Министерство образования и науки Российской Федерации

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Национальный исследовательский университет

М.И. Бакунов
С.Б. Бирагов
А.Л. Новоковская

Как готовиться к олимпиадам по физике

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано Учёным советом радиофизического факультета ННГУ
для учащихся и учителей средних общеобразовательных школ
в рамках Основных мероприятий Совета ректоров вузов Нижегородской области
по реализации Национальной образовательной инициативы «Наша новая школа»

Нижний Новгород
2010

УДК 53(079)
ББК 22.3я7
Б-19

Б-19 Бакунов М.И., Бирагов С.Б., Новоковская А.Л. КАК ГОТОВИТЬСЯ К ОЛИМПИАДАМ ПО ФИЗИКЕ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 18с.

Рецензент:
декан радиофизического факультета ННГУ,
д.ф.-м.н., профессор **А.В. Якимов**

В учебно-методическом пособии приведена тематика задач районного (муниципального) этапа Всероссийской олимпиады по физике для учащихся средней общеобразовательной школы 7-11 классов. Изложены принципы подбора задач методической комиссией олимпиады и порядок ее проведения. Представлены решения задач, предложенных участникам в 2009/2010 учебном году.

Пособие предназначено для школьников, интересующихся физикой, и учителей средних общеобразовательных школ.

Ответственный за выпуск:
Е.З. Грибова, д.ф.-м.н., профессор кафедры общей физики
радиофизического факультета ННГУ

УДК 53(079)
ББК 22.3я7

Тематика заданий олимпиад по физике

При составлении задач для районного (муниципального) этапа всероссийской олимпиады школьников по физике методическая комиссия олимпиады руководствуется следующими принципами:

1. Тематика задач соответствует школьному материалу по физике и математике, пройденному учащимися к моменту проведения олимпиады. «Забегание вперед» не допускается. В старших классах предпочтение отдается недавно пройденному материалу.
2. Задачи ориентированы в большей мере на проверку и развитие понимания физики вопроса и сообразительности, в меньшей степени – на владение техникой математических расчетов.
3. Задачи, содержащие традиционно сложные для школьников моменты (кинематические связи, силы трения покоя и скольжения, электрические цепи с конденсаторами и др.), могут повторяться в различных вариациях несколько лет подряд, чтобы обеспечить необходимый образовательный эффект.

Тематика задач варьируется от года к году, сохраняя следующую структуру.

11 класс:

- механика (динамика, законы сохранения, моменты сил) – одна-две задачи,
- колебания (механические или электрические),
- электричество (электростатика, электромагнитная индукция, цепи с конденсаторами),
- иногда задача на термодинамику.

10 класс:

- кинематика,
- динамика или законы сохранения,
- цепи постоянного тока (с сопротивлениями и измерительными приборами),
- гидростатика.

9 класс:

- кинематика прямолинейного движения – две задачи,
- цепи постоянного тока (с сопротивлениями и измерительными приборами),
- гидростатика.

По 7 и 8 классам нет сложившейся традиции. В прошлом 2009/2010 учебном году на олимпиадах предлагались задачи по следующей тематике.

8 класс:
- кинематика равномерного прямолинейного движения,
- статика (моменты сил),
- гидростатика,
- уравнение теплового баланса.

7 класс:
- кинематика равномерного прямолинейного движения,
- статика (упругие силы),
- гидростатика.

Такая тематика будет выдержана и в 2010/2011 учебном году.

Порядок проведения олимпиад

Районный (муниципальный) этап олимпиады по физике проводится для учащихся 7-11 классов. На выполнение заданий отводится:

- для учащихся 7 и 8 классов – 3 часа,
- для учащихся 9, 10 и 11 классов – 3,5 часа,

При выполнении заданий участники должны сидеть по одному за столом (партой). Участникам запрещается пользоваться справочной литературой и средствами связи.

Перед началом тура участник заполняет обложку тетради, указывая на ней свои данные. Запрещается делать какие-либо записи, указывающие на авторство работы, во внутренней части тетради (на белых листах).

Участники выполняют работы ручками с синими или фиолетовыми чернилами. Запрещается использование для записи решений ручек с красными или зелеными чернилами.

Работы проверяются в зашифрованном виде. Шифрование и дешифрование работ осуществляется представителем оргкомитета.

Жюри рассматривает записи решений, приведенные в чистовике. **Черновик не рассматривается**.

Победители и призеры определяются по количеству набранных баллов за выполнение заданий. Итоговый результат каждого участника подсчитывается как сумма баллов за выполнение каждой задачи.

Подробные сведения о порядке проведения олимпиад публикуются ежегодно в соответствующих документах.

Задания 2009/2010 учебного года с решениями

7 класс

Задача 1. (10 баллов) Из одного пункта в разное время выезжают три автомобиля: первый – со скоростью 60 км/ч, второй – через 1 ч после первого со скоростью 80 км/ч и третий – с некоторым запаздыванием относительно второго со скоростью 100 км/ч. На сколько позднее второго выехал третий автомобиль, если он догнал второй автомобиль в тот момент, когда второй догнал первый?

Задача 2. (10 баллов) Масса заполненной до краев бочки с водой равна 250 кг. После того, как в бочку уронили 20-килограммовый камень, масса бочки со всем содержимым стала равной 265 кг. Найти плотность камня. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Задача 3. (10 баллов) Удлинение пружины в двух случаях отличается в 3 раза. В первом случае к пружине подвешен груз, который тянут вниз за нить с некоторой силой F. Во втором случае прикрепленный к пружине груз находится над ней, и его тянут вверх с той же силой F (см. рис. 1). Считая, что удлинение пружины пропорционально приложенной к ней силе (закон Гука), найти, во сколько раз сила F превышает силу тяжести, действующую на груз.

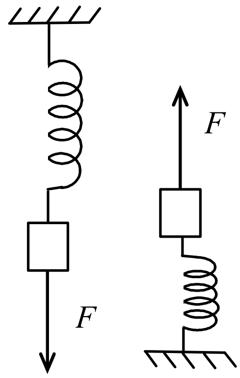

Рис. 1

Ответы и решения

Задача 1. Ответ: Третий автомобиль выехал позднее второго на 0,6 часа.

Решение: Записывая равенство пройденных автомобилями путей, получаем два уравнения

$$60\cdot t = 80\cdot(t - 1), \qquad 100\cdot(t - 1 - \Delta t) = 60\cdot t,$$

где t – время в пути первого автомобиля, а Δt – запаздывание третьего автомобиля относительно второго.

Выразив t из первого уравнения и подставив его во второе, находим $\Delta t = 0{,}6$ ч.

Задача 2. Ответ: Плотность камня равна 4000 кг/м^3.

Решение: Из условия задачи можно сделать вывод, что 5 кг (0,005 м^3) воды перелилось через край. Следовательно, объем камня составляет 0,005 м^3. Зная массу камня и его объем, находим плотность камня

$$\rho = \frac{20кг}{0{,}005м^3} = 4000\frac{кг}{м^3}.$$

Задача 3. Ответ: Сила F в 2 раза превышает силу тяжести.

Решение: Обозначив жесткость пружины через k, можно написать следующую формулу для удлинения пружины Δl_1 в первом случае:

$$k\Delta l_1 = F_{тяж} + F,$$

где $F_{тяж}$ – сила тяжести, действующая на груз со стороны Земли. Удлинение во втором случае Δl_2 находится из равенства

$$k\Delta l_2 = F - F_{тяж}.$$

Учитывая, что $\Delta l_1 = 3\Delta l_2$, приходим к соотношению

$$F_{тяж} + F = 3(F - F_{тяж}).$$

Отсюда находим, что $F = 2F_{тяж}$.

8 класс

Задача 1. (10 баллов) Первый автомобиль прошел половину расстояния между пунктами А и В со скоростью 80 км/ч, а другую половину – со скоростью 120 км/ч. Второй автомобиль, двигаясь между пунктами А и В с постоянной скоростью 100 км/ч, затратил на движение на 6 минут меньше первого. Найти расстояние между А и В.

Задача 2. (10 баллов) Масса заполненного до краев стакана с водой равна 300 г. После того, как в стакан бросили 18-граммовый кусочек металла, масса стакана со всем содержимым стала равной 314 г. Найти плотность металла, если плотность воды 1000 кг/м^3.

Задача 3. (10 баллов) Тонкий стержень АВ массы m уравновешен в точке С: АС = СВ (см. рис. 2). Участок стержня АС согнули посередине под прямым углом. Какой груз нужно подвесить к точке А, чтобы сохранить равновесие?

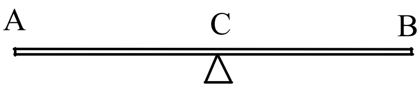

Рис. 2

Задача 4. (10 баллов) Три тела одинаковой массы и одинаковой удельной теплоемкости нагреты до разных температур. Если первое тело привести в тепловой контакт со вторым телом, то устанавливается температура T_1. Если первое тело привести в контакт не со вторым, а с третьим телом, то установится температура T_2. Если же в контакт привести второе и третье тела с их первоначальными температурами, то устанавливается температура T_3. Какой будет установившаяся температура, если в тепловой контакт привести все три тела с их первоначальными температурами?

Ответы и решения

Задача 1. Ответ: Расстояние между пунктами A и B равно 240 км.

Решение: Обозначив через L расстояние между пунктами A и B, запишем связь между временами, затраченными первым и вторым автомобилями на прохождение всего пути L

$$\frac{L}{2\cdot 80}+\frac{L}{2\cdot 120}-\frac{L}{100}=0{,}1.$$

В данном уравнении скорости подставлены в км/ч, а разность времен 6 мин записана как 0,1 ч. В итоге находим $L = 240$ км.

Задача 2. Ответ: Плотность металла равна 4500 кг/м^3 (титан).

Решение: Данная задача похожа на вторую задачу для седьмого класса. Из условия задачи можно понять, что 4 г (4 см^3) воды перелилось через край. Таков и объем вытеснившего воду куска металла. Поэтому плотность металла равна

$$\rho_{\text{м}}=\frac{18\cdot 10^{-3}\,\text{кг}}{4\cdot 10^{-6}\,\text{м}^3}=4{,}5\cdot 10^3\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Задача 3. Ответ: К точке A нужно подвесить груз массы $m/8$.

Решение: Запишем равенство моментов сил относительно оси, проходящей через точку C перпендикулярно плоскости чертежа в виде

$$m_{\text{г}}\cdot\frac{\text{AC}}{2}+\frac{m}{4}\cdot\frac{\text{AC}}{2}+\frac{m}{4}\cdot\frac{\text{AC}}{4}=\frac{m}{2}\cdot\frac{\text{AC}}{2},$$

где $m_{\text{г}}$ – искомая масса груза. Здесь учтено, что силы тяжести, действующие на участки стержня, приложены в центрах участков. Поскольку AC = BC, то из записанного соотношения находим $m_{\text{г}} = m/8$.

Задача 4. Ответ: При тепловом контакте всех трех тел установится температура $\frac{1}{3}\left(T_1+T_2+T_3\right)$.

Решение: Обозначим начальные температуры первого, второго и третьего тел как T_{10}, T_{20} и T_{30}. Тогда уравнения теплового баланса для трех указанных в условии опытов можно записать в виде

$$cm(T_{10}-T_1)+cm(T_{20}-T_1)=0,$$
$$cm(T_{10}-T_2)+cm(T_{30}-T_2)=0,$$
$$cm(T_{20}-T_3)+cm(T_{30}-T_3)=0.$$

Здесь c и m – удельная теплоемкость и масса любого из тел. Заметим, что уравнения теплового баланса записаны в общем виде, не требующем предварительной информации о том, какое из приведенных в контакт тел отдает тепло, а какое получает. Складывая три уравнения, приходим к соотношению

$$T_{10}+T_{20}+T_{30}=T_1+T_2+T_3.$$

Уравнение теплового баланса для случая, когда в тепловой контакт приводят все три тела, можно записать в виде

$$cm(T_{10} - \Theta) + cm(T_{20} - \Theta) + cm(T_{30} - \Theta) = 0,$$

где Θ – искомая установившаяся температура. Из этого уравнения находим, что

$$\Theta = \frac{T_{10} + T_{20} + T_{30}}{3} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}.$$

9 класс

Задача 1. (8 баллов) В заполненном до краев сосуде с ртутью плавает кусок льда массы 1,36 кг. Найти объем жидкости, которая перельется через края, когда лед растает? Плотность воды равна 1000 кг/м^3, плотность ртути 13600 кг/м^3.

Задача 2. (10 баллов) Мяч, брошенный вертикально вверх с земли, проходит последние 5 метров участка подъема за треть всего времени полета. Найти максимальную высоту подъема мяча над землей.

Задача 3. (12 баллов) Грузовой автомобиль перемещался между двумя пунктами, сначала разгоняясь с постоянным ускорением из состояния покоя, затем двигаясь равномерно на отрезке времени t_0 и далее замедляясь до остановки с тем же по величине ускорением, что и на участке разгона. Перемещавшийся между теми же пунктами легковой автомобиль не имел участка равномерного движения, а его разгон и торможение происходили с такими же, как у грузового автомобиля, ускорениями и длились вдвое дольше, чем у грузового автомобиля. Считая, что начальная и конечная скорости легкового автомобиля были равны нулю, найти время его движения.

Задача 4. (10 баллов) В схеме, приведенной на рисунке 3, известны сопротивление R_0 и напряжения U_0, $U_0/2$ и $U_0/4$ на участках AB, BC и CD (см. рис. 3). Найти токи через резистор R_1 на участке BC и через резистор R_2.

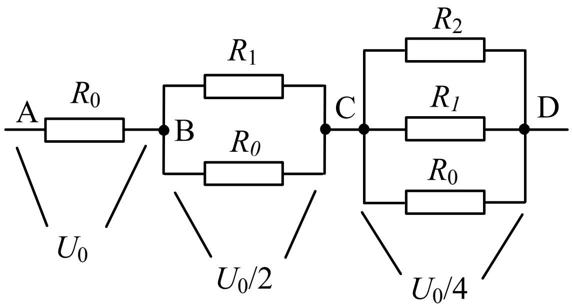

Рис. 3

Ответы и решения

Задача 1. Ответ: Через края перельется жидкость объемом 1,26 л.

Решение: В сосуде, очевидно, останется лишь та часть получившейся в результате таяния льда воды, объем которой

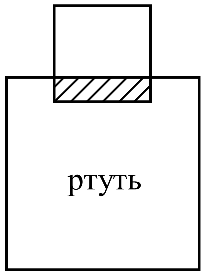

Рис. 4

равен объему погруженной в ртуть части льда (заштрихованный объем на рис. 4). Погруженный объем $V_{\text{погр}}$ можно найти из условия плавания льда

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{рт}} V_{\text{погр}},$$

где $m_{\text{л}}$ – масса льда, а $\rho_{\text{рт}}$ – плотность ртути. Объем же получившейся изо льда воды, очевидно, равен $m_{\text{л}}/\rho_{\text{л}}$. В итоге для перелившегося через края объема воды ΔV получаем выражение

$$\Delta V = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{рт}}} = \frac{m_{\text{л}}(\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{в}}\rho_{\text{рт}}},$$

где $\rho_{\text{в}}$ – плотность воды. Подставляя численные данные, находим $\Delta V = 1{,}26$ л.

<u>Задача 2.</u> Ответ: Максимальная высота подъема мяча над землей равна 11,25 м.

Решение: Для решения удобно использовать то обстоятельство, что при падении мяча из высшей точки вниз он пролетит первые 5 метров за то же время, что и последние 5 метров при подъеме. Учитывая также, что время подъема равно времени падения и обозначая это время через t, запишем условие задачи в виде

$$\frac{g\left(\frac{2t}{3}\right)^2}{2} = 5.$$

Выражая отсюда t, находим максимальную высоту подъема h по формуле

$$h = \frac{gt^2}{2} = 11{,}25 \text{ м}.$$

<u>Задача 3.</u> Ответ: Время движения легкового автомобиля равно $4t_0/3$.

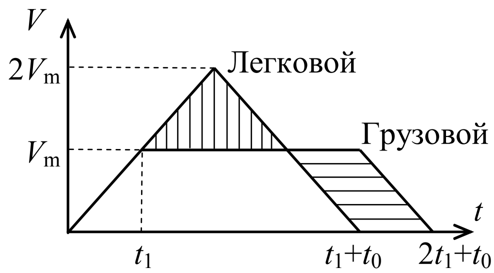

Рис. 5

Решение: При решении кинематических задач, в которых движение тел состоит из участков с постоянным ускорением, часто оказывается удобным использовать графики зависимости скоростей тел от времени. В рассматриваемой задаче построим графики для скоростей грузового и легкового автомобилей (см. рис. 5). На рисунке V_m – максимальная скорость грузовика, t_1 – время его разгона, $2V_m$ – максимальная скорость легкового автомобиля (для определенности считается, что оба автомобиля начали движение в момент $t = 0$). Площади под графиками должны быть одинаковыми в силу одинаковости пройденных путей. Следовательно, площадь треугольника с основанием $4t_1$ и высотой $2V_m$ (путь легкового автомобиля) равна площади трапеции с основаниями t_0 и $2t_1 + t_0$ и высотой V_m (путь грузовика), т.е.

$$\frac{1}{2} \cdot 4t_1 \cdot 2V_{\text{m}} = \frac{1}{2} \cdot (2t_1 + t_0 + t_0) \cdot V_{\text{m}}.$$

Отсюда время движения легкового автомобиля $4t_1$ равно $4t_0/3$.

Примечание: Время движения легкового автомобиля можно также найти, приравняв заштрихованные вертикально (опережение легковым автомобилем грузовика) и горизонтально (расстояние, которое грузовик в итоге наверстывает) площади.

Задача 4. Ответ: Ток через резистор R_1 на участке ВС равен $U_0/(2R_0)$. Такой же ток проходит и через резистор R_2.

Решение: Из указанных на схеме (рис. 3) напряжений следует, что $R_1 = R_0$ и $R_2 = R_0/2$. Отсюда нетрудно понять, как полный ток U_0/R_0 делится между резисторами на каждом участке цепи.

10 класс

Задача 1. (8 баллов) Мяч, брошенный вертикально вверх с земли, проходит последние 5 метров участка подъема за треть всего времени полета. Найти максимальную высоту подъема мяча над землей.

Задача 2. (10 баллов) С какой скоростью будут всплывать в вязкой жидкости два шара одинакового радиуса, связанные длинной нитью, если более легкий шар всплывает в ней со скоростью V_0, а более тяжелый имеет нулевую плавучесть (может находиться в этой жидкости в безразличном равновесии)? Считать, что сила сопротивления пропорциональна скорости шара.

Задача 3. (10 баллов) В цепи, представленной на рисунке 6, сопротивления R одинаковы и равны 1 кОм, сопротивления амперметров пренебрежимо малы, напряжение U на зажимах 140 В. Найти показания амперметров.

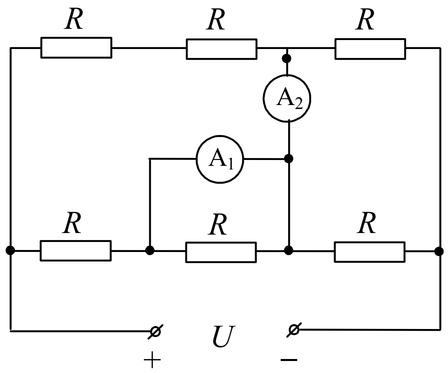

Рис. 6

Задача 4. (12 баллов) Доска длины L с шероховатой верхней плоскостью покоится на гладком горизонтальном столе. С концов доски во встречных направлениях одновременно толкают два одинаковых кубика с отличающимися в три раза начальными скоростями (см. рис. 7). Абсолютно неупругое соударение кубиков происходит в момент остановки одного из них. В каком месте доски прекратится скольжение по ней кубиков, если масса доски вдвое больше массы кубика?

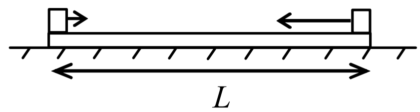

Рис. 7

Ответы и решения

Задача 1. См. решение второй задачи для 9 класса.

Задача 2. Ответ: Шары будут всплывать со скоростью $V_0/2$.

Решение: Обозначим силу Архимеда, действующую на любой из шаров (размеры шаров одинаковы) как F_A. Тогда для более легкого шара, всплывающего со скоростью V_0, можно написать

$$m_1g + kV_0 = F_A$$

где m_1 – масса легкого шара, а сила сопротивления, направленная вниз (против движения), записана в виде kV_0.

Для связанных нитью шаров можно записать аналогичное соотношение в виде

$$m_1g + kV + m_2g + kV = 2F_A$$

В этой формуле m_2 – масса более тяжелого шара, V – скорость их всплывания и учтено, что силы сопротивления, действующие на шары, одинаковы. Поскольку более тяжелый шар может находиться в равновесии, будучи полностью погруженным в жидкость, то

$$m_2g = F_A.$$

С учетом этого можно записать

$$m_1g + kV_0 = m_1g + 2kV,$$

откуда получаем $V = V_0/2$.

Задача 3. Ответ: Амперметры A_1 и A_2 будут показывать токи 80 мА и 20 мА соответственно.

Решение: Найдем вначале токи через резисторы. При расчете этих токов амперметры можно заменить проводниками с нулевым сопротивлением. Средний резистор нижней ветви шунтируется амперметром A_1, т.е. ток через него не идет. Поэтому электрическую схему удобно перерисовать так, как показано на рисунке 8.

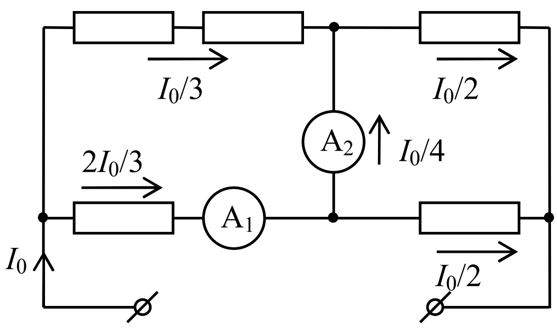

Рис. 8

Выразим токи через резисторы через ток I_0, идущий от источника. Поскольку напряжения на двух резисторах в левом верхнем участке цепи и на левом нижнем резисторе одинаковы, ток через нижний левый резистор составит $2I_0/3$, а через левые верхние резисторы будет $I_0/3$. Рассуждая аналогично для правой части цепи, находим, что ток через правый верхний и правый нижний резисторы равны $I_0/2$.

Подводимое напряжение U = 140 В можно представить как сумму напряжений, например, на двух последовательных верхних участках

$$140 = \frac{I_0}{3} \cdot 2R + \frac{I_0}{2} \cdot R,$$

откуда I_0 = 120 мА и, следовательно, определяются токи через все резисторы. Рассматривая баланс токов для узлов цепи, находим теперь токи через амперметры. Как ясно из рис. 8, амперметр A_1 покажет ток $2I_0/3$ = 80 мА, а амперметр A_2 покажет ток $2I_0/3 - I_0/2$ = 20 мА.

Задача 4. Ответ: Скольжение кубиков по доске прекратится на расстоянии $L/12$ от ее левого (на рис. 7) конца.

Решение: Поскольку массы кубиков и коэффициенты трения между ними и доской одинаковы, то одинаковыми по величине (но противоположными по направлению) будут и силы трения, действующие на кубики со стороны доски. Следовательно, ускорения кубиков будут равны по величине, и за то время, за которое один (более медленный) кубик изменит свою скорость от некоторого начального значения V_0 до нуля, другой (более быстрый) замедлится от $3V_0$ до $2V_0$. Нетрудно понять, что вплоть до столкновения кубиков доска будет неподвижна (на нее будут действовать равные по модулю и противоположные по направлению силы трения со стороны кубиков). Суммарный путь, пройденный кубиками по доске до момента столкновения, очевидно, равен длине доски L. При этом пройденный более медленным кубиком путь в пять раз меньше пути, пройденного более быстрым. Действительно, от момента начала движения до соударения средняя скорость более медленного кубика равна $V_0/2$ (полусумма начальной V_0 и конечной, равной нулю, скоростей), а быстрого $5V_0/2$ (полусумма $3V_0$ и $2V_0$). Следовательно, более медленный кубик прошел по доске путь $L/6$, а более быстрый $5L/6$.

Сразу после столкновения скорость слипшихся кубиков будет равна V_0 и направлена к ближнему концу доски, отстоящему на $L/6$ от места столкновения. После столкновения слипшиеся кубики будут замедляться с тем же ускорением, что и до удара, а доска будет разгоняться с таким же ускорением (ее масса равна массе слипшихся кубиков). Скольжение кубиков прекратится, когда выровняются скорости доски и кубиков относительно земли. В силу одинаковости ускорений конечная скорость доски с кубиками будет равна $V_0/2$. Доска, двигаясь с тем же ускорением, что и кубики до соударения, пройдет путь, который можно вычислить по формуле $V_0^2/(4\cdot 2a)$, что в 4 раза меньше пути $V_0^2/(2a)=L/6$, пройденного более медленным кубиком от момента начала движения до соударения. Таким образом, скольжение кубиков по доске прекращается, когда доска пройдет расстояние $L/24$. Слипшиеся кубики пройдут в том же направлении относительно земли путь

$$\frac{V_0^2 - \left(\frac{V_0}{2}\right)^2}{2a} = \frac{3V_0^2}{8a} = \frac{L}{8}.$$

Следовательно, кубики остановятся на расстоянии

$$\frac{L}{6}+\frac{L}{24}-\frac{L}{8}=\frac{L}{12}$$

от левого (на рис. 7) края доски.

Примечание: Расстояние d от края доски, на котором остановятся слипшиеся кубики, можно также найти из формулы

$$d=\frac{L}{6}-\frac{V_0^2}{2a_{\text{отн}}},$$

где $a_{\text{отн}}$ – ускорение слипшихся кубиков относительно доски. В приведенной формуле учтено, что начальная скорость слипшихся кубиков относительно доски равна V_0, а конечная (скольжение прекращается) равна нулю. Поскольку ускорения доски и кубиков относительно земли одинаковы и противоположны, то $a_{\text{отн}}$ в 2 раза больше ускорения доски (и слипшихся кубиков) относительно земли. В результате получаем

$$d=\frac{L}{6}-\frac{L}{12}=\frac{L}{12}.$$

11 класс

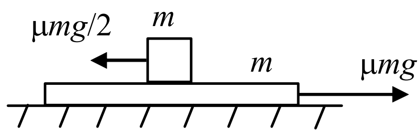

Рис. 9

Задача 1. (10 баллов) На гладком горизонтальном столе находится дощечка массы m, на которую положен брусок той же массы. Коэффициент трения бруска о дощечку равен μ. В момент $t = 0$ к бруску и дощечке прикладывают противоположно направленные силы $\mu mg/2$ и μmg (см. рис. 9). Найти работу силы $\mu mg/2$ (5 баллов) и силы μmg (5 баллов) за время t.

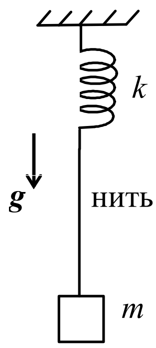

Рис. 10

Задача 2. (10 баллов) Груз массы m, подвешенный к потолку с помощью нити и пружины жесткости k (см. рис. 10), смещают вниз от положения равновесия на $2mg/k$ и освобождают. Какой путь пройдет груз при его первом движении вверх? Считать, что нить достаточно длинная, так что груз не наталкивается на пружину.

Задача 3. (10 баллов) Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд заполнен гелием и разделен на две равные части закрепленным массивным поршнем. В частях сосуда находятся один и два моля газа при одинаковой температуре. После освобождения поршень начинает скользить без трения по стенкам цилиндра. Найти отношение объемов частей сосуда в момент, когда поршень достигнет максимальной скорости. Считать, что изменение параметров газа в каждой части сосуда происходит по адиабатическому закону $pV^{5/3}$ = const.

Задача 4. (10 баллов) Проволочная рамка охватывает катушку, подключенную к батарее через реостат с полным сопротивлением R. Когда сопротивление реостата уменьшили от R до $2R/3$, по рамке прошел заряд q. Какой заряд пройдет по рамке, если сопротивление реостата уменьшить от $2R/3$ до $R/3$? Сопротивлением катушки, батареи и подводящих проводов пренебречь.

Ответы и решения

Задача 1. Ответ: Работы сил $\mu mg/2$ и μmg равны соответственно $-m(\mu gt)^2/16$ и $m(\mu gt)^2/8$.

Решение: Предположим, что проскальзывание бруска по дощечке отсутствует. Тогда брусок и дощечку можно рассматривать как одно тело массы $2m$. Запишем для этого тела 2-й закон Ньютона в проекции на направленную вправо ось x

$$2ma = \mu mg - \frac{\mu mg}{2}.$$

Отсюда находим ускорение

$$a = \frac{\mu g}{4}.$$

Теперь проверим правильность предположения о совместном движении бруска и дощечки. Для этого из уравнения 2-го закона Ньютона для бруска (или дощечки) необходимо найти силу трения $F_{\text{тр}}$ и проверить, не превосходит ли она максимально возможное значение μmg. Если значение $F_{\text{тр}}$, которая «обеспечивает» совместность движения бруска и дощечки, окажется меньше максимального значения μmg, то брусок и дощечка действительно движутся вместе, и ускорение тел найдено верно. В противном случае, сделанное предположение неверно. Из 2-го закона Ньютона, например, для бруска в проекции ось x имеем

$$ma = F_{\text{тр}} - \frac{\mu mg}{2},$$

где, как найдено выше, ускорение равно $\mu g/4$. Отсюда получаем, что $F_{\text{тр}} = 3\mu mg/4 < \mu mg$, что свидетельствует о справедливости сделанного предположения об отсутствии проскальзывания. Значит, правильно и найденное значение ускорения. Таким образом, дощечка и брусок движутся вместе вправо с ускорением $\mu g/4$. За время t каждое из тел пройдет путь, равный $\mu gt^2/8$.

Работа силы μmg, которая сонаправлена с перемещением, будет равна $\mu(mgt)^2/8$, а работа силы $\mu mg/2$, которая противоположна перемещению, окажется отрицательной и равной $-\mu(mgt)^2/16$.

Примечание: Можно рекомендовать во всех задачах по механике, где фигурирует сила трения $F_{тр}$ и где из условий задачи сразу нельзя сделать вывод о наличии или отсутствии проскальзывания, искать вначале решение в предположении, что проскальзывания нет (как, например, в только что рассмотренной задаче). После нахождения ускорения следует найти $F_{тр}$ и сравнить ее с максимально возможной $F_{тр\,max}$. Если $F_{тр} < F_{тр\,max}$, то задача решена верно (как было в рассмотренной задаче). Если же окажется, что $F_{тр} > F_{тр\,max}$, значит сделанное предположение об отсутствии проскальзывания неверно и задачу нужно решать заново, записывая 2-й закон Ньютона для каждого тела в отдельности и подставляя в него $F_{тр\,max}$ в качестве силы трения.

Задача 2. Ответ: При первом движении вверх (до максимальной высоты) груз проходит путь $(9/2)mg/k$.

Решение: Если бы груз был непосредственно скреплен с пружиной (без нити), то после освобождения он начал бы совершать гармонические колебания около положения равновесия с амплитудой $2mg/k$, равной начальному смещению от положения равновесия. При этом в нижнем положении деформация растяжения пружины была бы $3mg/k$, а в верхнем – пружина была бы сжата, и ее деформация равнялась бы mg/k. Поскольку груз прикреплен к пружине через нить и, по условию, не наталкивается на пружину, то при его движении вверх пружина от растянутого состояния в некоторый момент перейдет в недеформированное состояние и далее сжиматься не будет. С этого момента нить будет не натянута, и груз продолжит свое движение до высшей точки, находясь только под действием силы тяжести. Найти путь груза при его первом движении вверх легче всего из закона сохранения механической энергии. Поскольку в начальном положении, когда груз смещен вниз, и в верхнем положении кинетическая энергия груза равна нулю, закон сохранения механической энергии системы, написанный для этих крайних положений, сводится к сохранению потенциальной энергии. Если отсчитывать высоту от нижнего положения груза, то сохранение потенциальной энергии системы запишется в виде

$$\frac{k\left(\frac{3mg}{k}\right)^2}{2} = mgl,$$

где l – путь груза при его первом движении вверх и, значит, его высота над нижним нулевым уровнем. Таким образом, $l = 9mg/2k$.

Примечание: Ответ не изменится, если изменить нулевой уровень отсчета потенциальной энергии груза в поле тяжести. Однако для потенциальной энергии пружины формула $E_p = kx^2/2$ оказывается верной лишь в случае, когда x (смещение конца пружины) отсчитывается от недеформированного положения.

Задача 3. Ответ: Отношение большего объема к меньшему равно $2^{3/5}$.

Решение: Предположим, что в левой половине цилиндра находятся два моля, а в правой половине – один моль (см. рис. 11). Поскольку начальные температуры частей газа одинаковы, из уравнения Клапейрона-Менделеева находим, что начальное давление в левом отсеке p_{01} вдвое больше начального давления p_{02} в правом. После освобождения поршень начнет скользить в сторону отсека с меньшим давлением. Разгон будет продолжаться до тех пор, пока не выровняются давления по обе стороны от поршня. Учитывая приведенную в условии задачи адиабатическую связь p и V, можно написать

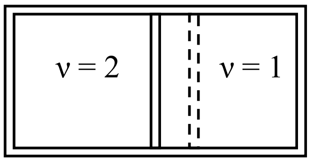

Рис. 11

$$p_{01}V_{01}^{5/3} = pV_1^{5/3}, \quad (1)$$
$$p_{02}V_{02}^{5/3} = pV_2^{5/3}. \quad (2)$$

Здесь $V_{01} = V_{02}$ – начальные объемы гелия по обе стороны от поршня, p – конечное давление (одинаковое по обе стороны в момент достижения поршнем максимальной скорости), V_1 и V_2 – объемы газа слева и справа от поршня в искомый момент. Поделив равенство (1) на равенство (2), находим

$$\frac{V_1}{V_2} = 2^{3/5},$$

т.е. отношение большего объема (где находятся два моля) к меньшему (где находится один моль) в момент достижения поршнем максимальной скорости равно $2^{3/5} \approx 1{,}52$.

Задача 4. Ответ: По рамке пройдет заряд $3q$.

Решение: Значение магнитного поля в катушке пропорционально силе тока в цепи, куда катушка включена последовательно. При перемещении движка реостата меняются сила тока в цепи, магнитное поле в катушке и магнитный поток через рамку. Из-за изменения магнитного потока через рамку в ней наводится ЭДС и возникает электрический ток.

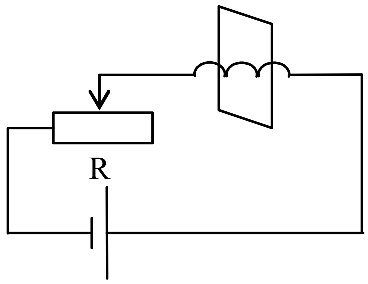

Рис. 12

Силу тока в цепи (и катушке) находим из закона Ома. При уменьшении сопротивления реостата от R до $2R/3$ ток увеличится от E/R до $3E/(2R)$, а при дальнейшем уменьшении от $2R/3$ до $R/3$ ток увеличится от $3E/(2R)$ до $3E/R$.

Пусть k – коэффициент пропорциональности между магнитным потоком через рамку и током в цепи (катушке). Тогда

$$\Phi_1 = k\frac{E}{R},\ \Phi_2 = k\frac{3E}{2R},\ \Phi_3 = k\frac{3E}{R},$$

где Φ_1, Φ_2, Φ_3 – магнитные потоки, пронизывающие рамку при сопротивлениях реостата, равных R, $2R/3$, $R/3$ соответственно.

По закону Фарадея возникающая в рамке ЭДС индукции $E_{инд}$, равна скорости изменения во времени магнитного потока, пронизывающего рамку:

$$E_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Возникающий в рамке индукционный ток равен

$$I_{\text{инд}} = \frac{E_{\text{инд}}}{R_{\text{рам}}} = -\frac{1}{R_{\text{рам}}}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $R_{\text{рам}}$ – сопротивление рамки. Учитывая, что $I_{\text{инд}}\Delta t = \Delta q$, где Δq – заряд, протекающий по рамке за малый промежуток Δt, получаем из (1) соотношение

$$\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R_{\text{рам}}}.$$

Поскольку данное соотношение справедливо для любого малого промежутка Δt, то оно верно и для конечных промежутков времени и конечных изменений потока. Следовательно, при изменении потока от Φ_1 до Φ_2, через рамку пройдет заряд

$$q = -\frac{1}{R_{\text{рам}}}(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{kE}{2R_{\text{рам}}R}.$$

Аналогично, заряд q', который протечет через рамку при изменении сопротивления реостата от $2R/3$ до $R/3$, будет равен

$$-\frac{1}{R_{\text{рам}}}(\Phi_3 - \Phi_2) = \frac{1}{R_{\text{рам}}R}k\frac{3E}{2} = 3q.$$

Примечание: На величину индукционного тока в рамке влияет не только ЭДС, возникающая из-за изменения во времени внешнего магнитного потока, но и ЭДС самоиндукции, возникающая из-за изменения собственного магнитного потока, создаваемого током в рамке. Однако на величине заряда, проходящего по рамке, явление самоиндукции не сказывается.

Михаил Иванович **Бакунов**
Сергей Борисович **Бирагов**
Алина Львовна **Новоковская**

Как готовиться к олимпиадам по физике

Учебно-методическое пособие

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. . Уч-изд. л.
Заказ № . Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского
603600, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37
Лицензия ПД № 18-0099 от 14.05.01