МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский**

**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**М. Э. Григорян.**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ»**

Рекомендовано методической комиссией Института экономики и предпринимательства ННГУ для студентов получающих среднее общее образование в пределах освоения образовательных программ

среднего профессионального образования

Нижний Новгород

2017 г.

УДК 372.851

ББК 22.1

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия».

Автор: Григорян М.Э. учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. - 91с.

Рецензент: доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования экономических процессов Кузнецов Юрий Алексеевич

Учебно-методическое пособие «Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия», для студентов, получающих среднее общее образование в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования. Оно содержит указания по выполнению самостоятельной работы студентов, с обоснованием расчета времени, затрачиваемого на ее выполнение

Ответственная за выпуск:

председатель методической комиссии Института экономики и предпринимательства, Летягина С.В.

УДК 372.851

ББК 22.1

М.Э. Григорян

**© Нижегородский государственный**

**университет им. Н.И. Лобачевского, 2017**

Содержание

[ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 4](#_Toc509835050)

[ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 7](#_Toc509835051)

[МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 13](#_Toc509835052)

[ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ 14](#_Toc509835053)

[МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ 16](#_Toc509835054)

[Глава 1. Действительные числа. 17](#_Toc509835055)

[Глава 2. Степенная функция 19](#_Toc509835056)

[Глава 3. Показательная функция 24](#_Toc509835057)

[Глава 4. Логарифмическая функция 25](#_Toc509835058)

[Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей 28](#_Toc509835059)

[Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей 30](#_Toc509835060)

[Глава 7. Комбинаторика 32](#_Toc509835061)

[Глава 8. Элементы теории вероятностей 35](#_Toc509835062)

[Глава 9 . Тригонометрические формулы. 37](#_Toc509835063)

[Глава 10. Тригонометрические уравнения 38](#_Toc509835064)

[Глава 11. Многогранники 41](#_Toc509835065)

[Глава12 . Векторы в пространстве 42](#_Toc509835066)

[Глава 15. Применение производной к исследованию функции. 46](#_Toc509835067)

[Глава 18. Статистика 47](#_Toc509835068)

[ДОМАШНИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ 50](#_Toc509835069)

[Глава 1. Действительные числа. 50](#_Toc509835070)

[Глава 2. Степенная функция 51](#_Toc509835071)

[Глава 3. Показательная функция 56](#_Toc509835072)

[Глава 4. Логарифмическая функция 57](#_Toc509835073)

[Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей 60](#_Toc509835074)

[Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей 61](#_Toc509835075)

[Глава 7. Комбинаторика 62](#_Toc509835076)

[Глава 8. Элементы теории вероятностей 64](#_Toc509835077)

[Глава 9 . Тригонометрические формулы. 65](#_Toc509835078)

[Глава 10. Тригонометрические уравнения 67](#_Toc509835079)

[Глава 11. Многогранники 70](#_Toc509835080)

[Глава12 . Векторы в пространстве 71](#_Toc509835081)

[Глава13. Тела и поверхности вращения 72](#_Toc509835082)

[Глава 14. Производная и ее геометрический смысл. 73](#_Toc509835083)

[Глава 15. Применение производной к исследованию функции. 75](#_Toc509835084)

[Глава 16. Интеграл. 76](#_Toc509835085)

[Глава 17. Объемы тел 80](#_Toc509835086)

[Глава 18. Статистика 81](#_Toc509835087)

[КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 82](#_Toc509835088)

[РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА 83](#_Toc509835089)

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данные методические рекомендации направлены на реализацию самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» для студентов по специальностям СПО.

Самостоятельная работа студента является одним из основных методов приобретения и углубления знаний, познания общественной практики.

Самостоятельная работа складывается из изучения учебной и специальной литературы, как основной, так и дополнительной, нормативного материала, конспектирования источников, подготовки устных и письменных сообщений, докладов, рефератов, выполнения практических ситуационных заданий.

Методические рекомендации по  выполнению самостоятельной внеаудиторной работы разработаны в соответствии с программой «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия».

Математика является фундаментальной общеобразовательной дисциплиной со сложившимся устойчивым содержанием и общими требованиями к подготовке обучающихся.

В профессиональных образовательных организациях, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения ОПОП СПО на базе основного общего образования, изучение математики имеет свои особенности в зависимости от профиля профессионального образования.

При освоении профессий СПО и специальностей СПО технического профиля профессионального образования математика изучается более углубленно, как профильная учебная дисциплина, учитывающая специфику осваиваемых профессий или специальностей.

Это выражается в содержании обучения, количестве часов, выделяемых на изучение отдельных тем программы, глубине их освоения студентами, объеме и характере практических занятий, видах внеаудиторной самостоятельной работы студентов.

Общие цели изучения математики традиционно реализуются в четырех направлениях:

1. общее представление об идеях и методах математики;
2. интеллектуальное развитие;
3. овладение необходимыми конкретными знаниями и умениями;
4. воспитательное воздействие.

Профилизация целей математического образования отражается на выборе приоритетов в организации учебной деятельности обучающихся. Для технического, социально-экономического профилей профессионального образования выбор целей смещается в прагматическом направлении, предусматривающем усиление и расширение прикладного характера изучения математики, преимущественной ориентации на алгоритмический стиль познавательной деятельности. Для гуманитарного и естественнонаучного профилей профессионального образования более характерным является усиление общекультурной составляющей учебной дисциплины с ориентацией на визуально-образный и логический стили учебной работы.

Изучение математики как профильной общеобразовательной учебной дисциплины, учитывающей специфику осваиваемых студентами профессий СПО или специальности СПО, обеспечивается:

* выбором различных подходов к введению основных понятий;
* формированием системы учебных заданий, обеспечивающих эффективное осуществление выбранных целевых установок;
* обогащением спектра стилей учебной деятельности за счет согласования с ведущими деятельностными характеристиками выбранной профессии / специальности.

Профильная составляющая отражается в требованиях к подготовке обучающихся в части:

* общей системы знаний: содержательные примеры использования математических идей и методов в профессиональной деятельности;
* умений: различие в уровне требований к сложности применяемых алгоритмов;
* практического использования приобретенных знаний и умений: индивидуального учебного опыта в построении математических моделей, выполнении исследовательских проектов.

Таким образом, реализация содержания учебной дисциплины ориентирует на приоритетную роль процессуальных характеристик учебной работы, зависящих от профиля профессионального образования, получения опыта использования математики в содержательных и профессионально значимых ситуациях по сравнению с формально-уровневыми результативными характеристиками обучения.

Содержание учебной дисциплины разработано в соответствии с основными содержательными линиями обучения математике:

**алгебраическая линия,** включающая систематизацию сведений о числах; изучение новых и обобщение ранее изученных операций (возведение в степень, извлечение корня, логарифмирование, синус, косинус, тангенс, котангенс и обратные к ним); изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и прикладных задач;

**теоретико-функциональная линия**, включающая систематизацию и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;

**линия уравнений и неравенств**, основанная на построении и исследовании математических моделей, пересекающаяся с алгебраической и теоретико-функциональной линиями и включающая развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований для решения уравнений, неравенств и систем; формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных и специальных дисциплин;

**геометрическая линия**, включающая наглядные представления о пространственных фигурах и изучение их свойств, формирование и развитие пространственного воображения, развитие способов геометрических измерений, координатного и векторного методов для решения математических и прикладных задач;

**стохастическая линия,** основанная на развитии комбинаторных умений, представлений о вероятностно-статистических закономерностях окружающего мира.

Разделы (темы), включенные в содержание учебной дисциплины, являются общими для всех профилей профессионального образования и при всех объемах учебного времени независимо от того, является ли учебная дисциплина «Математика» базовой или профильной.

В примерных тематических планах программы учебный материал представлен в форме чередующегося развертывания основных содержательных линий (алгебраической, теоретико-функциональной, уравнений и неравенств, геометрической, стохастической), что позволяет гибко использовать их расположение и взаимосвязь, составлять рабочий календарный план, по-разному чередуя учебные темы (главы учебника), учитывая профиль профессионального образования, специфику осваиваемой профессии СПО или специальности СПО, глубину изучения материала, уровень подготовки студентов по предмету.

Предлагаемые в примерных тематических планах разные объемы учебного времени на изучение одной и той же темы рекомендуется использовать для выполнения различных учебных заданий. Тем самым различия в требованиях к результатам обучения проявятся в уровне навыков по решению задач и опыте самостоятельной работы.

Изучение общеобразовательной учебной дисциплины «Математика» завершается подведением итогов в форме экзамена в рамках промежуточной аттестации студентов в процессе освоения основной ОПОП СПО с получением среднего общего образования (ППКРС, ППССЗ).

Методические   рекомендации  имеют следующую структуру.

В первом разделе  представлена тематика самостоятельных работ,  прописаны задания для самостоятельной работы и формы их представления, время, отведенное на их выполнение.

Во втором разделе содержатся рекомендации по выполнению заданий, в частности, дан алгоритм выполнения задания, сформулированы критерии самооценки выполненной работы, виды контроля качества выполненной работы, рекомендуемые источники информации.

Предлагаемые рекомендации разработаны в помощь студенту, выполняющему внеаудиторную самостоятельную работу, которые помогут быть успешным в этой деятельности.

# ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Название** | **Самостоятельная работа обучающихся** |
| Глава 1. | Действительные числа | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Действительные числа».  2. Решение упражнений:  а) перевод обыкновенной дроби в десятичную дробь и наоборот;  б) упрощение выражений с рациональными и иррациональными числами;  в) решение упражнений содержащих арифметический корень натуральной степени;  г) решение упражнений содержащих степень с рациональным показателем.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1.Модуль действительного числа.  2. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия  3. Перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Геометрические формы в искусстве.  2. Симметрия в природе.  2.Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия числа. |
| Глава 2 | Степенная  функция | **Самостоятельная работа:**  1.Выполнение домашних заданий по главе «Степенная функция».  2. Решение упражнений:  а) использование свойств функции длясравнения чисел;  б) построение графиков степенной функции;  в) нахождение обратной функции, построение графиков взаимно обратных функций;  г) решение простейших иррациональных уравнений и неравенств.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Обобщенный метод интервалов.  2. Дробно- линейная функция и ее график.  3. Взаимно обратные функции. Свойства взаимно обратных функций.  4. Равносильные уравнения и неравенства  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Вероятностно-статистический подход к компьютерной обработке данных.  2. Моделирование экологических процессов.  3. Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия функция. |
| Глава 3 | Показательная функция | 1.Выполнение домашних заданий по главе: «Показательная функция**»**.  2. Решение упражнений:  а) использование свойств функции длясравнения чисел;  б) построение графиков показательной функции;  в) решение показательных уравнений и неравенств.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1.Графическое решение уравнений, содержащих показательную функцию.  2.Графическое решение неравенств, содержащих показательную функцию.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1.Применение производной в физике, химии, экономике.  2.Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия показательной функции. |
| Глава 4 | Логарифмическая функция | **Самостоятельная работа:**  1.Выполнение домашних заданий по главе: «Логарифмическая функция**»**.  2. Решение упражнений:  а) использование свойств логарифмической функции длясравнения чисел и построение графиков;  б) решение логарифмических уравнений;  в) решение логарифмических неравенств.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Вычисление логарифмов с помощью микрокалькулятора.  2. Графическое решение логарифмических уравнений.  3. Решение логарифмических неравенств.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1.Использование оригами в жизни человека.  2. Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия логарифма. |
| Глава 5 | Параллельность прямых и плоскостей | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Параллельность прямых и плоскостей**».**  2.Подготовка докладов.  3.Решение упражнений:  а) использование аксиом стереометрии и следствий из них для решения задач;  б) использование теорем и теории параллельности прямых и плоскостей для решения задач;  в) построение сечений  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Углы с сонаправленными сторонами  2. Использование аксиом стереометрии и следствий из них для решения задач.  3. Использование теорем и теории параллельности прямых и плоскостей для решения задач.  4. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос.  5. Построение сечений  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Загадки пирамиды. |
| Глава 6 | Перпендикулярность прямых и плоскостей | **Самостоятельная работа**  1.Выполнение домашних заданий по главе: «Перпендикулярность прямых и плоскостей».  2.Подготовка докладов.  3.Решение упражнений:  а) применение признака перпендикулярности прямой и плоскости для доказательства и решения задач;  б) применение теоремы о трех перпендикулярах для доказательства и решения задач.  в) применение признака перпендикулярности двух плоскостей при решении задач.  **Тематика внеаудиторной работы**  1.Применение теории перпендикулярности прямых и плоскостей в архитектуре и строительстве.  2.Трехгранный угол. Многогранный угол.  3.Применение признака перпендикулярности прямой и плоскости для доказательства и решения задач.  4.Применение теоремы о трех перпендикулярах для доказательства и решения задач |
| Глава 7 | Комбинаторика | **Самостоятельная работа**  1.Выполнение домашних заданий по главе: Комбинаторика  2.Подготовка докладов.  3.Решение упражнений:  а) применение формул перестановок, размещений и сочетаний для решении задач;  б) использование формулы Бинома-Ньютона.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Использование формулы бинома Ньютона для 5, 6 и 7 степени.  2. Комбинаторные задачи их применение в играх. Элементы математической логики.  3. Применение формул перестановок, размещений и сочетаний для решении задач |
| Глава 8 | Элементы теории вероятностей | 1.Выполнение домашних заданий по главе: «Элементы теории вероятности**».**  2.Подготовка докладов.  3.Решение упражнений:  а) применение сложения вероятностей для решения задач;  б) использование формулы умножения вероятностей.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. События и их классификация. Умножение вероятностей зависимых событий.  2. Классическое определение вероятностей |
| Глава 9 | Тригонометрические формулы | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Тригонометрические формулы**»**.  2. Решение упражнений:  а) применение основного тригонометрического тождества для упрощения выражений и решения задач;  б) применение формул сложения тригонометрических функций;  в) применение формул двойного угла тригонометрических функций;  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Обратные тригонометрические функции.  2. Формулы синус, косинус и тангенс тройного угла.  3. Синус, косинус и тангенс половинного угла.  4. История возникновения тригонометрии.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Математические характеристики египетских пирамид  2. Единые законы математики, искусства и природы.  2.Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятий синус, косинус, тангенс, котангенс. |
| Глава 10 | Тригонометрические уравнения | 1.Выполнение домашних заданий по главе: «Тригонометрические уравнения».  2.Подготовка докладов и презентаций.  3. Решение упражнений:  а) Решение уравнений сosx = a;  б) Решение уравнений sinx = a;  в) Решение уравнений tgx = a, сtgx = a.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1.Решение простейших тригонометрических неравенств. 2.Графический способ решения тригонометрических неравенств.  3.Решение однородных тригонометрических уравнений второго порядка.  4.Обратные тригонометрические функции. Их графики, свойства.  5.Графический способ решения тригонометрических уравнений  6.Обратные тригонометрические функции. Их графики, свойства  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Использование математических методов для оценки экологического состояния окружающей среды.  2. Что объединяет Пикассо с геометрией? |
| Глава 11 | Многогранники | 1.Выполнение домашних заданий по главе: «Многогранники**»**.  2.Подготовка докладов и презентаций.  3. Решение упражнений:  а) нахождение площади боковой и полной поверхности призмы;  б) нахождение площади боковой и полной поверхности пирамиды;  в) нахождение площади полной и боковой поверхности усеченной пирамиды;  г) построение сечений, вычисление площадей сечений правильных многогранников.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Геометрическое тело. Теорема Эйлера.  2. Пространственная теорема Пифагора.  3. Симметрия вокруг нас. Правильные многогранники в науке и технике.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1.Астрология на координатной плоскости  2.Геометрия и характер человека. (Математика и психология) |
| Глава 12 | Векторы в пространстве | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Векторы в пространстве**»**.  2.Подготовка докладов и презентаций.  3. Решение упражнений:  а) действия над векторами, построение;  б) действия над векторами, заданными своими координатами;  в) угол между векторами.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями.  2. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос. Преобразование подобия.  3. Векторы в пространстве  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1.Геометрия в национальном костюме народов России.  2.Грамматические нормы современного русского языка на уроках математики.  2.Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия вектор. |
| Глава 13 | Тела и поверхности вращения | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Тела и поверхности вращения**»**.  2.Подготовка докладов, презентаций.  3. Решение упражнений:  а) нахождение площади поверхности цилиндра и конуса;  б) использование формулы уравнения сферы при решении задач;  в) построение сечений, вычисление площадей сечений.  г) вычисление площади полной и боковой поверхности усеченного конуса.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Прямой круговой цилиндр. Наклонный цилиндр. Конические поверхности. Сечение цилиндрической поверхности. Сечение конической поверхности.  2. Взаимное расположение сферы и прямой.  3. Сфера, вписанная в цилиндрическую и коническую поверхность.  4. Тела и поверхности вращения  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Несколько способов доказательства теоремы Пифагора.  2. Треугольник Паскаля. |
| Глава 14 | Производная и ее геометрический смысл | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Производная и ее геометрический смысл».  2. Подготовка докладов и сообщений.  3. Решение упражнений:  а) нахождение производных элементарных функций;  б) уравнение касательной.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Нахождение предела функции. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.  2. Угловая скорость вращения тела.  3. Нахождение угла между кривыми |
| Глава 15 | Применение производной к исследованию функции | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Применение производной к исследованию функции».  2.Подготовка сообщений и презентаций.  3. Решение упражнений:  а) нахождение промежутков монотонности функций с помощью производной;  б) нахождение точек экстремума с помощью производной;  в) исследование функций и построение графиков функций;  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Решение задач с помощью производной.  2. Построение графика функций с помощью производной, содержащих модуль.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Математика в живописи. (Математика и искусство).  2. Математика и здоровье человека.  3. Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия производной функции. |
| Глава 16 | Интеграл | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Интеграл**»**.  2.Подготовка докладов.  3. Решение упражнений:  а) вычисление определенных интегралов;  б) нахождение площади криволинейной трапеции.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1.Вычисление интегралов с помощью замены. Интегрирование по частям.  2.Простейшие дифференциальные уравнения.  3. Вычисление площадей с помощью интегралов  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Орнаментальное и геометрическое искусство М. Эшера.  2. Пропорция в работах великого Леонардо да Винчи.  3. Социально-исторический и логико-гносеологический анализ понятия интеграла. |
| Глава 17 | Объемы тел | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Объемы тел».  2.Подготовка докладов, презентаций.  3. Решение упражнений:  а) нахождение объема куба, призмы;  б) нахождение объема пирамиды, конуса;  в) нахождение объема шара и площади сферы.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1. Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла.  2. Объем усеченного конуса.  3. Объем шарового сегмента. Объем шарового слоя. Объем шарового сектора.  **Тематика индивидуальных учебных проектов:**  1. Применение сложных процентов в экономических расчетах  2. Правильные многогранники. |
| Глава 18 | Статистика | 1.Выполнение домашних заданий по главе «Статистика**»**.  2.Подготовка докладов.  3. Решение упражнений:  а) нахождение моды, медианы среднего значения выборки.  б) нахождение отклонения от среднего, среднего квадратичного отклонения, дисперсии.  **Тематика внеаудиторной работы:**  1.Характеристики выборки. Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины.  2.Статистика в экономике и производстве |

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

≡ – тождественно равно,

≈ – приблизительно равно,

~ – приблизительно,

0.(12345) – периодическая десятичная дробь с периодом 12345,

N – множество натуральных чисел,

Z – множество целых чисел,

R – множество действительных чисел,

С – множество комплексных чисел,

Ø– пустое множество,

∞ – знак бесконечности,

 – знак принадлежности,

– знак непринадлежности ,

X  Y – множество X является подмножеством множества Y,

– объединение,

– пересечение,

X \ Y – симметричная разность множеств X и Y,

{ } – последовательность с общим членом,

[ a, b ] – числовой отрезок,

( a, b ) – числовой интервал,

==> – следует,

<=> – равносильно,

┴ – перпендикулярно,

║ – параллельно,

АВС – треугольник ABC.

# ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

***Цель самостоятельной работы*** - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа отражает наиболее высокий уровень эффективности познавательной активности студента и выполняет ряд дидактических функций: способствует формированию диалектического мышления, совершенствует способы организации познавательной деятельности, воспитывает ответственность, целеустремленность, систематичность и последовательность в работе студентов, развивает у них навыки рационального использования времени.

*Виды самостоятельной работы студентов*:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;

- проработка тем дисциплины;

- работа с основной и дополнительной литературой;

- самоподготовка к практическим занятиям;

- подготовка к зачету и к экзамену;

- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет;

- выполнение индивидуального проекта.

***Изучение понятийного аппарата дисциплины***

Важную роль в системе индивидуальной самостоятельной работы играет процесс усвоения понятийного аппарата, поскольку одной из важнейших задач подготовки современного грамотного специалиста является овладение и грамотное применение профессиональной терминологии, чему способствует изучение развития естественных природных явлений и процессов и понятий, отражающих их сущность. Лучшему усвоению и пониманию дисциплины поможет регулярная работа с различными энциклопедиями, словарями, справочниками и другими источниками информации.

***Изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану***

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем по изучаемой дисциплине. Такой подход вырабатывает у студентов умения более эффективной работы с источниками информации, рационального отбора информации, ее анализа.

Самостоятельное изучение вопросов очередной темы способствует более глубокому усвоению теоретических основ, раскрытию сущности физико-математических процессов и явлений, закономерностей их развития.

***Работа над основной и дополнительной литературой***

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий.

Привлечение к работе достаточного объема литературы позволяет студенту получить альтернативные и вариативные взгляды на изучаемые проблемы, что позволяет выработать собственную аргументированную точку зрения на исследуемые процессы и явления, более глубокое понимание материала.

Конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, используемого при работе с литературой, что помогает выработке умения определения основной идеи текста, развитию аналитического мышления.

С целью организации работы с литературой студенту необходимо совершенствовать навыки работы с библиотечными каталогами и библиографическими справочниками.

**Самоподготовка к практическим занятиям**

На практических занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины, вопросами, которые в ней раскрываются;

2) изучить лекционный материал по данной теме;

3) ознакомиться с вопросами практического занятия;

4) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;

5) подготовить краткое выступление по каждому вопросу практического занятия;

Изучение вопросов практического занятия требует знания теоретических основ дисциплины по данной теме, раскрытия сущности изучаемых физико-математических явлений и процессов, проблемных аспектов темы и анализа фактического материала.

При изложении материала на практическом занятии можно воспользоваться следующим алгоритмом изложения темы: определение и характеристика основных категорий, эволюция предмета исследования на определенном историческом этапе, выявление причинно-следственных связей, определяющих характер развития, выявление общего и особенного в развитии предмета в различных национальных экономических системах. Весьма презентабельным вариантом выступления следует считать его подготовку в среде Power Point, что существенно повышает степень визуализации, а, следовательно, доступности, понятности материала и заинтересованности аудитории к результатам научной работы студента.

***Выполнение индивидуального проекта.***

Важным условием достижения результативности в формировании общекультурных и профессиональных компетенций является включение обучаемых в учебно-исследовательскую деятельность. Одним из способов такой деятельности является метод проектов.

Селевко Г.К. полагает, что метод проектов — это способ организации самостоятельной деятельности учащихся по достижению определённого результата. Метод проектов ориентирован на творческую самореализацию развивающейся личности учащегося, развитие его интеллектуальных возможностей, волевых качеств и творческих способностей в деятельности по решению какой-либо интересующей его проблемы.

Метод проектов предполагает решение какой-то проблемы, противоречия, задачи, парадокса. При выборе темы проектов необходимо как можно полнее учесть интересы студентов, как можно ближе подойти к волнующим их проблемам, подобрать сложную, но посильную им задачу, способствующую развитию. Выбирая тему проектов для студентов экономических специальностей, важно также помнить о том, что в современном обществе востребованы специалисты, способные решать реальные жизненные проблемы на основе предметных знаний и умений. В этом плане огромным потенциалом обладают ситуационные задачи.Специфика ситуационной задачи заключается в том, что она носит ярко выраженный практико-ориентированный характер, но для ее решения необходимо конкретные предметные знания. Включение в процесс обучения ситуационных задач будет способствовать освоению универсальных способов деятельности, применимых в самых разных жизненных ситуациях.

Основные этапы работы студентов над проектом:

* Проблемно-целевой этап: 1)выбор темы; 2)постановка цели и задач; 3)формирование творческих групп.
* Планирование и организация проектной деятельности: 1)отбор литературы; распределение обязанностей; определение формы представления результата (презентация, электронная публикация, статья) и т.д.
* Разработка проекта.
* Публичная защита проекта.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

На основе критериев, представленных в приведенной ниже таблице, за выполнение каждого задания выставляется от 0 до 4 баллов.

|  |  |
| --- | --- |
| Оценка  в баллах | **Критерии оценки выполнения заданий с развернутыми ответами.** |
| 4 | Приведена верная, логически правильная последовательность шагов решения.  Имеются верныеобоснования всех ключевых моментов решения.  Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно. Правильно выполнены все преобразования и вычисления, получен верный ответ. |
| 3 | Приведена верная, логически правильная последовательность шагов решения.  Имеются верныеобоснования всех ключевых моментов решения.  Необходимые для решения чертежи, рисунки, схемы выполнены безошибочно.  Возможны 1-2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. При этом возможен неверный ответ. |
| 2 | Приведена верная, логически правильная последовательность шагов решения.  Обоснованы только некоторые ключевые моменты решения.  Возможны негрубые ошибки в чертежах, рисунках, схемах, приведенных в решении.  Возможны 1-2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. При этом возможен неверный ответ. |
| 1 | При верной последовательности хода решения отсутствуют некоторые этапы решения.  Большинство ключевых моментов решения не обосновано.  Возможны ошибки в чертежах, рисунках, схемах, приведенных в решении. Возможны 1-2 негрубые ошибки или описки в вычислениях или преобразованиях, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. При этом возможен неверный ответ. |
| 0 | Все случаи решения, которые не соответствуют указанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла. |

## Глава 1. Действительные числа.

Главные математические понятия: точка, прямая, множество, функция, вектор, уравнение, отношение и т.д. образуют основания математики. В каждом разделе математики используется какое-то понятие из оснований математики. Понятия: натуральные числа, целые или вещественные числа, геометрические фигуры, числовые функции и т.д. называют множествами. Понятие множества является фундаментальным понятием математики. Если обратиться к первой главе, то можно это понятие по правилам аксиоматического построения теории отнести к первичным, для которых нет определений. Обычно слово «множество» связывают с большим числом предметов. Например: множество дорог, машин, газет, учащихся школ, студентов вузов. В отличие от обыденных представлений «множество» как производное от слова «много», в математике можно рассматривать множество, состоящее из одного объекта или не содержащее ни одного объекта.

В 1872 г. Георг Кантор, создатель теории множеств, определил множество как «объединение в одно целое объектов, хорошо различимых нашей интуицией или нашей мыслью». Понятие множества аналогично определениям совокупности, собрания, класса, семейства и т.д. Математическое понятие множества постепенно выделилось из выше перечисленных представлений. Понятие числа относится к так называемым начальным понятиям, т.е. к понятиям, которые могут быть разъяснены, но не могут быть строго определены. Для числовых множеств в математике приняты стандартные обозначения:

N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел (дробь m/n,где m,n – целые числа);

R – множество вещественных (действительных чисел) чисел;

R+ – множество вещественных положительных чисел;

C – множество комплексных чисел.

Таким образом, можно сделать вывод:

Понятие «множество» является фундаментальным понятием математики и не имеет определения. Природа порождения любого множества разнообразна, в частности, окружающие предметы, живая природа и др.

Объекты, из которых образовано множество, называются **элементами данного множества**. Для обозначения множества используют заглавные буквы латинского алфавита: например X, Y, Z, а в фигурных скобках через запятую выписывают его элементы строчными буквами, например: {x,y,z}.

**1)Перевод из бесконечной периодической дроби в обыкновенную дробь.**

Запишите в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь 9,(96).

Решение. Пусть x =9,(96), т. е. x=9,969696... .

Умножим x на такое число, чтобы запятая передвинулась вправо ровно на один период. Поскольку в периоде содержатся две цифры, надо, чтобы запятая передвинулась вправо на две цифры, а для этого число x нужно умножить на 100.

 Получим: 100x=996,969696...

Следовательно,100x= 996,969696...

      x=9,969696...

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 100x−x= 996,969696... - 9,969696...

 99x= 987

.

Ответ: .

**2)Корень из периодической дроби**

Вычислите : . Ответ запишите в виде обыкновенной дроби.

**Решение.** Обозначим подкоренное выражение за x, тогда:

x=1,(7) т. е. x=1,777...

Умножим x на такое число, чтобы запятая передвинулась вправо ровно на один период. Поскольку в периоде содержится одна цифра, надо, чтобы запятая передвинулась вправо на одну цифру, а для этого число x нужно умножить на 10.

Получим: 10x= 17 ,777....

Следовательно, x= 1,777...

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

10x−x= 17,777... - 1,777...

9x= 16



.

Ответ: .

3)Упростите выражение . Выберите правильный ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) |  | 2) |  | 3) |  | 4) |  |

4). Найдите значение выражения , если х = 27, у = 25. Выберите правильный ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) |  | 2) | 3 | 3) | 9 | 4) |  |

## Глава 2. Степенная функция

Если показатель степени n — натуральное число, то степенная функция задаётся формулой y=xn.

При n=1,  y=x1 или y=x — прямая.

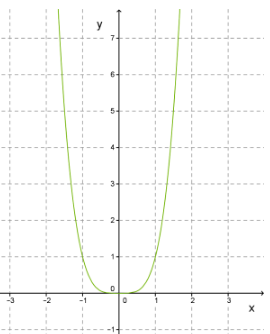
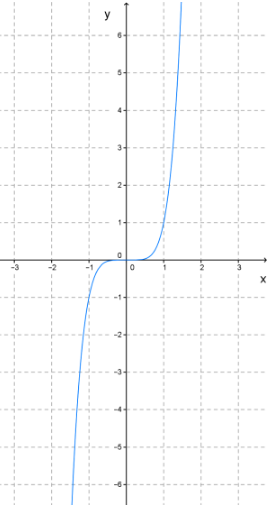
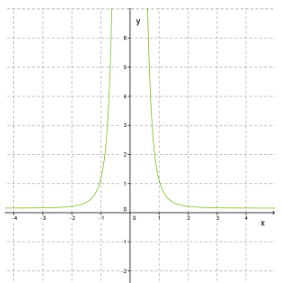


График степенной функции y=xn, где n — чётное число (4,6,8...), принимает вид параболы.

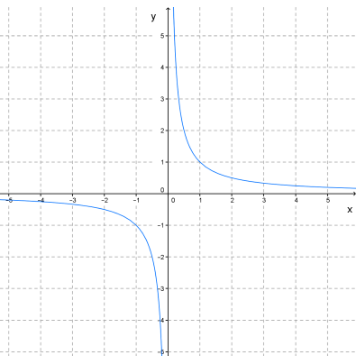
График степенной функции y=xn, где n — нечётное число (5,7,9...), принимает вид кубической параболы.



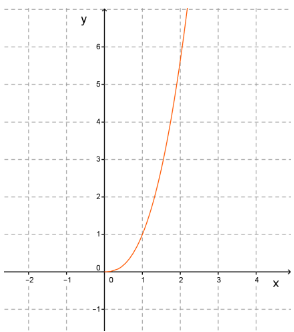
Если показатель степени — целое отрицательное число, то степенная функция задаётся формулой y=x−n .

График степенной функции y=x−n, в случае, когда n — чётное число (4,6,8...), принимает вид:

Например, такой вид принимают графики функций y=x−4,y=x−8.

****График степенной функции y=x−n, в случае, когда n — **нечётное число** (5,7,9...), принимает вид гиперболы.

Например, такой вид принимаю графики функций y=x−5,y=x−11

****Рассмотрим графики степенных функций с **положительным дробным показателем**.

1. Степенная функция , где >1 — **неправильная дробь** (числитель больше знаменателя).

График — ветвь параболы:

 Свойства функции

**1.**D(f)=[0;+∞);

**2.**E(f)=[0;+∞);

**3.** не является ни чётной, ни нечётной;

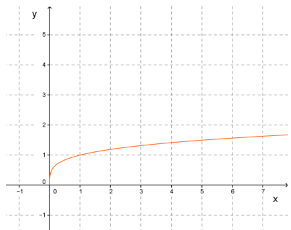
**4.** возрастает при x∈[0;+∞);

**5.** не имеет наибольшего значения, yнаим.=0;

**6.** не ограничена сверху, ограничена снизу;

**7.** выпукла вниз;

**8.** непрерывна.

****Степенная функция , где 0<<1 — **правильная дробь** (числитель меньше знаменателя).

**1.**D(f)=[0;+∞);

**2.**E(f)=[0;+∞);

**3.** не является ни чётной, ни нечётной;

**4.** возрастает при x∈[0;+∞);

**5.** не имеет наибольшего значения, yнаим.=0;

**6.** не ограничена сверху, ограничена снизу;

**7.** выпукла вверх;

**8.** непрерывна.



Рассмотрим степенные функции с **отрицательным дробным показателем**степени .

График — ветвь гиперболы.

**1.**D(f)=(0;+∞);

**2.**E(f)=(0;+∞);

**3.** не является ни чётной, ни нечётной;

**4.** убывает при x∈(0;+∞);

**5.** не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;

**6.** не ограничена сверху, ограничена снизу;

**7.** выпукла вниз;

**8.** непрерывна.

**1)Нахождение обратной функции.**

Найдите функцию обратную к функции .

**Решение.**Решаем данное уравнение относительно x. Получаем . Меняем x на y и y на x, получаем .

**2)Решение уравнения с параметром.**

Найдите наибольшее значение а, при котором уравнение x3 + 5x2 + ax + b = 0 с целыми коэффициентами имеет три различных корня, один из которых равен – 2.

**Решение.**

1. Подставим х = – 2 в левую часть уравнения.

–8 + 20 – 2а + b = 0 ⇒b = 2a – 12.

2) Так как х = – 2 является корнем, то в левой части уравнения можно вынести общий множитель x + 2. Производим тождественные преобразования, выделяя общий множитель (x + 2),

x3 + 5x2 + ax + b = x3 + 2x2 + 3x2 + ax + (2a – 12) = x2(x + 2) + 3x(x + 2) – 6x + ax

+ (2a – 12) = x2(x + 2) + 3x(x + 2) + (a – 6)(x + 2) – 2(a – 6) + (2a – 12) =

= (x2 + 3x + (a – 6))(x + 2).

3) По условию имеется еще два корня уравнения. Значит, дискриминант первого сомножителя положителен.

D = (–3)3 – 4(a – 6) = 33 – 4a> 0 ⇒a< 8,25.

4) Подставим а = 8 в исходное уравнение

x3 + 5x2 + ax + b = x3 + 5x2 + 8x + 4 = (x2 + 3x + 2)( х + 2) = (х + 1)(х + 2)2

Тогда уравнение имеет только два различных корня. Подставим а = 7 в исходное уравнение

x3 + 5x2 + ax + b = x3 + 5x2 + 7x + 2 = (x2 + 3x + 1)(х + 2)

У первого сомножителя корни различны, так как дискриминант

D = (–3)2 – 4 = 5 > 0 . Эти корни – иррациональные, так как иррационален . Значит, у уравнения есть три различных корня. **Ответ: 7.**

**3)При каком x**∈ **{1, 2, 3, …, 98, 99} значение выражения**

 ближе всего к 73?

**Решение.** После тождественных преобразований данного выражения, учитывая, что х принимает только натуральные значения, получаем



.

Оценим подкоренное выражение x(x + 2) сверху и снизу.

Так как x2<x(x + 2) < (x + 1)2, то

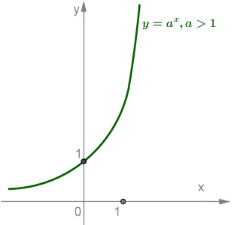
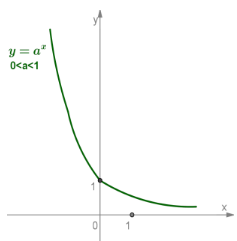
1 + << 1 + 

Значит, исходное выражение больше, чем 1 + x и меньше, чем 1 + x + 0,5. Поэтому, при x = 72 значение этого выражения в интервале (73; 73,5). При х ≥ 73 все значения этого выражения больше 74, а при x ≤ 71 все значения меньше 72,5. Ответ: 72.

## Глава 3. Показательная функция

Функция, заданная формулой y=ax (где a>0, a≠1), называется показательной функцией с основанием a.

  Графики показательных функций изображены на рисунках:

****

**1)Обратная функция к показательной функции.**

Найдите функцию обратную к функции .

Решение.Решим данное уравнение относительно x. Для начала запишем , , , . Меняем x на y и y на x. Получаем .

Ответ: .

2) Пусть (x0; y0) – решение системы уравнений  Найдите произведение x0⋅y0. Ответ: 2.

3) Укажите промежуток которому принадлежит корень уравнения .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | [− 3; − 1) | 2) | [− 1; 1) | 3) | [1; 3) | 4) | [3; 5) |

4)Найдите область определения функции .

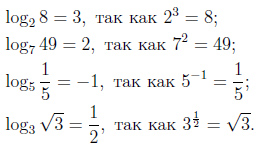
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | (1,5; +∞) | 2) | [2; +∞) | 3) | [1,5; +∞) | 4) | [5; + ∞) |

## Глава 4. Логарифмическая функция

Определение: Логарифмом положительного числа  http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=b  по основанию http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=a  (обозначается http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Clog_a%20b) — называется показатель [степени](http://www.grandars.ru/student/vysshaya-matematika/stepen.html), в которую надо возвести http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=a, чтобы получить http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=b, где b > 0, a > 0, а≠ 1.

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/acdbeccb51.jpg; http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/701ab62182.jpg

Примеры.



Десятичный логарифм — логарифм с основанием 10, который обозначается как http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Clg

http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Clg%20100%20=%202, http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Clog_%7b10%7d%20100%20=%202, так как http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=10%5e2%20=%20100

Натуральный логарифм — логарифм с основанием http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=e, обозначается http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Cln

Свойства логарифмов.

При

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/4e5d9d261d.jpg | http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/42ee9ba152.jpg |
| http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/ad79354f73.jpg | http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/23b9af8ed5.jpg |
| http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/a962423e5f.jpg | http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/01386f42c9.jpg |
| http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/73e9b67f7d.jpg | http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/bdc5e37320.jpg |

Основное логарифмическое тождество

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/4e5d9d261d.jpg

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/9ead9e8cf8.jpg

Логарифм произведения — это сумма логарифмов

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/ad79354f73.jpg

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/153c4f9a93.jpg

Логарифм частного — это разность логарифмов

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/a962423e5f.jpg

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/7658468f48.jpg

Свойства степени логарифмируемого числа и основания логарифма

Показатель степени логарифмируемого числа http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/73e9b67f7d.jpg

Показатель степени основания логарифмаhttp://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/42ee9ba152.jpg

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/f1b5bbc671.jpg, в частности если m = n, мы получаем формулу:http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/23b9af8ed5.jpg,

например:http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/2247423abc.jpg

Переход к новому основанию

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/01386f42c9.jpg, частности, если c = b, то http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=%5Clog_b%20b%20=%201, и тогда:

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/bdc5e37320.jpg

http://www.grandars.ru/images/1/review/id/1684/59a182ad09.jpg

1. Решить уравнение 

Решение.

Можно заметить, что  и . Тогда область допустимых значений исходного уравнения состоит из всех *х,* одновременно удовлетворяющих условиям , т.е. .

На ОДЗ исходное уравнение равносильно уравнению .

Пусть , тогда получим .

****

При  имеем: **,** 

 - не входит в ОДЗ.

При  имеем: .

На ОДЗ получим: ,



x = -2 не входит в ОДЗ. Ответ: .

2. Решить уравнение 

Решение. ОДЗ:  ;  ; . На ОДЗ прологарифмируем по основанию 2 обе части.



 или 

 или 





Ответ: 2; 3; .

**3.** Решить уравнение****

Решение.

ОДЗ: 



На этом множестве исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

 и 

 Из найденных *х* множеству

  принадлежат  и 

 или  Ответ: 0; 

4.Решить уравнение****

Решение:



Ответ: 100.

5.Решить уравнение 

Решение:

ОДЗ: 

Найдем множество значений, принимаемых левой и правой частями этого уравнения.

  для любых х.

Исходное уравнение имеет решения тогда и только тогда, когда х одновременно удовлетворяет этим двум уравнениям:

 и 

х=0 является решением первого уравнения и удовлетворяет второму уравнению. Следовательно, х=0 – корень исходного уравнения.

Ответ: 0.

## Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей

Рекомендации при решении задач по геометрии:

- внимательно прочитать условие задачи,

- построить чертеж, соответствующий условию (по возможности, наиболее наглядный),

- дать характеристику фигуре, вспомнить определение, свойства, признаки,

- определить зависимости между элементами,

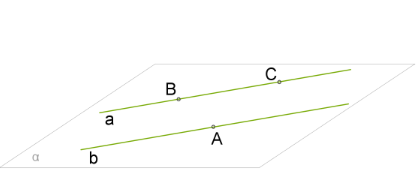
- рассуждать от вопроса задачи, постепенно используя данные условия.

Две прямые в пространстве называются параллельными, если лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Параллельность прямых a и b обозначается так: a∥b илиb∥a.

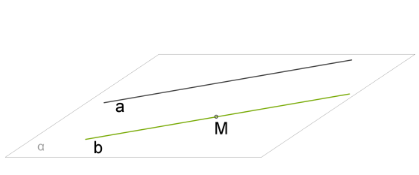
Teорема 1.  Через две параллельные прямые можно провести плоскость, и при том только одну.

**Доказательство:**

**1.** Так как прямые a и b параллельны, из определения следует, что через них можно провести плоскость α.

**2.** Чтобы доказать, что такая плоскость только одна, на прямой a обозначаем точки B и C, а на прямой b точку A.

**3.** Так как через три точки, которые не лежат на одной прямой, можно провести только одну плоскость (2 аксиома), то α является единственной плоскостью, которой принадлежат прямые a и b.

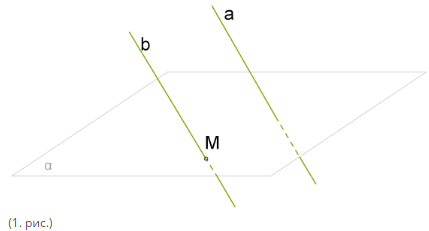
Теорема 2.  Через любую точку пространства вне данной прямой можно провести прямую, параллельную данной прямой, и при том только одну.

**Доказательство:**

**1.** Через данную прямую a и точку M, которая не лежит на прямой, проводится плоскость α.

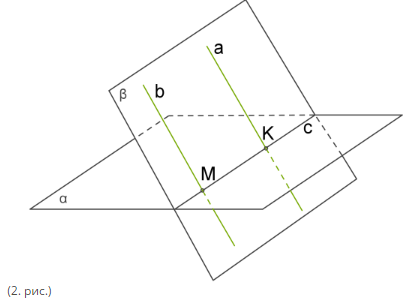
**2.** Такая плоскость только одна (т.к. через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну).

**3.** А в плоскости α через точку M можно провести только одну прямую b, которая параллельна прямой a.

Теорема 3.  Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Доказательство:

Рассмотрим две параллельные прямые a и b и допустим, что прямая b пересекает плоскость α в точке M (1. рис.).

Из 1-ой теоремы известно, что через параллельные прямые a и b можно провести только одну плоскость β.

Так как точка M находится на прямой b, то M также принадлежит плоскости β(2. рис.). Если у плоскостей α и β есть общая точка M, то у этих плоскостей есть общая прямая c, которая является прямой пересечения этих плоскостей (4 аксиома).

Прямые a, b и c находятся в плоскости β.

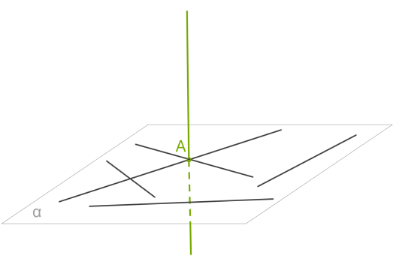
Если в этой плоскости одна из параллельных прямых b пересекает прямую c, то вторая прямая a тоже пересекает c.

Точку пересечения прямых a и c обозначим за K.

Так как точка K находится на прямой c, то K находится в плоскости α и является единственной общей точкой прямой a и плоскости α.

Значит, прямая a пересекает плоскость α в точке K.

## Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей

**Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°.

В пространстве перпендикулярными называют не только пересекающиеся прямые, но и скрещивающиеся прямые, так как мы говорим об угле, который могут образовать эти прямые, если их поместить в одной плоскости.

 Так же как и в плоскости, в пространстве перпендикулярные прямые a и b обозначают a⊥b.

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая

Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна каждой прямой, которая лежит в данной плоскости.

Перпендикулярность прямой и плоскости обозначается как a⊥α.

Через любую точку пространства проходит прямая перпендикулярно данной плоскости, притом только одна.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым в плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости.

**Свойства перпендикулярных прямой и плоскости.**

1. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

2. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

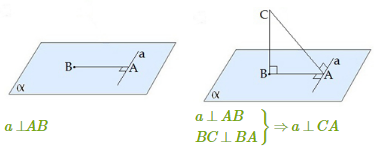
Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости,  не являющийся перпендикуляром к плоскости.

Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется основанием наклонной.

Перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.

 Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.

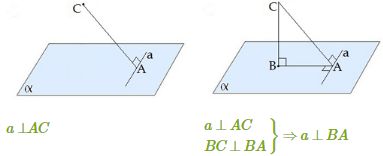
Расстоянием от точки до плоскости называется **длина перпендикуляра**, проведенного из этой точки к плоскости.

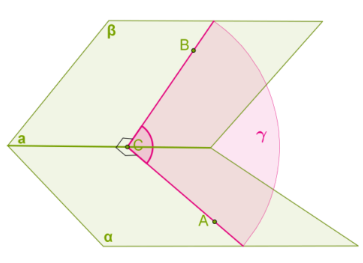
Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра и наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.

**Теорема о трёх перпендикулярах**. Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она перпендикулярна и самой наклонной.

Справедлива также обратная теорема:

Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной.



**Двугранный угол -** это часть пространства, заключённая между двумя полуплоскостями, имеющими одну общую границу.

Если в пространстве пересекаются две плоскости, получаются четыре двугранных угла (аналогично как при пересечении двух прямых получаются четыре угла). Рассмотрим один из них.

Полуплоскости α и β, образующие двугранный угол, называются его  гранями.

Общая прямая a этих граней называется **ребром** двугранного угла.

Выберем на ребре a двугранного угла произвольную точку C и проведём две пересекающиеся прямые AC⊥a и BC⊥a, а через эти прямые плоскость γ перпендикулярно ребру a.

Следующие теоремы, которые здесь приведём без доказательств, могут пригодится при решении задач.

1. Если одна из двух плоскостей проходит через прямую перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

2. Плоскость, перпендикулярная прямой, по которой пересекаются две плоскости, перпендикулярна каждой из этих плоскостей.

3. Если две плоскости перпендикулярны и в одной из них проведена прямая перпендикулярно линии пересечения плоскостей, то эта прямая перпендикулярна второй плоскости.

## Глава 7. Комбинаторика

При непосредственном вычислении вероятностей часто используют методы комбинаторики.

**Комбинаторика** изучает количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества.

В практической деятельности человеку часто приходится иметь дело с задачами, в которых нужно подсчитать число всех возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления некоторого действия. Приходится выбирать из некоторого конечного множества совокупности объектов его подмножества, обладающие тем или иным свойством, подсчитывать, сколько различных комбинаций можно составить из конечного числа элементов, принадлежащих данной совокупности, располагать эти элементы в определенном порядке.

**Метод перебора возможных вариантов.**

Перебор можно осуществить различными способами.

*Таблица*

**Способы перебора возможных вариантов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Название | | Решение |
| **Пример**. Проводится игра. Из коробочки, содержащей три белых и два красных шара, наугад вынимают два.  а) Ведущий перед извлечением шаров принимает у зрителей ставки на число вынутых белых шаров. На сколько белых шаров вы поставите?  б) Ведущий принимает ставки на два исхода игры: шары одинакового цвета, шары разного цвета. На какой исход вы поставите? | | |
| Способ кодировки | Обозначим белые шары цифрами *1, 2, 3*, а красные — буквами *а, б*, т.е. закодируем предметы. Возможные варианты:  *12, 13, 23, 1а, 1б, 2а, 2б, 3а, 3б, аб.*  Всего 10 вариантов извлечения двух шаров, в трех из них два белых шара (12, 13, 23), в шести— один белый шар (1а, 1б, 2а, 2б, 3а, 3б) и в одном — нет белых шаров (аб).  а) Ясно, что если игру повторить много раз, то чаще будут появляться варианты с одним белым шаром. Теперь понятно, что нужно ставить на один белый шар. Фактически мы подсчитали, что вероятность появления двух белых шаров равна 0,3, одного белого шара — 0,6, отсутствия белых шаров — 0,1.  б) Из двух исходов — шары одинакового цвета и шары разного цвета— при многократном повторении опыта чаще будет иметь место второй исход: шесть вариантов из десяти против четырех из десяти, т.е. вероятности этих исходов равны соответственно 0,6 и 0,4. Ставить нужно на шары разного цвета. | |
| Способ построения дерева возможных вариантов. | Звездочка (\*) на рис. изображает корень дерева, ветви дерева — различные варианты. Чтобы вынуть два шара, нужно сначала вынуть первый, а для этого есть пять вариантов (1, 2, 3, а, б). Поэтому от звездочки проведены пять отрезков и на их концах поставлены обозначения 1, 2, 3, а, б. Затем нужно вынуть второй шар из оставшихся четырех. Поэтому от конца каждого отрезка проведены по четыре отрезка, на концах которых написаны обозначения оставшихся шаров. Получено 20 вариантов извлечения шаров. Но среди них каждый вариант повторяется дважды: 12 и 21, 13 и 31, аб и ба и т.д. Итак, различных вариантов 10 и других вариантов извлечения шаров нет. Получили тот же результат, что и способом кодировки. | |
| Способ построения графа (набор точек и отрезков) | Этот способ применим в том случае, когда из некоторой совокупности предметов  выбирают два. Изобразим шары в виде точек, расположенных так, что никакие три точки не лежат на одной прямой. Затем соединяем каждые две точки отрезком прямой. Всего получено 10 отрезков. Каждый из них изображает вариант извлечения двух шаров. Снова получили тот же результат. | |
| Табличный способ | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | цвет | 1 | 2 | 3 | а | б | | 1 | - | 12 | 1 | 1а | 1б | | 2 | 2 | - | 23 | 2а | 2б | | 3 | 31 | 32 | - | 3а | 3б | | а | а1 | а2 | а3 |  | аб | | б | б1 | б2 | б | ба | - |   Его можно применять как в случае подсчета числа вариантов, с помощью которых можно извлечь из данной совокупности некоторое количество элементов, удовлетворяющих определенным условиям, так и в случае нахождения числа способов разбиения совокупности различных или одинаковых элементов на заданное число групп. | |

**Метод решения комбинаторных задач, основанный на применении правил умножения и сложения.**

Все разнообразие комбинаторных формул может быть выведено из двух основных утверждений, касающихся конечных множеств – правило суммы и правило произведения.

**Правило суммы**. Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А, либо В можно способами.

**Правило произведения**. Если объект А можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А, В) в указанном порядке может быть выбрана  способами.

Приведем наиболее употребительные формулы комбинаторики.

*Таблица*

**Основные формулы комбинаторики.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Название | Определение | Формула | | | Пример | | |
| Комбинации без повторений | | | | | | | |
| Перестановки | 1)состоят из одних и тех же n различных элементов;  2)отличаются только порядком расположения элементов. | | , где  0! = 1. | | | Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 если каждая цифра входит в изображение числа только один раз? (Ответ 120). | |
| Размещения | 1)состоят из n различных элементов по m элементов;  2)отличаются либо составом элементов, либо их порядком (либо и тем и другим). | |  | | | Расписание одного дня состоит из 5 уроков, определить число вариантов расписания, при выборе из 9 дисциплин (ответ 15120). | |
| Сочетания | 1)состоят из n различных элементов по m элементов;  2)отличаются хотя бы одним элементом (только составом). | |  | | | В шахматном турнире участвуют 6 человек, сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна партия (ответ 15). | |
| Комбинации с повторениями | | | | | | | |
| Перестановки | 1)состоят из одних и тех же n различных элементов;  2)отличаются только порядком расположения элементов;  3)среди *n* элементов есть  элементов одного вида, элементов другого вида и т.д. | | | где | | | Сколькими способами можно переставить буквы слова «ананас»?  . |
| Размещения | 1)состоят из n различных элементов по m элементов;  2)отличаются либо составом элементов, либо их порядком (либо и тем и другим);  3)отобранный элемент возвращается в исходное множество и может быть снова выбран. | | |  | | | Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?  . |
| Сочетания | 1)состоят из n различных элементов по m элементов;  2)отличаются хотя бы одним элементом (только составом);  3)отобранный элемент возвращается в исходное множество и может быть снова выбран. | | |  | | | В булочной продается 10 различных видов пончиков. Сколькими способами можно выбрать 12 пончиков? |

## Глава 8. Элементы теории вероятностей

Вероятность есть число, характеризующее степень возможности появления события. **Это** **определение**, **качественно** **отражающее** понятие **вероятности** события, не является математическим. Чтобы оно таким стало, необходимо **определить** его количественно.

Существуют различные подходы к интерпретации данного понятия, которые выявлялись исторически в процессе познания. Все они не противоречат, а дополняют и обобщают друг друга. Каждая интерпретация вероятности составляет основу вероятностных методов исследования, применяемых в определенных областях научной и практической деятельности.

Выделим основные характеристики этих определений и области их применения. Для краткости приведем их в виде таблицы.

***Таблица***

**Основные подходы к интерпретации понятия вероятности случайного события.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Определение | | Характеристики | | | | Область применения | | |
| Классическая (априорная) интерпретация (Я. Бернулли, А. Муавр, П. Лаплас) | | | | | | | | |
| Вероятностью события называют отношение числа  благоприятствующих этому событию исходов к общему  числу всех равновозможных несовместных элементарных  исходов, образующих полную группу. | | 1)число элементарных исходов испытания конечно;  2)результат испытания представлен в виде совокупности элементарных событий;  3)элементарные события должны быть равновозможными. | | | | имеет очень ограниченную сферу использования: оно применимо только к анализу экспериментов с конечным числом равновозможных исходов. | | |
| Статистическая (апостериорная) интерпретация (Дж. Граунт) | | | | | | | | |
| Статистической вероятностью события A называется относительная частота появления события A в n произведенных испытаниях, то есть , где m—число испытаний, в которых событие А наступило; n—общее число произведенных испытаний. | 1. требуется, чтобы испытания производились в действительности. Рассматриваемые события должны быть исходами только тех испытаний, которые могут быть воспроизведены неограниченное число раз при одном и том же комплексе условий;  2. события должны обладать так называемой статистической устойчивостью, или устойчивостью относительных частот;  3. Число испытаний, в результате которых появляется событиеА, должно быть достаточно велико, т.к. только в этом случае можно считать вероятность события приближённо равной её относительной частоте.  3)неоднозначность статистической вероятности. | | | | демография,  статистика,  страхование,  медицина,  физика, контроль качества продукции. | | | |
| Геометрическая интерпретация (Ж. Бюффон) | | | | | | | | |
| Если обозначить меру (длину, площадь, объем) области G через *mesG*, то вероятность попадания точки, брошенной наудачу в область *g* — часть области *G*, равна . | | | | применяется для испытаний с бесконечным числом исходов. | | | физика, биология, медицина, инженерное дело и т.д. | |
| Аксиоматическая интерпретация (А. Н. Колмогоров) | | | | | | | | |
| Пусть Ω - множество всех возможных исходов некоторого опыта (эксперимента), А подмножество множества Ω.  1)Каждому случайному событию А поставлено в соответствие неотрицательное число Р(А), называемое его вероятностью P(А)≥0.  2)P(Ω)=1.  3)Если события попарно несовместимы, то**.**  Вероятность является *функцией* со значением в интервале от 0 до 1, определенной на некоторой сигма-алгебре событий и удовлетворяющей некоторым условиям. | | | | | | создает логический порядок в вероятностной теории, но не указывает, как найти эти вероятности на практике. | | |
| Субъективная интерпретация (Б. Финетти, Л. Сэвидж) | | | | | | | | |
| Субъективными вероятностями событий называются вероятности, удовлетворяющие аксиомам аксиоматического определения, приписанные событиям на основе личного опыта экспертов. | | | степень веры индивида в возможность того, что событие произойдет, как мера личного доверия к утверждению. | | | | | экономика,  политология,  социология. |

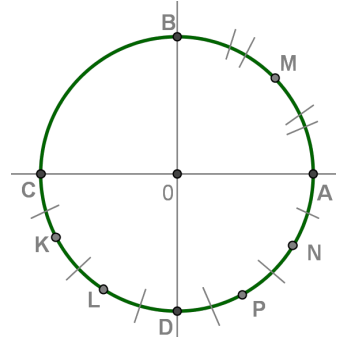
Алгоритм решения задач, в которых вероятность рассматриваемого события вычисляется по классической формуле:

1. Уясните, в чем состоит испытание, рассматриваемое в задаче.
2. Установите, являются ли исходы испытания несовместными и равновероятными.
3. Подсчитайте число всех возможных исходов испытания (n).
4. Сформулируйте событие, вероятность наступления которого необходимо найти.
5. Подсчитайте число исходов испытания, благоприятствующих рассматриваемому событию (m).
6. По формуле  вычислите вероятность появления рассматриваемого события.

## Глава 9 . Тригонометрические формулы.

**1)Соответствие точек числовой окружности числам.**

Определите все числа, которым соответствует на числовой  окружности точка A, B, C, D, K, L, M, N, P.

****

**Решение.** Исходя из определения числовой окружности и замечая, что в четвёртой четверти точка N отделила от неё ровно две третьих части, то ей соответствует число , двигаясь в положительном направлении из точки A, тогда через целое число оборотов, мы вновь окажемся в той же точке N, поэтому все числа, которым соответствует точка N имеют вид , k∈Z.

Все числа, которым соответствует точка P имеют вид , k∈Z.

## Глава 10. Тригонометрические уравнения

**1)Решение тригонометрического уравнения графическим способом.**

Вычислите корни уравнения  графическим способом.

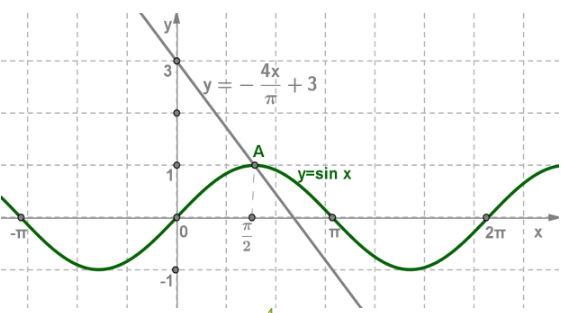
Указания:

1. Число π в ходе решения заменяйте на 3,1.

2. Ответ округляйте до десятых.

3. В случае отсутствия точек пересечения графиков, в ответе запишите - корней нет.

**Решение.**Для того, чтобы решить уравнение графическим способом, построим в одной системе графики функций  и .



Построенные графики пересекаются в одной точке  . Выполнив проверку, имеем, что   и .Значит, данное уравнение  имеет единственный корень - абсциссу точки *А*.

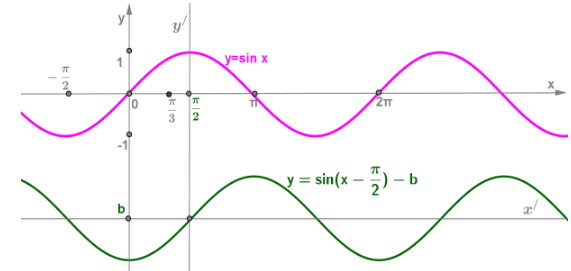
Ответ: .

**2)Построение графиков функций** **.**

**Постройте график функции **

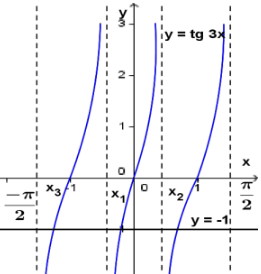
Для построения графика функции: **** перенесём график функции ****на   единицы вправо по оси x и на b=6  единиц вниз по оси y, т.е. во вспомогательной системе X’O’Y’ строится график функции ****.

Получим следующий рисунок:



**3)Нахождение корней уравнения tg x =а, используя график**

Найдите число корней уравнения  на промежутке .

**Решение.** , n∈Z, , n∈Z,  ,

.

График уравнения tg3x=−1

Анализируя рисунок, приходим к выводу, что на промежутке  есть 3 корня: x1=−150, x2=450, x3=−750.

**4)Найдите количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции*****.***

**Решение.** Так как sinx + cosx = sin(x+), то множество значений этой суммы есть отрезок [–;]. Значит, множество значений числителя дроби – это отрезок [2; 4], а для всей дроби – это отрезок [2;4]. Так как функция  является монотонно убывающей и непрерывной, то множество значений данной функции – это отрезок [16]. Вычислив значения логарифмов, получаем, что множеством значений функции f(x)является отрезок [– 8; – 4]. Этому отрезку принадлежат ровно пять целых чисел: – 8; – 7; – 6; – 5; – 4.

Ответ: 5.

**5)**Сколько решений имеет уравнение  Ответ:

6)Найдите корень уравнения sin2x – 4cosx = 0 , принадлежащий

отрезку [2π; 3π].

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) |  | 2) |  | 3) |  | 4) |  |

**7)**Решите систему уравнений



## Глава 11. Многогранники

1)В прямоугольном параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 АВ = 6 м, ВС = 8 м,  м. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, параллельной прямой АС и содержащей прямую . Ответ: 80.

2) Основанием прямой призмы *АВСА1В1С1*  является равнобедренный треугольник *ABC*, боковая сторона которого равна 6√3 , а угол *ACB* равен 120° . Найдите расстояние от точки *А*  до прямой *В1С1* , если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 12.

3)На диагональ куба, соединяющую две его вершины, не лежащие в одной грани, провели перпендикуляры из остальных вершин куба. На сколько частей и в каком отношении основания этих перпендикуляров разделили диагональ?

4)Диагональ *AC* основания правильной четырёхугольной пирамиды *SABCD* равна 6. Высота пирамиды *SO* равна 4. Найдите длину бокового ребра *SB* .

## Глава12 . Векторы в пространстве

***Определение 1****.* Вектор − это отрезок прямой, характеризующийся длиной и направлением.

BC



А D

*Обозначения векторов:* , , где первая буква соответствует началу, а вторая концу вектора, либо .

*Длиной*, или модулем вектора , называется длина отрезка АВ и обозначается  или .

Вектор, длина которого равна единице, называется *единичным вектором*: 

Вектор, начало которого совпадает с его концом, называется *нулевым вектором* и обозначается , .

Векторы, имеющие одинаковые направления, называются *сонаправленными* (а векторы, имеющие противоположные направления, −*противоположно направленными*.

Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и имеют одинаковые длины.

Векторы называются *противоположными*, если они имеют равные длины и противоположные направления. Они обозначаются  и , .

Два ненулевых вектора называются *коллинеарными*, если они сонаправлены или противоположно направлены.

Векторы называются *компланарными*, если они лежат в одной плоскости.

**Действия над векторами**

**Сложение векторов** осуществляется по двум основным правилам:

−*правило параллелограмма;*

*− правило треугольника*.

Правило параллелограмма позволяет найти сумму двух векторов, которые откладываются из одной точки. Результатом сложения является диагональ параллелограмма, выходящая из этой же точки; другая диагональ является разностью этих векторов, т.е.:

если , ,

A

B

D







C

, ,



то , или ;

, или .

Правило треугольника позволяет найти сумму двух векторов, когда начало одного из них совмещено с концом другого, т. е.

В  С если , , ,



то , или ;



А

Это правило может быть распространено на сумму любого числа векторов.

Операция сложения векторов обладает следующими свойствами:

1) коммутативность 

2) ассоциативность 

**Умножение вектора на число**

***Определение 2.*** Произведением ненулевого вектора на число λ≠0 называется вектор  длина которого равна , а направление:  при λ>0;  при λ<0.

Умножение вектора на число обладает следующими свойствами:

1. λ(β)=(λβ),
2. λ+β=(λ+β),
3. λ+λ=λ().

**Теорема 1** Для того, чтобы два вектора  и  были коллинеарны, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие =λ, λ∈R, причем, если λ>0, то ↑↑, если же λ<0, то 

**Векторный базис на плоскости. Координаты вектора**

***Определение 3***. *Векторным базисом на плоскости* называют два неколлинеарных ненулевых вектора, выходящие из одной точки и взятые в определенном порядке, например, и  Тогда любой вектор  на плоскости можно разложить в этом базисе 

Это означает, что если на плоскости выбран базис (), то каждому вектору  этой плоскости однозначно сопоставлена упорядоченная пара чисел х и y и наоборот. Числа x и y называют координатами вектора  в базисе (), при этом пишут .

***Определение 4****.* Базис () на плоскости называют *ортонормированным*, если базисные вектора единичны и взаимно перпендикулярны =1, . Данный базис задает прямоугольную декартову систему координат. Векторы называют ортами.

Любой вектор  плоскости можно представить в виде разложения по базису () = где x и y называют прямоугольными координатами вектора 

Рассмотрим вектор , где А(), В(), тогда координаты  определяются разностью одноименных координат точек В и А, т. е. .

**Скалярное произведение векторов. Угол между векторами**

***Определение 5****.Скалярным произведением* двух ненулевых векторов  называется *число*, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

, ϕ=(). (1.1)

**Свойства скалярного произведения**

1. Коммутативность

.

1. Дистрибутивность

.

4. Ассоциативность по отношению к умножению вектора на число

, k∈R.

1. Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины

.

5. Для того, чтобы два ненулевых вектора были взаимно перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы их скалярное произведение было равно нулю, т. е. .

6. Из определения скалярного произведения векторов  и  (1.1) следует, что угол между ними может быть найден из соотношения

cosϕ = . (1.2)

**Операции над векторами, заданными своими координатами**

Пусть в прямоугольной системе координат Oхy даны векторы  Тогда действия над векторами переносятся на их координаты:

1) 

2) , λ∈R;

3)  х1x2 + y1y2 ; (1.3)

4) *условие перпендикулярности* векторов:

, тогда и только тогда, когда , т. е. когда

х1x2 + y1y2 = 0; (1.4)

5) *условие коллинеарности*:

если векторы  коллинеарны, т. е. , то

x1y2 −x2y1 = 0, (1.5)

или при x2≠ 0, y2≠ 0

; (1.6)

6) из определения скалярного квадрата вектора и (1.3) следует, что длины векторов выражаются формулами:

, ; (1.7)

7) из формул (1.2), (1.3) и (1.7) следует выражение, определяющее величину угла между векторами  и :

cosϕ=. (1.8)

**Расстояние между двумя точками**

Расстояние между двумя точками плоскости A(xA; yA) и В(xB; yB) равно длине вектора , т. е.

d=. (1.9)

**Деление отрезка в данном отношении**

Пусть отрезок АВ задан точками А(xА; yA) и B(xB; yB) и известно, что точка С(xC; yC) делит его в отношении .

Нужно определить координаты точки С, т. е. числа xCи yC.

Эти координаты вычисляются по формулам:

xС = ,

(1.10)

yC= .

Если точка С делит отрезок АВ пополам, то λ=1, и формулы для координат точки С примут вид

xС = ,

(1.11)

yС = .

## Глава 15. Применение производной к исследованию функции.

1)Вычислить производные функций:

1. f(x) = 5 + x3 + 3x2 + ;

Решение. +

+= 3x2 + 6x + .

1. f(x) = x⋅sinx;

Решение. .

1. f(x)=.

Решение*.*  Для вычисления производных воспользуемся правилами и формулами дифференцирования. ==

=.

1. f(x) = ln(1+x2);

Решение. ;

1. f(x) = .

Решение*.* Используя правило дифференцирования сложной функции, получим

.

## Глава 18. Статистика

Математическая статистика возникла в XVII в. и развивалась параллельно с теорией вероятностей. Большой вклад в развитие математической статистики внесли российские ученые в XIX в. – начале XX в.: в первую очередь П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, а также учёные других стран – К. Гаусс, К. Пирсон, Ф. Гальтон и т.д.

В XX в. существенный вклад в развитие математической статистики был сделан советскими математиками, в частности, А.Н. Колмогоровым, В.И. Романовским, Е.Е. Слуцким, Н.В.Смирновым, а также английскими – Стьюдентом, Р. Фишером, Э. Пирсоном и американскими учёными – Ю. Нейманом, А. Вальдом и др.

Теория вероятностей изучает математические модели случайных явлений, при этом сама математическая модель считается заданной. В задачах теории вероятностей исходят из того, что задано вероятностное пространство, множество элементарных исходов и вероятность любого события.

Так, например, если изучается некоторое случайное событие А, то известно Р (А). Если же речь идёт о случайной величине Х, то известен закон распределения вероятностей в какой-либо форме и, как следствие, числовые характеристики исследуемой случайной величины.

В практических задачах эти характеристики, как правило, неизвестны, но имеются некоторые экспериментальные данные о событии или случайной величине. Требуется на основании этих данных построить подходящую вероятностную модель изучаемого явления, то есть приближённо оценить неизвестные закон распределения и числовые характеристики исследуемой случайной величины на основе экспериментальных данных. Это и является задачей математической статистики. В математической статистике единственный объект это данные эксперимента. Результаты эксперимента выражаются значениями некоторой случайной величины.

В теории вероятностей вероятностное пространство задано и требуется предсказать возможное поведение случайной величины. В математической статистике наоборот, известны лишь результаты (значения случайной величины), по которым восстанавливается вероятностное пространство. По экспериментальным данным строится вероятностная модель явления, соответствующая этим данным, т.е. интерпретация данных.

**Математической статистикой** называется наука, занимающаяся методами обработки экспериментальных данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями. Первая задача математической статистики: указать способы сбора и группировки статистических данных, полученных в результате экспериментов. Вторая задача математической статистики: разработать методы анализа статистических данных.

Ко второй задаче относятся:

1. Оценка неизвестных параметров (вероятности события, функции распределения и её параметров и т.д.) с построением доверительных интервалов (методы оценивания).
2. Проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения и параметров распределения (методы проверки гипотез).

При этом решаются следующие в порядке сложности и важности задачи:

* Описание явлений, то есть, упорядочение поступившего статистического материала, представление его в наиболее удобном для обозрения и анализа виде (таблицы, графики).
* Анализ и прогноз, то есть приближённая оценка характеристик на основании статистических данных. Например, приближённая оценка математического ожидания и дисперсии наблюдаемой случайной величины и определение погрешностей этих оценок.
* Выработка оптимальных решений. Например, определение числа опытов n, достаточного для того, чтобы ошибка от замены теоретических числовых характеристик их экспериментальными оценками не превышала заданного значения. В связи с этим возникает задача проверки правдоподобия гипотез о параметрах распределения и о законах распределения случайной величины, решением которой является возможность сделать один из выводов:

– отбросить гипотезу, как противоречащую опытным данным;

– принять гипотезу, считать ее приемлемой.

Математическая статистика помогает экспериментатору лучше разобраться в опытных данных, полученных в результате наблюдений над случайными явлениями; оценить, значимы или не значимы наблюдаемые факты; принять или отбросить те или иные гипотезы о природе случайных явлений.

Генеральной совокупностью называют полный набор всех возможных N значений дискретной случайной величины Х. Практически сложно получить полную информацию о случайной величине. Поэтому случайным образом отбирают объекты, которые называется **выборкой**, при этом число – n называется **объемомвыборки**. Выборку делают либо из ранее полученных результатов, либо планируют эксперимент. По результатам выборки строят простой статистический ряд в виде таблицы, состоящей из двух строк, в первой – порядковый номер измерения, во второй – его результат xi. Затем производят группировку данных. Вначале xi располагают в порядке возрастания, интервал наблюдаемых значений случайной величины разбивают на последовательные непересекающиеся частичные интервалы, далее подсчитывают количество значений xi, попавших в каждый интервал, т.е. ni. Таким образом, получается группированный статистический ряд или статистическое распределение выборки. Статистическим распределением выборки или статистическим рядом называют перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

Пример 1. После группировки данных в выборке статистический ряд задан таблицей 1 (где объем выборки n = 15).

Таблица 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| xi | 2 | 3 | 5 | 10 |
| ni | 5 | 5 | 3 | 2 |

В таблице 1 значения xi называют вариантами. Последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке (вся строка xi) называется **вариационнымрядом**. Число наблюдений ni называют **частотами**, i – номер варианты.

Учитывая, что  – это объем выборки, можно найти относительную частоту pi=ni/n, наблюдаемого значения xi – варианты, k – количество вариант.

Тогда таблица 1 будет иметь вид:

Таблица 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| xi | 2 | 3 | 5 | 10 |
| ni/n | 0,33 | 0,33 | 0,2 | 0,14 |

Табличные данные могут быть представлены графически в виде полигона или гистограммы. Если выборка задана в виде отдельных точек, а не интервалов, тогда строят полигон частот. Полигоном частот называется ломанная, отрезки которой соединяют точки (x;; ni/n). На рис.1 изображен полигон относительных частот, приведённых в таблице 2.



Рис. 1. Полигон

Пример 2. В этом примере наблюдаемые значения случайной величины после группировки данных в выборке разбиты на последовательные непересекающиеся частичные интервалы. В результате получается статистический ряд, который задан таблицей 3.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| xi | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 |
| ni | 5 | 10 | 12 | 3 |

Данную таблицу можно представить через относительную частоту pi =ni/n (где объем выборки n = 30).

Таблица 4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| xi | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 |
| рi=ni/n | 0,17 | 0,33 | 0,4 | 0,1 |

При этом частоты рi удовлетворяют условию =1. Если выборка задана в виде интервалов, тогда строят гистограмму.

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы xi, их высоты равны рi =ni/n (плотности относительной частоты). На рис. 2 изображена гистограмма относительных частот, приведённых в таблице 4.

Рi =ni/n

0

0,1

0,2

0,3

0,4

0,5

0-2

2-4

4-6

6-8

Рi =ni/n

Рис. 2. Гистограмма

# ДОМАШНИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

## Глава 1. Действительные числа.

**Домашняя контрольная работа по теме « Действительные числа»**

**Натуральные числа**

1. Каким числам кратно число 36?

2. Найти делители числа 24.

3. Разделить с остатком 36 на 7 , написать формулу.

4. Привести примеры чисел, которые делятся на 4. Объяснить.

5. Привести примеры простых и составных чисел. Объяснить.

6. Разложить на простые множители число 36.

7. Найти НОД чисел 12 и 18.

8. Найти НОК чисел 14 и 25.

9. Найти НОД и НОК чисел 56,70,126.

**Целые числа**

1. Привести примеры правильной и неправильной дроби. Объяснить.

2. Привести пример десятичной дроби. Объяснить.

3. Привести пример чистой периодической дроби. Объяснить.

4. Привести пример смешанной периодической дроби. Объяснить.

5. Обратить в обыкновенную дробь числа: 0,(14); 3,(12); 4,2(36).

**Действительные числа**

1. Вычислите: ; 

2. Упростите выражение 

3. Решите уравнение 

4. Запишите бесконечную периодическую дробь 0,(43) в виде обыкновенной дроби.

5. Сократите дробь 

6. Сравните числа: и 1; 

7\*. Упростите выражение 

## Глава 2. Степенная функция

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 1.**

1. Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

1. Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.
2. Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

1. Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 4= +3.

1. Решить уравнения:

а) = ; б).

1. Решить неравенства:

а) ≤ 2 ; б) >; в) > х+2.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 2.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 2= +1.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 1 ; б) >; в) > х-5.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 3.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 1= -3.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 2 ; б) >; в) > х+2.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 4.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) = +1.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 1 ; б) >; в) > х-5.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 5.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 2= .

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 2 ; б) >; в) > х+2.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 6.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) = +1.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 1 ; б) >; в) > х-5.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 7.**

1. Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

1. Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.
2. Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

1. Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 4= +3.

1. Решить уравнения:

а) = ; б).

1. Решить неравенства:

а) ≤ 2 ; б) >; в) > х+2.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 8.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 2= +1.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 1 ; б) >; в) > х-5.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 9.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 3= -4.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 6 ; б) >; в) > х+2.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 10.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = - 5. Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) = +4.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 3 ; б) >; в) > х-5.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 11.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = . Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = х+1; б) = ; в) + = 3.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) 4= .

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 9 ; б) >; в) > х+2.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по теме «Степенная функция».**

**ВАРИАНТ 12.**

1.Изобразить схематически графики функций:

а) у = ; б) у = ; в) у =

2.Найти функцию обратную данной у = -4. Найти область определения и множество значений, построить графики функций.

3.Решить уравнения:

а) = 1-Х; б) = ; в) - = 1.

4.Найти количество корней в уравнениях:

а) = ; б) = -1.

5.Решить уравнения:

а) = ; б).

6.Решить неравенства:

а) ≤ 7 ; б) >; в) > х-5.

## Глава 3. Показательная функция

**Домашняя контрольная работа по теме «Показательная функция»**

**Вариант 1**

1. Сравните числа:  б) 

2. Решите уравнение 

3. Решите неравенство .

4. Решите неравенство: 

5. Решите систему уравнений 

6. Решите уравнение:



**Домашняя контрольная работа по теме «Показательная функция»**

**Вариант 2**

1. Сравните числа:  б) 

2. Решите уравнение 

3. Решите неравенство .

4. Решите неравенство: 

5. Решите систему уравнений 

6. Решите уравнение:



## Глава 4. Логарифмическая функция

1.Вычислить:

2. Вычислить:

3.Вычислить:

4.Вычислить:

5.Вычислить:

6.Вычислить:

7.Вычислить:

8.Вычислить:

9.Вычислить:

10.Вычислить:

11.Вычислить:

12.Вычислить:

13.Вычтслить:

14.Найти число х по данному логарифму:

15.Вычислить:

16.Упростить:

17.Вычислите значение выражения****

18.Решите неравенство .

19.Решить уравнения:

1); 2)3; 3)log

20.Решить неравенства:

1) ; 2) log

3) 12x +

**Домашняя контрольная работа по теме «Логарифмы. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства, системы уравнений».**

**1 вариант**

1. Постройте схематически график функции:

1)

2. Решите уравнение:

1)

;

3)

3. Сравните числа:

2)

4. Решите неравенство:

2)

3)

5. Решите систему уравнений:

1. **Вариант**

1. Постройте схематически график функции:

2. Решите уравнение:

1)

;

3)

3. Сравните числа:

2)

4. Решите неравенство:

2)

3)

5. Решите систему уравнений:

1. **вариант**

1. Постройте схематически график функции:

2. Решите уравнение:

1)

;

3)

3. Сравните числа:

2)

4. Решите неравенство:

2)

3)

5. Решите систему уравнений:

**4 вариант**

1. Постройте схематически график функции:

2. Решите уравнение:

1)

;

3)

3. Сравните числа:

2)

4. Решите неравенство:

2)

3)

5. Решите систему уравнений:

## Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей

**Домашняя контрольная работа по теме «Прямые и плоскости в пространстве»**

**1 вариант**

А

В

С

D

A1

B1

C1

D1

M

K

N

L

MN⎪⎪AB, NL⎪⎪BC

По рисунку:

1) назовите плоскости, в которых лежат прямые MN, KL, AD.

1. назовите прямые, по которым пересекаются плоскости (ABC) и (BCC1), (AA1D) и (MNL).
2. Докажите, что плоскости (MNL) ⎪⎪ (ABC).
3. Из точки А к плоскости  проведены перпендикуляр АН и наклонная АМ, АН = 5 см, АМ = 13 см. Найдите МН.

***C***

***А***

***М***

***N***

***В***

***Р***

**2 вариант**

МР⎪⎪AD, PN⎪⎪ВС

По рисунку:

1. Назовите плоскости, в которых лежат прямые MP, AAD, MN.
2. Назовите прямые по которым пересекаются плоскости (MNP) и (ABC), (ADC) и (АВС).
3. Докажите, что плоскости (MNP) ⎪⎪(ADC).
4. Из точки А к плоскости  проведены перпендикуляр АН и наклонная АМ, МН = 5 см, АМ = 13 см. Найдите АН.

**Домашняя контрольная работа по теме «**Параллельность плоскостей. тетраэдр и параллелепипед».

Вариант I

1. Прямые *a* и *b* лежат в параллельных плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными;

б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку *О*, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые *l* и *m*. Прямая *l* пересекает плоскости α и β в точках *А*1 и *А*2 соответственно, прямая *m* – в точках *В*1 и *В*2. Найдите длину отрезка *А*2*В*2, если *А*1*В*1 = 12 см, *В*1*О* : *ОВ*2 = 3 : 4.

3. Изобразите параллелепипед *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки *M*, *N* и *K*, являющиеся серединами ребер *АВ*, *ВС* и *DD*1.

**Домашняя контрольная работа по теме «**Параллельность плоскостей. тетраэдр и параллелепипед».

Вариант II

1. Прямые *a* и *b* лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть:

а) параллельными;

б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку *О*, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые *l* и *m*. Прямая *l* пересекает плоскости α и β в точках *А*1 и *А*2 соответственно, прямая *m* – в точках *В*1 и *В*2. Найдите длину отрезка *А*1*В*1, если *А2В2* = 15 см, *ОВ*1 : *ОВ*2 = 3 : 5.

3. Изобразите тетраэдр *DABC* и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки *M* и *N*, являющиеся серединами ребер *DC* и *BC*, и точку *K*, такую, что *K DA*, *АK* : *KD* = 1 : 3.

## Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей

**Домашняя контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»**

Вариант I

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

а) ребро куба;

б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

2. Сторона *АВ* ромба *ABCD* равна *a*, один из углов равен 60°. Через сторону *АВ* проведена плоскость α на расстоянии  от точки *D*.

а) Найдите расстояние от точки *С* до плоскости α.

б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла *DABM*,  
*М *α.

в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α.

**Домашняя контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей»**

Вариант II

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна 2 см, а его измерения относятся как 1 : 1 : 2. Найдите:

а) измерения параллелепипеда;

б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.

2. Сторона квадрата *ABCD* равна *а*. Через сторону *AD* проведена плоскость α на расстоянии  от точки *В*.

а) Найдите расстояние от точки *С* до плоскости α.

б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла *BADM*,  
*М *α.

в) Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α.

## Глава 7. Комбинаторика

**Домашняя контрольная работа по теме**

**« Комбинаторика и вероятность»**

**Вариант 1**

1. Двузначное число составляют из цифр 0,1,4,7,8.

Сколько можно составить четных чисел?

2. Сколько можно составить различных вариантов расписания уроков

на один день из 6-ти уроков?

3. В классе 18 юношей и 16 девушек, которых надо рассадить за парты

по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты

всех учащихся?

4. Вычислить:

а) А26 ; б) С210.

5. В коробке 6 белых и 4 черных шаров.

Вы случайно вытаскиваете одновременно 3 шара. Найдите

вероятность того, что имеется 2 белых шара.

**Домашняя контрольная работа по теме**

**« Комбинаторика и вероятность»**

**Вариант 2**

1. Двузначное число составляют из цифр 0,2,4,5,7.

Сколько можно составить нечетных чисел?

2. Сколько можно составить различных вариантов расписания уроков

на один день из 5-ти уроков?

3. В классе 16 юношей и 12 девушек, которых надо рассадить за парты

по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты

всех учащихся?

4. Вычислить:

а) А28 ; б) С26.

5. В коробке 5 белых и 6 черных шаров.

Вы случайно вытаскиваете одновременно 3 шара. Найдите

вероятность того, что имеется 2 черных шара.

**Домашняя контрольная работа по теме**

**« Комбинаторика и вероятность»**

**Вариант 3**

1. Двузначное число составляют из цифр 0,1,2,3,8.

Сколько можно составить четных чисел?

2. Сколько можно составить различных вариантов расписания уроков

на один день из 4 - х уроков?

3. В классе 20 юношей и 18девушек, которых надо рассадить за парты

по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты

всех учащихся?

4. Вычислить:

а) А210 ; б) С28.

5. В коробке 5 белых и 3 черных шаров.

Вы случайно вытаскиваете одновременно 2 шара. Найдите

вероятность того, что имеется 1 белый шар.

**Домашняя контрольная работа по теме**

**« Комбинаторика и вероятность»**

**Вариант 4**

1. Двузначное число составляют из цифр 0,2,3,5,6.

Сколько можно составить нечетных чисел?

2. Сколько можно составить различных вариантов расписания уроков

на один день из 7-ми уроков?

3. В классе 14 юношей и 16 девушек, которых надо рассадить за парты

по 2 человека. Сколькими способами можно посадить за парты

всех учащихся?

4. Вычислить:

а) А27 ; б) С25.

5. В коробке 4 белых и 5 черных шаров.

## Глава 8. Элементы теории вероятностей

1. Брошены четыре игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на каждой из выпавших граней появится пять очков; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число очков.
2. Сколько надо бросить игральных костей, чтобы с вероятностью, меньшей 0,1, можно было ожидать, что ни на одной из выпавших граней не появится пять очков?
3. В круг радиуса 5 вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошены три точки. Найти вероятность того, что все три точки попадут внутрь треугольника.
4. В каждой из трех урн содержится 5 черных и 3 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется черным.
5. Для участия в отборочных спортивных соревнованиях из первой группы курса выделены 5 студента, из второй – 4, из третьей – 3. Вероятности того, что студент первой, второй и третьей групп попадает в сборную института, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. Какова вероятность, что это студент из второй группы?
6. Испытание состоит в подбрасывании игральной кости и монеты. Какова вероятность, что в шести испытаниях комбинация «5» и «герб» появится ровно три раза?

## Глава 9 . Тригонометрические формулы.

**Домашняя контрольная работа по теме « Тригонометрические функции»**

**1 вариант**

1. Вычислите cosα, tgα, ctg α, если sin α=,

2. Вычислите:

1) cos 1350; 2) sin(-; 3) tg

3. Упростите

4. Вычислите

**2 вариант**

1. Вычислите sinα, tgα, ctg α, если cos α=,

2. Вычислите:

1) sin 1350; 2) cos; 3) tg

3. Упростите

4. Вычислите

2

**3 вариант**

1. Вычислите cosα, tgα, ctg α, если sin α=,

2. Вычислите:

1) sin 2400; 2) cos; 3) tg

3. Упростите

4. Вычислите

**4 вариант**

1. Вычислите sin α, tg α, ctg α, если cos α=,

2. Вычислите:

1) cos 3150; 2) tg; 3) cos

3. Упростите

4. Вычислите

**5 вариант \***

1. Вычислите sin 2α, cos 2α, если sin α=,

2. Вычислите

1) cos 3900; 2) sin ; 3) tg 1200

3. Упростите

4. Вычислите

**6 вариант \***

1. Вычислите cos, tg, если sin α=,

2. Вычислите

1) cos 6900; 2) tg; 3) sin 2250

3. Упростите

4. Вычислите

## Глава 10. Тригонометрические уравнения

**Домашняя контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»**

**1 вариант**

1. Найдите значение выражения:



**2 вариант**

1. Найдите значение выражения:



**3 вариант**

1. Найдите значение выражения:



**4 вариант**

1. Найдите значение выражения:





**\*5 вариант**

1. Найдите значение выражения:



**\*6 вариант**

1. Найдите значение выражения:



## Глава 11. Многогранники

**Домашняя контрольная работа по теме «Многогранники»**

Вариант I

1. Основанием пирамиды *DABC* является правильный треугольник *АВС*, сторона которого равна *а*. Ребро *DA* перпендикулярно к плоскости *АВС*, а плоскость *DBC* составляет с плоскостью *АВС* угол в 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 является ромб *ABCD*, сторона которого равна *а* и угол равен 60°. Плоскость *AD*1*C*1 составляет с плоскостью основания угол в 60°. Найдите:

а) высоту ромба;

б) высоту параллелепипеда;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь поверхности параллелепипеда.

Вариант II

1. Основанием пирамиды *MABCD* является квадрат *ABCD*, ребро *MD* перпендикулярно к плоскости основания, *AD = DM = a*. Найдите площадь поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 является параллелограмм *ABCD*, стороны которого равны *а* и 2*а*, острый угол равен 45°. Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

а) меньшую высоту параллелограмма;

б) угол между плоскостью *АВС*1 и плоскостью основания;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь поверхности параллелепипеда.

## Глава12 . Векторы в пространстве

**Домашняя контрольная работа**

***по теме «Метод координат в пространстве».***

**ВАРИАНТ 1.**

1. Даны координаты точек *С(3; -2; 1), D(-1; 2; 1), M(2; -3; 3), N(-1; 1; -2).* Найдите косинус угла между векторами  и .
2. При каком значении (значениях) *а* векторы (*6 - k; k; 2)* и *(-3; 5 + 5k; -9)* перпендикулярны?
3. При каком значении *а* векторы  и  коллинеарны, если *А(-2; -1; 2), В(4; -3; 6), С(-1; а-1;1), D(-4; -1; а)?*
4. Известно, что |*| = 4, || = 1,  = 600.* найдите соs, где  - угол между векторами  и .
5. Найдите длину вектора , если |*| = 1, || = 2, || =3,  = 900,  = 1200,  = 600.*
6. В кубе *АВСDА1В1С1D1*точка *М* лежит на ребре *АА1*, причем *АМ : АМ1 = 3 : 1,* а точка *N –* середина ребра *ВС.* Вычислите косинус угла между прямыми *а) MN и DD1; б) MN и А1С.*

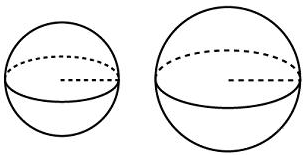
**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2**

***по теме «Метод координат в пространстве».***

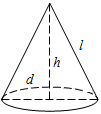
**ВАРИАНТ 2.**

1. Даны координаты точек *А(1; -1; -4), D(2; -3; 1), С(-1; 2; 5), В(-3; -1; 0).* Найдите косинус угла между векторами  и .
2. При каком значении (значениях) *m*векторы (*4; m - 1; m)* и *(-2; 4; 3 - m)* перпендикулярны?
3. При каком значении *а* векторы  и  коллинеарны, если *M(1; -2; a), В(-1; a + 3; -1), С(-3; 2;4), D(1; -4; 2)?*
4. Известно, что |*| = 2, || =3,  = 1200.* найдите соs, где  - угол между векторами  и .
5. Найдите длину вектора , если |*| = 2, || = 3, || =4,  = 600,  = 1200,  = 900.*
6. В прямоугольном параллелепипеде *АВСDА1В1С1D1 АВ = ВС =  АА1.* Вычислите косинус угла между прямыми *а) ВD и CD1; б) AC и АС1.*

## Глава13. Тела и поверхности вращения

**

1)Радиусы двух шаров равны 6, 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.



2)Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей — 5. Найдите высоту конуса.

Домашняя работа по теме: «Тела вращения» 11 класс

***Вариант 1.***

1.Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см.

Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз?

3. Даны два шара с радиусами 6 см и 2 см. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго шара?

4. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°***.*** Найдите площадь боковой поверхности конуса и площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45°.

***Вариант 2.***

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16 π см2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Во сколько раз уменьшится площадь поверхности шара, если его радиус

уменьшится в 10 раз?

3. Радиусы двух шаров равны 30 и 40. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей обеих шаров.

4. Высота конуса равна 6см, угол при вершине осевого сечения равен 90°. Найдите площадь боковой поверхности конуса и площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 30°.

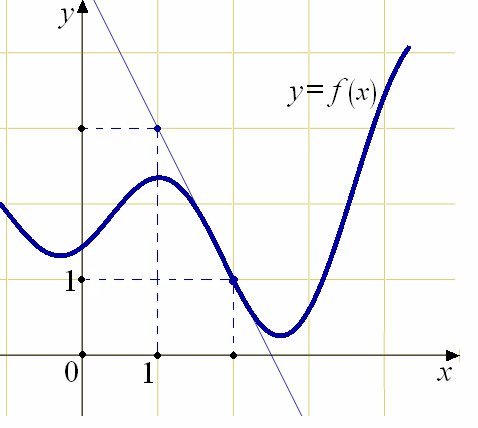
## Глава 14. Производная и ее геометрический смысл.

1.Найдите значение производной функции  в точке . Выберите правильный ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | 2 | 2) | 0 | 3) | −2 | 4) | −3 |

2.Найдите наибольшее значение функции *f(x)* = *e*2*x* - 6 (*x* – 2) на отрезке [1; 3].

3. На рисунке изображен график функции  и касательная к этому графику. Найдите значение производной этой функции в точке 2.



4.На рисунке изображён график дифференцируемой функции *y=f( x).* На оси абсцисс отмечены девять точек: *Х1, Х2, Х3, ..., Х9 .* Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции *f(x)* отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.

5. Вычислите



; 

6.Найдите



7.Найдите промежутки непрерывности функции



## Глава 15. Применение производной к исследованию функции.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ФИО | ФИО | ФИО | ФИО |
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 | Вариант 4 |
| Постройте график функции | Постройте график функции  f(x) = | Постройте график функции | Постройте график функции |
| Составьте уравнение касательной к графику функции в заданной точке  , | Составьте уравнение касательной к графику функции в заданной точке  , | Составьте уравнение касательной к графику функции в заданной точке  , x=1. | Составьте уравнение касательной к графику функции в заданной точке  , x=3. |
| Найдите наибольшее и наименьшее значения функции    на отрезке | Найдите наибольшее и наименьшее значения функции    на отрезке . | Найдите наибольшее и наименьшее значения функции    на отрезке . | Найдите наибольшее и наименьшее значения функции    на отрезке. |
| Найдите производную функции | Найдите производную функции | Найдите производную функции | Найдите производную функции |

## Глава 16. Интеграл.

**Домашняя контрольная работа то теме «Первообразная и неопределенный интеграл»**

**1 вариант**

1) Найдите одну из первообразных функций F(x) для функции f(x):

1) f(x)=2x5+3x2-5

2) f(x)=cos x+ex

3) f(x)=4x-5sin x

4) f(x)**=**

**5)** f(x)=

Вычислите интегралы:



**2 вариант**

1) Найдите одну из первообразных функций F(x) для функции f(x):

1) f(x)=x2+7x+12;

2) f(x)=8cos x-7ex;

3) f(x)=

4)f(x)=sin x-5x+3x;

5)f(x)=

Вычислите интегралы:





**3 вариант**

1) Найдите одну из первообразных функций F(x) для функции f(x):

1) f(x)=3+2-x2;

2) f(x)=2ex-3cos x

3) f(x)=

4) f(x)=

5) f(x)=sin 4x-e-x

Вычислите интегралы:



**4 вариант**

1) Найдите одну из первообразных функций F(x) для функции f(x):

1) f(x)=8x4+3x2-4x+6;

2) f(x)=4cos x+9ex;

3) f(x)=;

4) f(x)=15x-sin x

5) f(x)=cos5x-e-2x

Вычислите интегралы:



**Домашняя контрольная работа по теме «Первообразная. Интегралы. Площади фигур»**

**1 вариант**

1. Показать, что функция

1) F(x)=ex+sinx++3 является первообразной для функции f(x)=ex+cosx+x;

2) F(x)=2tgx+0,5x2+x является первообразной для функции f(x)=

2. Для функции f(x)=2x+4x3-2 найти первообразную, график которой проходит через точку М(1;-2).

3. Вычислите:

1)

4. Найти площадь фигуры, ограниченной:

1) параболой y=4-x2 и осью х;

2) у=х2, х=1, х=2, у=0

**2 вариант**

1. Показать, что функция

1) F(x)=-4х2+8х+2 является первообразной для функции f(x)=x2-8х+8;

2) F(x)=4lnx+ex-cosx является первообразной для функции f(x)=

2. Для функции f(x)=2x+3x2+1 найти первообразную, график которой проходит через точку М(2;1).

3. Вычислите:

1)

4. Найти площадь фигуры, ограниченной:

1) параболой y=2x-x2 и осью х;

2) у=sinx, х=, х=, у=0

**3 вариант**

1. Показать, что функция

1) F(x)=x3+ ex+cosx-5 является первообразной для функции f(x)= 3x2+ex-sinx;

2) F(x)=3ctgx+2x+является первообразной для функции f(x)=

2. Для функции f(x)=4x2+5x-7 найти первообразную, график которой проходит через точку М(0;-2).

3. Вычислите:

1)

4. Найти площадь фигуры, ограниченной:

1) параболой y=x3 , x=-1, x=0, y=0;

2) у=, х=4, х=9, у=0

**4 вариант**

1. Показать, что функция

1) F(x)=6x3+18x2-7cosx+15 является первообразной для функции f(x)= 18x2+36x+7sinx;

2) F(x)=3tgx-ex+4x является первообразной для функции f(x)=

2. Для функции f(x)=-3x2+2x-5 найти первообразную, график которой проходит через точку М(-1;0).

3. Вычислите:

1)

4. Найти площадь фигуры, ограниченной:

1) параболой y=x4 , x=1, x=2, y=0;

2) у=4x-x2 и ось х.

## Глава 17. Объемы тел

**Домашняя контрольная работа по теме «Объемы многогранников и тел вращения»**

**1 вариант**

1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого, равны 10 см и 9 см, а боковое ребро 4 см.

2. Найдите объем прямой призмы АВСА1В1С1, если АВ= 4 дм, ВС=6 дм, <АВС=450, АА1=8 дм.

3. Найдите объем пирамиды с высотой равной 15 см, а основанием является квадрат со стороной 12 см.

4. Пусть h, r, V соответственно высота, радиус основания и объем конуса. Найти h, если r=2 см, V=24 см3.

**2 вариант**

1. Найдите объем прямого параллелепипеда, основанием которого является параллелограмм со сторонами 10 дм и 15 дм, а угол между ними 300, высота параллелепипеда равна 7дм.

2. Найдите объем правильной треугольной призмы АВСА1В1С1, если АВ=6 см, СС1=12см.

3. Найдите объем усеченной правильной пирамиды с высотой 10 см, а стороны оснований равны 6 см и 8 см.

4. Пусть h, r, V соответственно высота, радиус основания и объем цилиндра. Найдите r, если V=81 см3, а h=9 см.

**3 вариант**

1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его основанием является квадрат со стороной 8 см, а боковое ребро равно 9см.

2. Найдите объем прямой призмы АВСDA1B1C1D1, если основанием является ромб с диагоналями 8 дм и 6 дм, а высота призмы равна 14 дм.

3. Найдите объем пирамиды с высотой 14 см, а основанием является треугольник со сторонами 4 см , 5 см и угол между ними 300.

4. Найдите диаметр шара, если его объем равен 36 см3.

**4 вариант**

1. Найдите объем прямого параллелепипеда, если его основанием является ромб со стороной 5 м, один из углов равен 600, а высота равна 10 м.

2. Найдите объем правильной треугольной призмы АВСА1В1С1, если АС=8 см, АА1=18 см.

3. Найдите объем усеченной правильной четырехугольной пирамиды, стороны которого равные 6 см и 9 см, а высота 17 см.

4. Пусть h, r, V соответственно высота, радиус основания и объем конуса. Найти r, если h = 10 см, V=810 см3.

## Глава 18. Статистика

1. В коробке 100 шаров белого и черного цвета. Из нее 60 раз вынули шар, возвращая его каждый раз обрат­но. При этом белый шар появился в 18 случаях. Сколько белых шаров в коробке?

2. Включая в течение месяца телевизор около 150 раз, Вова в 30 случаях попадал на рекламу. Какой про­цент от времени телевизионных трансляций занимает реклама?

3. В Москве около 10 млн. жителей. Сколько жите­лей Москвы празднуют свой день рождения 1 января?

4. Комитет по проведению лотерей утверждает, что среди билетов лотереи «Спринт» половина выигрышных. Женя купил два билета лотереи и ничего не выиграл. Есть ли у Жени повод усомниться в честности её устроителей?

5. Экзамен по истории включает 60 вопросов. Вова утверждает, что подготовил 80% всех вопросов экзамена. Папа задал ему три вопроса, ни на один из которых он не ответил. Есть ли у папы основания подозревать сына во лжи?

# КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Выполнение самостоятельной работы является обязательным условием для допуска к промежуточной аттестации обучающегося.

Для проверки эффективности самостоятельной работы студента необходим ее контроль. К видам контроля относится:

• устный опрос;

• письменные работы.

Устный опрос позволяет оценить знания и кругозор студента, умение логически построить ответ, проявление коммуникативных навыков. Устный опрос ориентирован на оценку знаний. Устный опрос проводится в форме собеседования.

Письменная работа предназначена для проверки выполнения заданий самостоятельной работы, проводится на практических занятиях направлена на оценку сформированных умений.

По итогам устных опросов и проверки письменных работ выставляется оценка по следующей шкале.

Шкала оценивания знаний и умений, сформированных по итогам выполнения самостоятельной работы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Индикаторы компетенции** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **отлично** |
| **Полнота знаний** | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. |
| **Наличие умений** | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. |
| **Уровень сформированности компетенций** | Низкий | Ниже среднего | Средний | Высокий |

# РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

**Перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

**Основные источники**:

*1. Баврин, И. И.*Математика : учебник и практикум для СПО / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 616 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04101-9. <https://www.biblio-online.ru/book/3F803EA3-2037-4108-BEB3-6997D8AFAD9E>

*2.Богомолов, Н. В.*Математика : учебник для СПО / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 396 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-02325-1. <https://www.biblio-online.ru/book/D4B1DE57-5DCA-464F-9D73-2B57AACBD299>

**Дополнительные источники**:

1. [Дадаян А. А.](http://znanium.com/catalog.php?item=goextsearch&title=%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0&school=2#none) Математика[Электронный ресурс]: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-e изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-91134-460-3. - Режим доступа: <http://www.znanium.com/>. – Загл. с экрана.
2. Математика [Электронный ресурс] / А. Г. Луканкин - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru>
3. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 - 11 классы = Рекомендовано Минобрнауки РФ : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и углубленный уровни. - 2-е изд. - М. : Просвещение, 2015. - 255 с. - ISBN 978-5-09-036491-1 : 714-00.  
   1 – аб
4. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 - 11 классы = Рекомендовано Минобрнауки РФ : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и углубленный уровни. - 3-е изд. - М. : Просвещение, 2016. - 255 с. - ISBN 978-5-09-037761-4 : 630-00.  
   1 – аб
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс = Рекомендовано Минобрнауки РФ : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и углубленный уровни. - 3-е изд. - М. : Просвещение, 2016. - 463 с. - ISBN 978-5-09-037071-4 : 740-00. 2 – аб

Приложение №1

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 09.02.04 «Информационные системы (по отраслям)»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | | |
| 2014 и 2015 годы | 2016 год | 2017 год |
| Глава 1. Действительные числа | 9 | 9 | 7 |
| Глава 2. Степенная  функция | 9 | 9 | 8 |
| Глава 3. Показательная функция | 6 | 6 | 6 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 11 | 11 | 10 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 12 | 12 | 6 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 7 | 7 | 6 |
| Глава 7. Комбинаторика | 6 | 6 | 6 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 6 | 6 | 6 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 10 | 10 | 9 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 10 | 10 | 9 |
| Глава 11. Многогранники | 7 | 7 | 7 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 8 | 7 | 7 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 7 | 7 | 7 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 6 | 6 | 7 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 6 | 6 | 7 |
| Глава 16. Интеграл | 6 | 6 | 6 |
| Глава 17. Объемы тел | 6 | 6 | 7 |
| Глава 18. Статистика | 5 | 4 | 4 |
| Всего | 137 | 135 | 125 |

Приложение №2

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 40.02.01 «Право и организация социального обеспечения»

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | | | | |
| 2014 и 2015 годы | 2016 год | 2017 год | 2014 год | 2015 год |
| Глава 1. Действительные числа | 2 | 2 | 7 | 7 | 15 |
| Глава 2. Степенная  функция | 2 | 2 | 8 | 8 | 15 |
| Глава 3. Показательная функция | 2 | 2 | 6 | 8 | 15 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 4 | 4 | 10 | 10 | 15 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 4 | 4 | 8 | 8 | 20 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 2 | 2 | 8 | 8 | 20 |
| Глава 7. Комбинаторика | 2 | 2 | 8 | 8 | 15 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 2 | 2 | 8 | 8 | 15 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 2 | 2 | 9 | 10 | 20 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 2 | 2 | 9 | 9 | 20 |
| Глава 11. Многогранники | 3 | 3 | 7 | 7 | 20 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 2 | 2 | 7 | 7 | 20 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 2 | 2 | 7 | 7 | 20 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 3 | 3 | 7 | 7 | 20 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 3 | 3 | 7 | 7 | 20 |
| Глава 16. Интеграл | 2 | 2 | 8 | 8 | 17 |
| Глава 17. Объемы тел | 2 | 2 | 7 | 7 | 15 |
| Глава 18. Статистика | 4 | 4 | 8 | 8 | 15 |
| Всего | 45 | 45 | 139 | 142 | 317 |

Приложение №3

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 43.02.10 «Туризм»

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы |
| 2016-2017 годы |
| Глава 1. Действительные числа | 7 |
| Глава 2. Степенная  функция | 9 |
| Глава 3. Показательная функция | 8 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 11 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 9 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 7 |
| Глава 7. Комбинаторика | 6 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 6 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 10 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 10 |
| Глава 11. Многогранники | 7 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 8 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 7 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 8 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 7 |
| Глава 16. Интеграл | 8 |
| Глава 17. Объемы тел | 7 |
| Глава 18. Статистика | 4 |
| Всего | 139 |

Приложение №4

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 19.02.10 «Технология продукции общественного питания»

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | | |
| 2014 год | 2015 год | 2016 -2017 годы |
| Глава 1. Действительные числа | 4 | 2 | 2 |
| Глава 2. Степенная  функция | 4 | 2 | 2 |
| Глава 3. Показательная функция | 8 | 4 | 3 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 4 | 4 | 2 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 4 | 4 | 2 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 4 | 2 | 2 |
| Глава 7. Комбинаторика | 4 | 2 | 2 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 4 | 4 | 2 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 4 | 2 | 2 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 4 | 4 | 2 |
| Глава 11. Многогранники | 9 | 9 | 4 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 10 | 10 | 4 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 8 | 8 | 4 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 8 | 8 | 4 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 10 | 10 | 4 |
| Глава 16. Интеграл | 4 | 4 | 2 |
| Глава 17. Объемы тел | 8 | 8 | 4 |
| Глава 18. Статистика | 4 | 4 | 2 |
| Всего | 105 | 91 | 49 |

Приложение №5

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | | | |
| 2015 год | 2016-2017 годы | 2014 год | 2015 год |
| Глава 1. Действительные числа | 6 | 7 | 23 | 15 |
| Глава 2. Степенная  функция | 6 | 8 | 23 | 15 |
| Глава 3. Показательная функция | 6 | 8 | 23 | 15 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 6 | 10 | 23 | 15 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 6 | 10 | 23 | 20 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 6 | 6 | 23 | 20 |
| Глава 7. Комбинаторика | 7 | 4 | 23 | 15 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 7 | 6 | 23 | 15 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 7 | 10 | 23 | 20 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 7 | 10 | 23 | 20 |
| Глава 11. Многогранники | 7 | 8 | 23 | 20 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 7 | 8 | 23 | 20 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 7 | 8 | 23 | 20 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 7 | 6 | 23 | 20 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 7 | 8 | 23 | 20 |
| Глава 16. Интеграл | 7 | 8 | 23 | 17 |
| Глава 17. Объемы тел | 7 | 8 | 20 | 15 |
| Глава 18. Статистика | 5 | 6 | 13 | 15 |
| Всего | 118 | 139 | 401 | 317 |

Приложение №6

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 38.02.04. «Коммерция (по отраслям)»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | |
| 2015 год | 2016-2017 годы |
| Глава 1. Действительные числа | 6 | 10 |
| Глава 2. Степенная  функция | 6 | 10 |
| Глава 3. Показательная функция | 6 | 10 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 6 | 10 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 8 | 10 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 8 | 10 |
| Глава 7. Комбинаторика | 8 | 10 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 8 | 8 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 6 | 6 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 6 | 8 |
| Глава 11. Многогранники | 6 | 6 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 6 | 8 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 6 | 6 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 5 | 6 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 5 | 6 |
| Глава 16. Интеграл | 4 | 6 |
| Глава 17. Объемы тел | 8 | 6 |
| Глава 18. Статистика | 8 | 3 |
| Всего | 116 | 139 |

Приложение №7

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 38.02.07. «Банковское дело»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы | |
| 2015 год | 2016-2017 годы |
| Глава 1. Действительные числа | 6 | 10 |
| Глава 2. Степенная  функция | 6 | 10 |
| Глава 3. Показательная функция | 6 | 10 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 6 | 10 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 8 | 10 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 8 | 10 |
| Глава 7. Комбинаторика | 8 | 10 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 8 | 8 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 6 | 6 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 6 | 8 |
| Глава 11. Многогранники | 6 | 6 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 6 | 8 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 6 | 6 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 5 | 6 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 5 | 6 |
| Глава 16. Интеграл | 4 | 6 |
| Глава 17. Объемы тел | 8 | 6 |
| Глава 18. Статистика | 8 | 3 |
| Всего | 116 | 139 |

Приложение №8

Объем часов самостоятельной работы по темам

для студентов ННГУ обучающихся по специальности среднего профессионального образования 43.02.10 «Туризм»

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Распределение бюджета времени на выполнение самостоятельной работы |
| 2015 год на базе 9 классов очная форма обучения |
| Глава 1. Действительные числа | 6 |
| Глава 2. Степенная  функция | 6 |
| Глава 3. Показательная функция | 6 |
| Глава 4. Логарифмическая функция | 6 |
| Глава 5. Параллельность прямых и плоскостей | 8 |
| Глава 6. Перпендикулярность прямых и плоскостей | 8 |
| Глава 7. Комбинаторика | 8 |
| Глава 8. Элементы теории вероятностей | 8 |
| Глава 9. Тригонометрические формулы | 6 |
| Глава 10. Тригонометрические уравнения | 6 |
| Глава 11. Многогранники | 6 |
| Глава 12. Векторы в пространстве | 6 |
| Глава 13. Тела и поверхности вращения | 6 |
| Глава 14. Производная и ее геометрический смысл | 5 |
| Глава 15. Применение производной к исследованию функции | 5 |
| Глава 16. Интеграл | 5 |
| Глава 17. Объемы тел | 8 |
| Глава 18. Статистика | 8 |
| Всего | 117 |

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ»**

Автор: Мара Эдиковна **Григорян**

***Учебно-методическое пособие***

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23