся системах цель не является актуальной, так как путь развития становится важным. Синергетические процессы достижение новых состояний обеспечивают без внешнего целенаправленного воздействия.

Подходы эти в теории управления рассматриваются как альтернативные, однако не следует противопоставлять их к организационным условиям управления.

Составляющие управления объектом:

* управляемая подсистема объекта;
* управляющая подсистема субъекта;

• определяемые исследователем цели управления.

Система, функции управления в которой реализуются, называют системой управления.

**Аксиомы(законы) управления.**

***Аксиома первая****.* Наличие наблюдаемости. Если отсутствует возмущение, то уравнение у\*(t) = f [t, х(t), z\* (t)], связывающее реализацию выходного процесса у\*(t) с входными переменными х(t) и временем t*,* имеет решение z\*(t) = z(t) и оно единственно.

Объект является полностью наблюдаемым, если для любого z(t) утверждение справедливо.

***Аксиома вторая****.* Наличие управляемости. Она отражает способность объекта переходить из текущего состояния в требуемое под воздействием со стороны управляющей подсистемы.

***Аксиома третья****.* Наличие цели управления. Цель - это набор характеристик (качественных, количественных), определяющих необходимое состояние объекта. Целевая функция является формальным представлением цели.

***Аксиома четвертая****.* Наличие для управляющих воздействий свободы выбора. Свобода выбора ограничивается допустимых альтернативами и область их изменения. Чем больше альтернативи область изменения шире, тем управление будет эффективнее. Следует отметить, что если никакое из управляющих воздействий (указ, приказ распоряжение и т.п.) не оказывает влияние на объект и изменение его состояния, то управления этим объектом отсутствует.

***Аксиома пятая****.* Наличие для управления критерия эффективности. Уровень достижения цели оценивается критерием эффективности, а частные критерии могут быть применены при оценке качества.

***Аксиома шестая****.* Наличие ресурсов для функционирования объекта.

При несоблюдении любой аксиомы управление становится невозможным.

**Принципы управления (общие, частные).** Принципы управления определяют общие посылы и рекомендации, имеющие важное значение в практической деятельности на всех уровнях управления.

Принципы отличаются от законов тем, что законы существуют объективно, а принципы сознательно разрабатываются и применяются в зависимости от конкретных условий. Принципы являются связующим звеном между законами управления и управленческой практикой, обеспечивая перевод объективных законов и закономерностей на язык практики.

Принципы управления отражают объективную реальность, они объективны.

Главное требование к принципам заключается в их выполнении для повышения эффективности деятельности организации. Они становятся важнейшими правилами при осуществлении управленческой деятельности.

В научной и практической литературе отсутствует единый подход к классификации принципов управления. В практике управления различными государственными органами выделяют общие и частные принципы.

К числу общих (основных) принципов можно отнести следующие:

* научности управления объектом;
* системности управления объектом;
* единоначалия управления объектом;
* коллегиальности в разработке решений;
* централизации управления объектом
* децентрализации управления объектом;
* оптимальности управления объектом;
* информационной достаточности управления объектом;
* обратной связи управления объектом.

**Принцип научности**заключается в разработке на научных основах системы управления.

**Принцип системности**заключается в использовании системного подхода в принятии любого управленческого решения, так как любое ошибочное решение может привести систему к разрушению. Единство системы (структурное, функциональное) обеспечивает использование принципа системности.

**Принципы единоначалия***.* Решение, принимаемое на любом уровне, должно разрабатываться коллегиально, т.е. в процессе его разработок необходимо учитывать мнения специалистов.

Руководители наделены функциями и правами единоначальника, поэтому этот принцип постоянно действует. Это выражается:

* в полномочиях (полнота, объем);
* в законодательном обеспечении прав;
* в структурном и кадровом обеспечении прав.

**Принципы централизации и децентрализации***.* Принцип централизации обеспечивает координацию в рамках единой системы управления, а децентрализация позволяет оперативно отслеживать и реагировать на возможные изменения в отдельных структурах ситуации.

Принцип централизации дополняет принцип децентрализации и наоборот: отсутствие централизации влияет на целостность системы, а при отсутствии децентрализации теряется возможность реагирования, когда необходимо принимать оперативное решение.

**Принцип единства***.* В управлении за руководителем закреплены персональные полномочия. Основные варианты:

* непосредственный руководитель: полномочия в соответствии с общей субординацией;
* вышестоящий руководитель: полномочия не делегированные ниже;
* руководитель функционала: полномочия в установленных пределах.

Этот принцип означает, что сотрудник получает указание и докладывает одному руководителю.

**Принцип оптимальности**направлен на снижении трудоемкости процессов управления, в том числе по подготовке и реализации решений. Снижению трудоемкости способствует компьютерные технологии и математические методы и модели.

**Принцип информационной достаточности**заключается в том, что создаются информационные системы, для задач конкретного объекта.

**Принцип обратной связи***.*

Данный принцип определяется тем, что любое отклонение состояния системы от заданного является причиной для реагирования, которое направленно на то, чтобы поддержать систему в заданном состоянии.

Существенные признаки обратной связи.

1. Обратная связь это осведомительная и контролирующая управление информация.

2. Обратная связь повышает уровень организации управления.

3. Обратная связь необходимое условие самоуправляющихся систем.

4. Обратная связь выполняет функции координации и согласования систем управления.

**Частные принципы**:

* законности реагирования на состояние объекта;
* оперативности реагирования на состояние объекта;
* сочетания различных уровней управления объектом;
* разделения труда в управлении объектом;
* иерархии подчиненности в управлении объектом;
* диапазона ответственности должностных лица в управлении объектом;
* делегирования полномочий компетентным сотрудникам.

Глава 4

**Вопросы для самопроверки и повторения**

1. Приведите основные этапы системного анализа.
2. Для чего необходим конфигуратор в системном анализе.
3. Раскройте этап «проблемы и цели».
4. Раскройте этап «формирование критериев».
5. Раскройте этап «генерирование альтернатив».
6. Раскройте этап системного анализа «декомпозиция».
7. Для чего используется программно-целевой подход к решению системных задач?
8. Раскройте этап системного анализа «агрегирование».
9. В каких случаях используются агрегаты-операторы?
10. Раскройте сущность агрегата-структуры.
11. Какие бывают виды связи в системе?
12. Что понимается под управлением организациями?
13. Перечислите шесть основных аксиом управления.
14. Охарактеризуйте общие принципы управления.
15. Охарактеризуйте частные принципы управления.

**Тема 5 Практические вопросы математического моделирования**

**5.1. Виды подобия моделей**

Любая материальная модель отображает реальный вещественный объект. Математическая модель, реализуя свою функцию, должна замещать оригинал, т.е. иметь некоторое подобие по отношению к оригиналу.

Можно выделить несколько видов подобия.

**Прямое подобие.** Оно устанавливается в процессе физического взаимодействия или некоторой последовательности взаимодействий (модели автомобилей, фотографии, игрушки, зубные протезы и т.п.). Однако такие модели не могут абсолютно отражать оригинал, поэтому имеются проблемы переноса модельных экспериментов на реальный образ (оригинал). В этом и заключается современная теория подобия.

**Косвенное подобие**. Оно объективно имеется в природе, в виде совпадения или близости к абстрактным моделям, поэтому применяется в моделировании, но не устанавливается человеком. Так в электромеханике имеются одинаковые уравнения для электрических и механических процессов, а в медицине подопытные животные, которые используются как аналог человеческого организма и т.п.

Имеются условно подобные модели. Их подобие оригиналу устанавливается в результате некоторых соглашений (деньги, паспорт гражданина, географические карты и т.д.).

**5.2. Особенности математического моделирования**

Системный анализ использует математический инструментарий для научного подхода к решению сложных проблем. При системном подходе можно выделить ряд этапов (рис. 5.1). Исследование вместо системы некоторой модели всегда приводит к упрощению, поэтому необходимо выделение существенных для целей исследования особенностей.

Ранее рассмотрены материальные и идеальные модели.

Однако в реальных условиях часто возникает необходимость использовать ненаучные и смысловые модели.

**Под** **интуитивным (интуитивным) моделированием** понимается моделирование, не обоснованное формальной логикой, которое трудно поддается формализации. Моделирование выполняется человеком в форме мысленных экспериментов, некоторых сценариев или игровых ситуаций с целью подготовки к предстоящим практическим действиям. Базой таких моделей является опыт – знания и умения людей, а также эксперимент или знания без объяснения механизма явления, которое наблюдалось.

Этап 1 Выбор проблемы

Этап 2 Постановка задачи и ограничение степени ее сложности

Этап 3 Установление иерархии целей и задач

Этап 4 Выбор путей решения

Этап 5 Моделирование

Этап 6 Оценка

Этап 7 Внедрение

Рис. 5.1 Последовательность решения проблемы

**Семантическое моделирование** основывается на знании внутренних механизмов явления. Методы семантического моделирования включают графическое моделирование и вербальное (словесное) (рис. 5.2).

ИДЕАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

Интуитивное моделирование

Семантическое моделирование

Семиотическое моделирование

Алгоритмическое

Графическое

Вербальное

Графическое

Мысленный эксперимент

Метод сценариев

Операционная игра

Рис. 5.2 Классификация идеальных моделей

**Семиотическое, или знаковое моделирование** является наиболее формализованным, ввиду того, что использует как естественный язык и всевозможные изображения, так и множество буквенных символов, цифровых символов, знаков, которые объединяются с помощью специфических правил. Математическое моделирование относится к данному виду.

К знаковым моделям относятся чертежи, графики, карты и т.п., а высшим классом среди знаковых моделей являются математические модели, которые используют язык математики при описании.

**Математическая модель –** это описание логических переходов в процессах математическими формулами.

Кроме того, она может работать с различными таблицами, номограммами и графиками.

Сложность разработки математической модели заключается в необходимости владеть и уметь использовать математические методы, а также знать предметную область моделирования. На практике специалисту в данной предметной области часто не достает математических знаний, опыта математического моделирования вообще, а для сложных задач – знания системного анализа. В тоже время, математику сложно хорошо ориентироваться в предметной области.

Следует подчеркнуть, что разделение моделей на вербальные и знаковые в достаточной степени условно, так как знаковой модели не может быть без описательной.

**Общие и конкретные модели.** Любые модели необходимо наполнить информацией. Наполнение информацией характерно для знаковых моделей. В математической модели буквенным обозначениям присвоить физические величины. Модель с наполненной информацией называется конкретной, а без наполнения называется общей (теоретической). При исследовании систем, в процессе их декомпозиции используются формальные модели.

Чтобы выяснить место и назначение математической модели исследуем процесс формирования научного знания. Науку принято делить на две группы: к первой группе относятся точные, а ко второй группе описательные знания.

**Точные науки** – имеют средства предвидеть с достаточной точностью характеристики исследуемых объектов по неполной о них информации.

**Описательные науки** – характеризуются тем, что описывают факты об изучаемых объектах и процессах, которые часто не связанны между собой, или связанны определенными качественными или отдельными количественными отношениями. Математика и науки физического цикла относятся к точным наукам. Другие науки можно в большей или меньшей степени отнести к описательным.

В целом процесс развития науки можно представить как:

-накопление информации об объектах изучения;

-упорядочивание информации;

-установление возможных связей между объектами, которые выявляются в результате анализа информации.

Это «описательный» период в науке.

**Переход к точной науке** заключается в построении математической модели, но она разрабатывается на количественных величинах, поэтому можно выделить следующие этапы математического моделирования: установление величины; установление взаимосвязи.

Большинство задач математического моделирования имеют сложную структуру, так математическая модель механических движений (законы Ньютона) подразделяется на ряд частных моделей, которые подразделяются на модели более частные, а ниже рассматриваются математические модели конкретных процессов.

**5.3. Процесс построения математической модели**

На основе системного подхода переход от проблемной ситуации к конечной цели осуществляется системно, путем выполнения определенных этапов. Каждый этап определяется структурой и выполняется последовательно, а нарушение этой последовательности может отрицательно повлиять на результаты не только одного этапа, а всего процесса в целом.

**Этап первый: формулировка проблемы.** Главная задача на первом этапе заключается в том, чтобы сформулировать проблему и зафиксировать ее документально.

Проблему формулирует заказчик (клиент), а специалист (аналитик) дело выясняет и уточняет проблему.

**Этап второй: диагностика проблемы.** На данном этапе диагностируется и определяется проблема и ее тип.

**Этап третий:** **определение стейкхолдеров**. Конечной целью исследования является решение проблемы. Каждый этап должен приблизить нас к решению проблемы в нужном направлении. Чтобы учесть интересы всех участников проблемной ситуации необходимо выявить всех, кто вовлечен в проблемную ситуацию.

**Этап четвертый**: **определение массива проблем.** Стейкхолдеры имеют свои интересы, поэтому необходимо получить от стейкхолдеров оценку проблемной ситуации. Проблема может быть для заказчика: отрицательной, положительной, нейтральной. Эту оценку необходимо получить от каждого стейкхолдера в отдельности.

**Этап пятый: формирование конфигуратора.** Для решения проблемы необходимо разработать адекватную модель (совокупность моделей) проблемной ситуации для сравнения вариантов действий. Модель (совокупность моделей) должна разрабатываться средствами некоторого языка (или языков). Следует отметить, что практические проблемы не описываюся на языке какой-нибудь одной специальности, поэтому необходимо определить минимальный набор языков, на которых будет решаться проблема.

Объективная информация для выбора языков для решения проблемы уже имеется, так как она имеется в протоколах бесед о проблемной ситуации.

Поэтому имеется возможность «выявить», анализируя текст стейкхолдера, на каких языках он говорил. Необходим общий язык представления информации: словесное описание, графическое представление, математические формулы, табличные формы и т.д.

**Этап шестой: целеполагание.** Решая проблему заказчика, необходимо обеспечить согласованность стейкхолдеров, так как они дают положительную оценку, если решение обеспечит достижение цели, и наоборот отрицательную оценку, если решение не обеспечит достижение цели, поэтому необходимо знать цели всех стейкхолдеров. Нельзя подменять цели одних стейкхолдеров целями других, т.е. навязывать и подменять главные цели своими.

Множество целей, включая цели разной важности, долгосрочности, масштабности, образуют иерархическую, древовидную структуру.

Каждый элемент дерева целей имеет двойственный смысл: средством он является для верхнего уровня, а целью является для нижнего уровня. Поэтому каждый стейкхолдер должен определиться уровень дерева, где он находится, на каком уровне дерева. Здесь то и возникает вероятность ошибки — ошибившись уровнем, вместо цели выбрать средство.

Опасность неполного перечисления целей.В реальной действительности желаемое будущее имеет нескольких целей, поэтому если перечислены не все из них, то может быть получен неприемлемый результат.

Это встречается часто, когда субъект явно выразить свои цели затрудняется. Для успешного результата необходимо выявить его истинную цель.

**Этап седьмой: определение критериев.** При решении проблемы возникает необходимость сравнивать варианты, оценивать уровень достижения цели или отклонения от нее. Для этого выделяются некоторые показатели, которые должны быть доступными для наблюдения и измерения, что позволит по результатам измерений осуществлять необходимый контроль. Такие показатели называют критериями. Сколько, какие и как выбирать критерии? На этом этапе и решаются эти вопросы. Вполне очевидно, что чем меньше критериев, тем легче будет проводить сравнение: необходимо стремиться минимизировать количество критериев, а лучше выделить один.

Множество критериев в процессе моделирования задачи можно рассматривать в виде двух подмножеств. Часть критериев изменяется в процессе достижения цели, а на другую налагаются некоторые условия, фиксирующие их значения, которые должны соблюдаться в процессе решения задачи. Эти критерии называются ограничениями. На практике имеются задачи с очень сильными ограничениями, что делают невозможным достижение цели. В этом случае принимается решение по ослаблению или снятию ограничения совсем.

**Этап восьмой: экспериментальное исследование систем.**

Недостающую информацию в процессе исследования системы можно получить на основе спланированного эксперимента, обработав и преобразовав в форму, пригодную для включения ее в модель.

Такой эксперимент нужен для уточнения модели. Важно знать, что эксперимент без модели невозможен. Модель и эксперимент находятся в едином цикле.

**Этап девятый**. Модель необходима для исследования различных вариантов, чтобы выбрать среди множества вариантов (по нашим критериям) лучший.

Следует отметить, что построение модели делается на всех этапах, поэтому нет отдельного этапа. И все-таки необходимо обратить внимание на особенностях моделирования, а точнее на дополнении или изменении модели, поэтому и выделен данный этап.

**Этап десятый: генерирование альтернатив.** В процессе исследования возникают различные варианты решения проблемы.

Необходимо сформулировать различия между существующим состоянием объекта и будущим, к которому нужно стремиться. Существуют различные варианты решения.

Процесс формирования вариантов называется процессом генерирования различных альтернатив. Разработано много разных технологий генерирования альтернатив.

Можно выделить два принципиально различающихся подхода. Первый подход заключается в необходимости разделения этапа предложения и этапа оценки предложений. При этом подходе основной целью является разработка множества идей.

Второй подход основан на допустимости критики и дискуссий, а целью является определение небольшого числа альтернатив.

**Этап одиннадцатый: выбор, или принятие решения.**

На предыдущих этапах было определено все необходимое для выбора: множество альтернатив (этап десятый); определены цели (этап шестой); выделены критерии для сравнения альтернатив (этап седьмой).

Выбор заключается в сужении разработанного множества альтернатив: часть альтернатив из множества принимается, а остальные отвергаются. Стремление к проведению качественного выбора, побуждает к разработке метода выбора, включающего синтез некоторого набора алгоритмов выбора.

**Этап двенадцатый:** **реализация улучшающего вмешательства.** После решения о том, какой вариант следует принять, проводится работа по реализации этого решения. Но принятие решения не означает его реализацию. Реализация заключается в планировании необходимых действий и их исполнении и внесении поправок в необходимых случаях.

Важным вопросом является планирование ресурсов, требующихся для реализации выбранного варианта. Для каждого вида ресурса необходимо определить:

1) наличие ресурса;

2) количество необходимого ресурса;

3) источники ресурса.

Должны быть определены все виды ресурсов:

1) специалисты;

2) финансы;

3) материалы;

4) информация;

5) время.

И, наконец, необходима организация исполнения решения, т.е. управление реализацией*.*

В процессе реализации необходим мониторинг текущего состояния, определение предположений и выявление рисков. Для обеспечения адаптивности к внешним и внутренним переменам необходимо создать подсистему обнаружения и исправления.

**5.4. Общие свойства моделей**

Рассмотрим основные свойства моделей, которые позволяют различать, или отождествлять модель с оригиналом (объектом, процессом).

**Адекватность.** Под адекватностью модели будем понимать описание (качественное и количественное) процесса или объекта по определенному набору характеристик с некоторой степенью точности.

Адекватность это требование к соответствию модели ее реальному процессу относительно определенного набора существенных характеристик. Полная адекватность модели означает тождество ее прототипу.

Математическая модель будет адекватной для одной ситуации и не адекватна для другой. Неадекватная модель может исказить реальный процесс или свойства (характеристик) исследуемого объекта.

Можно ввести численную степень адекватности, например от *0* (отсутствие адекватности) до *1* (полная адекватность). В некоторых частых случаях численно оценить степень адекватности легко. Трудность оценки связана с нечеткостью критериев адекватности.

Адекватность модели необходимо постоянно проверять, контролировать, уточнять на некоторых примерах, на возможных аналогиях, на экспериментальных расчетах и т.д. Такие проверки выясняют последствия сделанных допущений. При исследовании адекватности можно обосновать правильность рабочих гипотез.

**Простота и сложность**. Требование простоты модели и ее адекватности носит противоречивый характер. С позиции адекватности сложные модели являются более предпочтительными простых, так как в них учитывается большее число показателей, влияющих на исследуемые характеристики объектов. Сложные модели значительно точнее отражают свойства оригинала, но они менее обозримы и неудобны в обращении, поэтому в процессе их разработки стремятся упростить, так как простыми моделями легче оперировать. Однако при разработке простой модели необходимо учитывать основной принцип, который заключается в том, что упрощать ее можно до такого уровня, пока основные свойства, присущие оригиналу, сохраняются. Этот принцип отражает предел упрощения.

Простота или сложность модели является относительным понятием. Модель можно считать простой, если методы исследования позволяют выполнить качественный и количественный анализ с требуемой точностью. На современном этапе методы исследований развиваются, поэтому сложные задачи могут перейти в категорию простых.

Для уменьшения потерь адекватности желательно проводить:

- на уровне физическом с сохранением важнейших соотношений физических величин;

- на уровне структурном с сохранением важнейших системных свойств.

Упрощение моделей на уровне математическом может привести к значительной потере адекватности.

Чаще простые модели применяются в задачах синтеза, а в задачах анализа применяются более сложные.

**Конечность моделей**. Бесконечность характерна системам физической природы. При исследовании любого объекта исследователь оперирует конечным количеством его свойств, связей, используемых ресурсов и т.д., т.е. выделяет конечный набор параметров и пытается исследовать «бесконечный мир объекта» через конечную модель этого набора.

Конечность моделей сложных систем характеризуется, во-первых, тем, что они описывают оригинал конечным количеством отношений, т.е. с конечным количеством связей с иными системами, и конечным количеством свойств на принятом уровне исследования. Во-вторых, необходимо отметить, что ресурсы моделирования конечны, а потому объективно имеются ограничения самого процесса познания мира через модели.

Определение размерности модели тесно связано с классом исследуемых задач. Размерность модели непосредственно влияет на сложность и адекватность.

Нужно отметить, что увеличение размерности модели приводит к повышению адекватности и одновременно к ее усложнению. Степень сложности ограничена возможностью средствами моделирования, которыми располагает исследователь. Переход от общей модели к точной обеспечивается за счет ее размерности путем использования новых переменных, которых не учли при построении общей (грубой) модели.

В процессе моделирования выделяют небольшое число главных показателей одного порядка и они могут быть описаны математически, а влияние других показателей (факторов) учитывается с помощью осредненных характеристик.

**Приближенность моделей**. Конечность и упрощенность модели отражает на уровне структурном качественное отличие оригинала и модели, а приближенность модели отражает количественную сторону этого различия.

Степень приближенности модели к оригиналу характеризуется целью моделирования и постановкой задачи.

Повышение точности разрабатываемой модели усложняет ее и снижает практическую ценности. Противоречивость требований точности модели и ее практичности заключается в неопределенности знаний оригинала, его свойствах, всевозможных характеристиках, влияния внешних факторов

**Истинность моделей**. Каждая модель отражает оригинал, но уровень истинности модели может быть выявлен только при практическом сравнении её с оригиналом.

Отметим, что любая модель содержит не только безусловно истинное, т.е. определенно известное и правильное, но и условно истинное, т.е. верное при некоторых условиях.

Кроме этого любая модель также содержит предположительно-истинное, когда нечто в условиях неопределенности может быть или верным, или ложным. Фактическое соотношение истинного и ложного устанавливается на практике. При анализе модели ее истинности необходимо выяснить:

- точные знания об оригинале;

- достоверные знания об оригинале при некоторых условиях;

- знания об оригинале, оцениваемые с некоторой долей неопределенности;

- знания об оригинале, которые нельзя оценить даже с некоторой долей неопределенности;

- об оригинале ничего неизвестно, т.е. незнание.

Оценка истинности рассматриваемой модели сводится к выявлению достоверных знаний, отображающих оригинал, знаний, приближенно оценивающих оригинал и степень незнания.

**5.5. Оценка математической модели**

Модели выступают в качестве инструмента исследования. В зависимости от целей исследования применяются аксиологическое отображение системы в терминах целей и функций (функционалов) и каузальное в терминах взаимодействия переменных.

Модельное описание системы начинается с идентификации выходов *(y)* и определение входных показателей. Входные показатели подразделяются на: возмущения *(x),* управления *(u)* и помехи *(ε).* Далее определяются побочные эффекты, оказывающие влияние на внешнюю среду.

Аксиологическое рассмотрение позволяет оценить влияние субъекта на выходы исследуемой системы.

Каузальное представление устанавливает отношения в терминах «вход-выход», а также оценку взаимного влияния элементов (без употребления понятий цели и средств ее достижения), а будущее состояние определяется воздействиями среды и предыдущими состояниями системы.

**5.5.1 Принятие решения**

Функционирование системы направлено всегда на достижение поставленных целей. Проблема заключается в определении механизмов достижения цели в условиях заданных ограничений. Если выбор механизмов достижения цели очевиден, то имеем задачу принятия решения. Если выбор неочевиден, то имеем проблему принятия решения.

Важнейшей целью исследования является перевод проблемы, которая возникает при исследовании, в задачу выбора решения, т. е. к постановке задачи.

При постановке задачи в форме математической модели область поиска решения определена, и основная трудность решения выявлена. В общем виде математически условия задачи принятия решения можно записать следующим образом.

Пусть задано множество механизмов достижения цели *U,* требуется определить точки *u\**, удовлетворяющие критериям *Q(u),* а также множеству ограничений, образующих область допустимых значений *Ω(u)* (рисунок 5.3)*.*

Рис. 5.3 Поиск решения.

В случае, когда исходная проблема формализована, т. е. задача поставлена и имеется математический аппарат ее решения, можно не использовать термин «проблема принятия решения».

Если для постановки задачи и ее решения не определен возможный аппарат формализации, и требуется разработка специальных методов, то задача принятия решения становится проблемой. В этих условиях требуется:

• выделить область проблемы принятия решения;

• определить показатели, влияющие на ее решение;

• разработать приемы и методы решения задачи.

Для принятия некоторого решения требуется аксиологическое описание рассматриваемой проблемы, а именно выражение связи цели и механизмов достижения этой цели. Эти выражения получили несколько названий: функция цели, критерий эффективности, целевая функция и т. п.

В зависимости от исследуемой ситуации имеются различные подходы к определению функции цели:

1. Если выражение, которое связывает цель с механизмами ее достижения, определили, то задача имеет практическое решение. В этом случае известен закон, который позволяет связать цель с механизмами достижения цели.

2. В случае, когда закон не определен, то исследуются статистические зависимости или известные из практики функциональные зависимости.

3. Если нельзя выявить закономерность, то разрабатывают теорию, позволяющую сформулировать для принятия решения некоторый поход.

4. Если не удается разработать или использовать существующие теории, то для исследования варианты решения разрабатываются имитационные модели.

На практике возникают и другие проблемы формализации целевой функции. Во многих задачах, когда результаты не удовлетворяют пользователей, изменяются ограничения, критерии и механизмы достижения цели.

При решении экономических задач требуется учитывать большое число показателей различной природы, поэтому принятие решения становится проблемой коллективного выбора.

Разработка и принятие управленческих решений во многих случаях связаны с дефицитом времени, с нечетко сформулированной постановкой, в условиях не полной информации о целях, системе, средствах решения, ограничениях.

**5.5.2 Методы моделирования .**

Постановка заключается в переводе описания вербального в формальное описании. Вопросы разработки модели и доказательство их адекватности и являются основным предметом математического моделирования.

Разработано множество методов формирования моделей, которые дают различную степень формализации. На рисунке 5.4 приведена некоторая структура методов.

ФОРМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Аналитические методы

Статистические методы

Теоретико-множественные методы

Методы математической логики

Лингвистические методы

Семиотические методы

Графические методы

Метод решающих матриц

Морфологический подход

Методы структуризации: «дерева целей», прогнозного графа» и др.

Методы «Дельфи»

Методы экспертных оценок

Методы «сценариев»

Методы мозгового штурма (атаки)

Рис. 5.4 Структура методов.

Эта структура разделяет методы на два класса:

• формальные методы;

• эвристические методы.

Это некоторая условная классификация методов, так как не существует строгого разделения на формальные методы и неформальные. Предложенная классификация методов является не бесспорной, однако любая классификация лучше ее отсутствия.

Особо имеются проблемы при построении экономических моделей, так как экономические системы достаточно сложны, чтобы разработать их полные адекватные модели.

Приведем краткий обзор основанных методов моделирования.

**5.5.2.1. Формальные методы представления систем.**

Рассмотрим следующие группы:

1. Аналитические методы:

• классическая математика (вариационное исчисление, дифференциальное исчисление, методы экстремумов функций и т. п.);

• математическое программирование.

2. Статистические методы:

• разделы теоретической математики (математическая статистика, теория вероятностей);

• разделы прикладной математики (статистические гипотезы, теория массовое обслуживание, статистические испытания и др.).

3. Дискретная математика.

4. Графические методы.

**5.5.2.2. Методы активизацию интуиции и опыта.**

Методы основаны на привлечении экспертов, которые вырабатывают оценки.

Экспертом является специалист в области исследования проблемы.

Экспертные оценки могут быть количественными и (или) качественными, которые на основе суждений, выполняют эксперты.

Некоторый период неформальные методы относили к эвристическим методам и их отожествляли с экспертными методами исследования.

Эвристические методы основаны на эвристике, на использовании различных правил, методов и приемов, интегрирующих прошлый опыт и интуицию.

Один из вариантов классификации методов можно представить в следующем виде:

• индивидуальной экспертизы;

• групповой экспертизы;

• выработки коллективных решений;

• структуризации;

• морфологические методы;

• сложных экспертиз.

**5.5.3 Математические модели.**

**5.5.3.1. Постановка задачи.**

Рассмотрим следующую постановку задачи. Имеется объект *m* входных параметров *X=(x1,…,xm),* а выход y связан функциональной зависимостью

*,*

где *A=(a1,…,am*) –коэффициенты;

*ε* – возможные помехи.

Требуется из множества значений *,* где найти функциональное преобразование, чтобы минимизировать некоторый критерий качества:

 ,

где *f* – функциональное преобразование;

*F* – множество преобразований.

**5.5.3.2. Построение модели.**

При построении модели требуется:

• определить функциональную зависимость (модель) *F(X,A)*;

• определить коэффициенты *A=(a1,…,am*);

• определить критерии качества .

Все они связаны между собой. При выборе структуры модели необходимо оценить ее качество, а для оценки качества нужно определить коэффициенты.

На практике используют следующие подходы к разработке моделей:

• аналитический (на основе анализа объекта и применения известных законов);

• экспериментальный (на основе экспериментальных данных объекта исследования).

Разработка моделей по результатам наблюдения показателей получила название «идентификация». При этом определяются и коэффициенты и структура модели.

На практике оба подхода не используются в чистом виде, так как при разработке аналитических моделей используются данные эксперимента, а в экспериментальных моделях задаются некоторые априорные данные об объекте. В связи с этим исследователи чаще используют экспериментально-аналитический метод, когда структура исходной модели разрабатывается по результатам анализа, а параметры определяются по данным эксперимента.

**5.5.3.3. Выбор структуры.**

Внесем некоторое уточнение в постановку задачи. Считаем, что структура зависимости *f* не известна. Следовательно, количество структур *f(X,A)*при *т* входах может быть бесконечно.

В этой связи решение задачи состоит из следующих подзадач: формирование альтернатив, определение критерия, поэтому необходимо:

- разработать алгоритм формирования альтернатив;

- сформировать критерий.

**5.5.3.4. Методы выбора структур.**

**Методы пошаговой регрессии** заключается в пошаговой трансформации искомой структуры модели:

- включением наиболее значимых переменных в модель;

- исключением из модели незначимых переменных;

- включением значимых и исключением из модели незначимых переменных одновременно.

В качестве включаемых (исключаемых) переменных могут быть исходные переменные и функции .

В частности к функции можно отнести и функцию Таким образом, модели вида позволяет строить метод шаговой регрессии.

1. Метод включения заключается в том, что выбирается значимая переменная (функция) из набора и включается в модель. Процесс включения продолжается до тех пор, пока качество модели улучшается. Качество включаемой переменной зависит от последовательности вхождения в модель, что определяется критерием. Между переменными в большинстве случаев наблюдается корреляционная зависимость ненулевая, поэтому значимая переменная на следующих этапах может оказаться незначимой, что может воспрепятствовать включению более значимой переменной в модель. Это ограничивает возможность данного метода.

2. Метод исключения рассматривает модель с полным набором имеющихся *L* входных переменных. Затем исключаются незначимые (по некоторому критерию) переменные при условии, что улучшается качество модели. Метод имеет недостаток: исключенные на предыдущих этапах переменные могут быть значимыми в случае исключения некоторых переменных.

3. В методе включения на каждом этапе выполняется проверка на значимость переменных: незначимые из модели исключаются. Следует отметить, что данный метод не гарантирует оптимальность найденной структуры. К шаговой регрессии отнести можно метод эволюционной идентификации: переменные выбираются, получая случайные числа с помощью генератора.

**Метод группового учета аргументов (МГУА).** Данный метод включает комбинаторные и селективные алгоритмы.

Комбинаторный алгоритм заключается в том, что первоначально исследуется множество моделей с одной переменной, потом исследуется множество моделей с двумя переменными, тремя переменными и так далее, пока критерий *D* улучшается. Эти алгоритмы ограничены временными возможностями средств вычислительной техники, так как рассмотрение дополнительной входной переменной увеличивает значительно время счета.

Селективный алгоритм заключается в том, что сначала рассматриваются все множества моделей (частные описания), из которого по некоторому критерию выделяется подмножество наиболее значимых частных описаний. Это продолжается до тех пор, пока качество модели улучшается.

**5.5.3.5. Выбор критерия оценки качества модели.**

В процессе разработки модели необходимо определить критерий включения переменных в модель и (или) исключения из модели, критерий окончания алгоритма, а также критерий оценки окончательной модели.

Рассмотрим вопрос останова шаговых процедур алгоритма: расчеты необходимо закончить, когда работа алгоритма уже не повышает качества модели.

Критерий качества зависит от назначения модели:

- если модель разрабатывается для прогнозирования или для управления, то при одинаковых входных показателях объект и модель на выходе должны иметь близкие результаты;

- если модель разрабатывается для измерений, то значения отклонений модели и объекта должно быть минимальным;

- если разрабатывается модель для распознавания, то в качестве критерия берется отношение верных ответов к их общему количеству.

При структурной идентификации критерии для останова алгоритмов могут быть внутренними и внешними. Критерии внутренние определяются на основе данных, участвующих в построении модели, а внешние определяются на основе дополнительных данных.

Критерием внутренним может быть: остаточная ошибка выходных переменных модели и объекта; коэффициент детерминации; остаточная приведенная ошибка и др.

Применение нескольких выборок является более надежным подходом: для разработки модели используются одни выборки, а качество оценивается по другим.

**5.5.3.6. Оценивание параметров.**

Предполагаем, что разработана структура модели, но коэффициенты (параметры) не известны. Определение параметров модели можно ставить как задачу их оптимизации: определить вектор А из области значений *Ω*, чтобы минимизировать функцию значений отклонения выхода модели от значений отклонения выхода объекта, когда входные значения переменных одинаковые.

Для решения такой задачи можно использовать метод наименьших квадратов (МНК).

Однако для использования МНК имеются определенные требования к исходным данным:

а) линейная независимость входных переменных модели (выполняется);

б) помехи имеют нормальное распределение.

При решении практических задач эти требования не всегда выполняются, что влечет ненадежность оценок параметров, поэтому применяют робастные, гребневые оценки параметров.

Ограниченность выборки данных является также проблемой, так как для надежной оценки лишь одного параметра требуется до десяти экспериментальных точек, которые получить достаточно сложно или дорого.

**5.5.4. Математическое описание объектов**

Модель исследуемого объекта содержит различные уравнения, т.е. математические выражения, описывающие функционирование объекта или описывающие изменения выходных переменных.

**5.5.4.1. Аналитический подход.**

Приведем один из вариантов описания статики объекта:

1. Выбор объекта исследования: определяются границы связи объекта с окружающей средой.

2. Изучение объекта: устанавливаются процессы, которые учитываются при формировании уравнений статики.

3. Определение структурной схемы исследуемого объекта: определяется компромисс между желаемой или требуемой точностью описания и возможностью оценки в количественных показателях явлений в объекте.

4. Математическое описание(элементов): элемент на основе известных закономерностей описывается с помощью различных математических уравнений.

5. Определение параметров уравнений: источником информации является постановка задачи, литература, результаты специальных исследований.

6. Интегрирование уравнений статики всего объекта: использование уравнений отдельных элементов связей, начальные и граничные условия, всевозможные ограничения на переменные.

Интегрирование уравнений можно представить в виде комбинации следующих схем соединения элементов:

а) последовательная схема;

б) параллельная схема;

в) схема с обратной связью.

7. Выбор решения: вычисление значений показателей выполняется на компьютере, поэтому из множества методов решения уравнений выбрается лучший.

8. Оценка точности: можно применить критерий:

где *k* – число выходных значений переменных *(j = 1,2…k)*;

*m* – количество выходных переменных (*i = 1,2…m)*.

Математическое описание динамики. Динамические характеристики можно описать дифференциальными уравнениями, в которых время *t* является независимой переменной.

Уравнения динамики обычно имеют в том или ином виде статические характеристики. Составление динамических уравнений аналогично последовательности получения статических зависимостей.

1. Статика: составление уравнений отдельных звеньев.

2. Динамика: написание уравнений отдельных звеньев.

3. Динамика: определение параметров уравнений.

4. Динамика: составление уравнений всего объекта.

Уравнение динамики включает: дифференциальные уравнения локальных звеньев, уравнения связи звеньев, граничные условия, начальные условия, а также ограничения на возможные диапазоны входных переменных и выходных.

5. Определение методов решения: динамические уравнения в основном нелинейные, поэтому необходима вычислительная техника.

6. Оценка точности: описание точности динамики объекта выполняется по критерию:

где *tj* — длительность *j*-го переходного процесса;

 *k* — число возможных возмущений системы;

 — количество переменных на выходе.

**5.5.4.2. Экспериментальное определение характеристик объектов.**

Основные этапы экспериментального исследования следующие:

1) планирование эксперимента;

2) выполнение эксперимента;

3) анализ и обработка результатов эксперимента.

Форма выполнения эксперимента бывает активной и пассивной.

При активном эксперименте выполняется регулярно целенаправленно воздействие на объект.

При пассивном эксперименте исследователь выступает в роли наблюдателя, и не влияет на объект. Преимуществом пассивного эксперимента является то, что исследователь не вмешивается в работу объекта, а проведение эксперимента не требует значительных затрат, что позволяет получать много экспериментальных данных. Пассивное наблюдение ограничено диапазоном изменения входных переменных, что является недостатком и затрудняет построение качественной модели.

Определение статических характеристик. Рассмотрим лишь активный эксперимент, так как пассивный эксперимент характеризуется в большинстве случаев к обработке полученных результатов.

Активный эксперимент характеризуется изменением входных параметров и регистрацией выходных значений.

1. Планирование эксперимента.

Необходимо подготовить таблицу и решить следующие задачи:

а) определить экспериментальные точки необходимые для построения модели;

б) предложить алгоритм изменения значений входных переменных;

в) период времени фиксации выходных переменных.

На практике используют следующую оценку: для определения значения одного параметра модели получают 5—10 экспериментальных точек.

После определения количества экспериментальных точек выполняется планирование эксперимента: основная задача планирования заключается в том, чтобы извлечь как можно больше информации из ограниченного числа экспериментальных точек.

2. В процессе эксперимента входным переменным задаются значения из таблицы.

3. Анализ результатов эксперимента. Полученные результаты используются для разработки математической модели, начиная с построения графиков, что позволяет определить линейность зависимостей и вид для возможных нелинейных зависимостей. Далее проводится выбор возможной структуры модели.

Процесс выбора осуществляется в классе элементарных функций, а уравнение не должно стремиться к точкам эксперимента: для оценки параметра модели можно использовать метод наименьших квадратов.

Определение динамических характеристик. Известен ряд способов оценки характеристик. Универсальным способом являются дифференциальные уравнения, но это выполнить не так просто. Пусть *h(t)* переходная функция. Рассмотрим задачу ее определения и некоторых констант таких как:

- *k* - коэффициент усиления;

- *τ* - времени запаздывания;

- *Т* - постоянная времени.

Рассмотрим основные моменты выполнения активного эксперимента.

1. Планирование проведения эксперимента. В основном характеристики анализируются по каждой паре (каналу) вход-выход (хi→уj, *i=1,…,n; j=1,…,m)*.

Далее определяются:

• вид возмущающих воздействий;

• число опытов;

• значение амплитуды исследуемого сигнала.

Испытательные воздействия можно разделить на апериодические (ступенчатая функция, прямоугольный импульс) и периодические (синусоида, прямоугольная волна и другие функции).

Для снятия переходной функции *h(t,)* чаще используют апериодические воздействия (*А* и *–A)* и желательно проведение еще двух опытов при амплитуде *1,5А*. Если имеются помехи, то число опытов увеличивается.

Для оценки времени наблюдения выявляется *Ту* (время установления). интервал *Ту*, разбивается на несколько *(n)* подинтервалов (значение *n* зависи от помех, но в основном *n=20*).

Запись результатов оформляется в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер точки | t | y |
| 01:n | 0 |  |

2. Выполнение эксперимента. Возмущение записывается в нулевой (*t=0)* момент времени, а регистрация значений *y(t)* заканчивается через промежуток времени, равный *Ту*.

На данном этапе проверяется стационарность, а также линейность объекта исследования. По всем кривым *h(t)* вычисляют значения *к=h(Ty)/A* коэффициентов усиления и проводят их сравнения. Для оценки линейности сравнивают со значениями *А* и *-А* и проверяют на принцип наличия суперпозиции при *А* и *1,5А*. Для проверки гипотезы о наличии стационарности требуется серии экспериментов с большим промежутком времени чем *Ту*. Стационарный объект должен иметь равные значения коэффициентов для всей рассматриваемой серии экспериментов.

3. Оценка переходных функций. Задача заключается в оценке «чистого» запаздывания и определении по переходным функциям *h(t)* дифференциальных уравнений.

Производится первоначально нормализация и усреднение экспериментальных кривых *hi(t)* для различных сигналов *Ai, i=1,2,…,z:*

Пример сглаживания скользящим средним. Пусть мы имеем *k* значений исследуемого показателя *P1,P2,…,Pk*. Возьмем соседние три точки *Pi=1*, *Pi+1,Pi+2, где i=1,…,k-2* и определяем сглаженное значение:

Аналогично можно выполнить сглаживание по 5, 7 и более нечетным точкам.

После этого выделяется отрезок времени (чистое запаздывание *τ*), а во всех его точках неравенство выполняется, где *d* – является погрешность выполненных измерений переменной *y(t).*

Из соотношения определяем коэффициент усиления *k.*

Если экспериментальные переходные функции искажены помехами, то чаще сглаживание выполняется с помощью скользящего среднего. Рассмотрим ряд *y(t), t=1,…,n.* Для каждых *r* последовательных значений ряда *rs(t), t=1-p,…,n-p* можно определить по формуле

Пусть рассматриваемый объект линейный и стационарный, то возможно переходную функцию аппроксимировать решением линейного дифференциального уравнения в обыкновенных производных с постоянными коэффициентами при нулевых начальных условиях. На практике эти уравнения чаще не выше второго или третьего порядка. Существуют различные способы определения дифференциальных уравнений по переходным функциям. При этом в технических системах требуется достаточно высокая точность используемых динамических моделей, а в системах экономических можно применять модели упрощенные.

Если рассматривать пассивный эксперимент, то в нем возмущающие воздействия на вход поступают в виде некоторого случайного потока сигналов. Анализ результатов выполняется с использованием методов корреляционного анализа. Простота проведения эксперимента требует очень сложной обработки результатов.

Глава 5

**Вопросы для самопроверки и повторения:**

1. Какие виды подобия имеются?
2. Что понимаете под интуитивным, семантическим и знаковым моделированием. Чем они отличаются?
3. Процесс построения математической модели: основные условия системного исследования.
4. Охарактеризуйте 1-5 этапы процесса построения модели.
5. Охарактеризуйте 6-7 этапы процесса построения модели.
6. Охарактеризуйте 8-9 этапы процесса построения модели.
7. Охарактеризуйте 10-12 этапы процесса построения модели.
8. Что понимается под адекватностью модели системы?
9. Что понимается под простотой и сложностью модели системы?
10. Что понимается под конечномерной моделью системы?
11. Что характеризует приближенность модели системы?
12. Что означает истинность модели и что требуется выяснить при анализе уровня истинности модели системы?
13. В чем заключается задача принятия решений.
14. Раскройте основные подходы к формированию целевой функции.
15. Охарактеризуйте формальные и эвристические методы моделирования систем.
16. Приведите общую постановку задачи построения математической модели.
17. Какие проблемы возникают в задаче построения математической модели.
18. Структура модели. Дайте характеристику методов и алгоритмов выбора структуры модели.
19. Охарактеризуйте основные критерии оценки качества модели.
20. Охарактеризуйте основные критерии оценивания параметров модели.
21. Дайте характеристику аналитического подхода к построению моделей.
22. Основные этапы экспериментального исследования.
23. Основные этапы проведения активного эксперимента при определении динамических характеристик объекта.

**Литература**

1. Акопов А. С. Имитационное моделирование. Учебник и практикум / А.С. Акопов. - М.: Юрайт, 2015. - 390 c.
2. Афонин В.В. Моделирование систем: учебно-практическое пособие / В.В. Афонин, С.А. Федосин. - М.: Интуит, 2016. - 231 c.
3. Бабешко Л. О. Математическое моделирование финансовой деятельности. Учебное пособие / Л.О. Бабешко. - М.: КноРус, 2016. - 224 c.
4. Белов П. Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование. Учебник и практикум. В 3 частях. Часть 2 / П.Г. Белов. - М.: Юрайт, 2016. - 252 c.
5. Бродецкий Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Процедуры оптимизации / Г.Л. Бродецкий, Д.А. Гусев. - М.: Academia, 2012. - 288 c.
6. Введение в математическое моделирование. Учебное пособие. - М.: Логос, 2015. - 440 c.
7. Власов М.П. Моделирование экономических систем и процессов: Учебное пособие / М.П. Власов, П.Д. Шимко. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 336 c.
8. Голубева Н.В. Математическое моделирование систем и процессов: Учебное пособие / Н.В. Голубева. - СПб.: Лань, 2013. - 192 c.
9. Душкин А.В. Моделирование систем управления и информационно-технического обеспечения: Учебное пособие для вузов / А.В. Душкин, В.И. Новосельцев, В.И. Сумин. - М.: РиС, 2015. - 192 c.
10. Информатика и прикладная математика. Учебное пособие. - М.: АСВ, 2016. - 588 c.
11. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем: Учебное пособие / В.М. Казиев. - М.: Бином, 2014. - 244 c.
12. Кундышева Е.С. Математические методы и модели в экономике: Учебник для бакалавров / Е.С. Кундышева; под науч.ред.проф. Б.Ф. Суслакова. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2017. – 286 с.
13. Моделирование систем / И.А. Елизаров и др. - М.: ТНТ, 2013. - 136 c.
14. Моделирование экономических процессов. 2-е изд., перераб. и доп. Учебник. / Под ред. М.В. Грачевой, Ю.Н. Черемных. - М.: ЮНИТИ, 2015. - 543 c.
15. Орлов А.И. [Эконометрика](https://elibrary.ru/item.asp?id=27974593): учебное пособие / А.И. Орлов.- М.: ИНТУИТ, 2016 – 677 с.
16. Орлов А.И., Луценко Е.В., Лойко В.И. Организационно-экономическое, математическое и программное обеспечение контроллинга, инноваций и менеджмента: монография / под общ. ред. С. Г. Фалько. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – 600 с.
17. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений: Учебник / А.И. Орлов. - М.: КноРус, 2013. - 576 c.
18. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 140 c.
19. Павловский Ю. Н. Компьютерное моделирование. Учебное пособие / Ю.Н. Павловский, Н.В. Белотелов, Ю.И. Бродский. - М.: Физматкнига, 2014. - 304 c.
20. Программирование, численные методы и математическое моделирование / И.Г. Семакин и др. - М.: КноРус, 2016. - 304 c.
21. Рейзлин В. И. Математическое моделирование. Учебное пособие / В.И. Рейзлин. - М.: Юрайт, 2016. - 128 c.
22. Трифонов Ю.В., Лапаев Д.Н., Рузанов А.И.Экономико-математические методы принятия оптимальных решений: Учебное пособие. Н.Новгород: ННГУ, 2012. – 255 с.
23. [Федосеев В.В.](http://www.iqlib.ru/search/author.visp?name=Федосеев%20В.В.), [Гармаш А.Н.](http://www.iqlib.ru/search/author.visp?name=Гармаш%20А.Н.), [Орлова И.В.](http://www.iqlib.ru/search/author.visp?name=Орлова%20И.В.), [Половников В.А.](http://www.iqlib.ru/search/author.visp?name=Половников%20В.А.) Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие для вузов - Москва: [ЮНИТИ-ДАНА](http://www.iqlib.ru/publishers/publisher/0842891FF2404F979D25EEDD472E36F6) , 2012.- 304 с.
24. Юдин С. В. Математика и экономико-математические модели. Учебник / С.В. Юдин. - М.: Инфра-М, РИОР, 2016. - 376 c.
25. Юмагулов М. Г. Введение в теорию динамических систем. Учебное пособие / М.Г. Юмагулов. - М.: Лань, 2015. - 272 c.

Михаил Николаевич **Павленков**

Лариса Сергеевна **Маева**

**ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ**

***Учебное пособие***

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23