## 1. Место и цели дисциплины (модуля) «Математика» в структуре ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению подготовки «Прикладная информатика» (квалификация (степень) «бакалавр»).

Дисциплина обязательна для освоения во втором и третьем семестрах. Её изучение опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении алгебры и геометрии в общеобразовательной школе и средних специальных учебных заведениях, элементарной математики в вузе.

Данный курс является математической основой для многих разделов большинства общенаучных и специальных дисциплин таких, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы принятия решений», «Методы моделирования социально-экономических процессов», «Экономика предприятия», «Физика».

Изучение дисциплины «Математика» является важной составной частью подготовки бакалавра и имеет следующие основные цели:

- познакомить студентов с основами аппарата высшей математики для решения теоретических и практических задач;
- воспитать абстрактное мышление, не привязанное к конкретным условиям и обстоятельствам;
- развить логическое мышление, научить строить логические цепочки рассуждений, в начале которых стоят не вызывающие сомнения факты и положения, а в конце – правильные выводы;
- привить высокие стандарты строгости в доказательстве или обосновании результатов исследований;
- формирование научного мировоззрения студентов;
- формирование математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения других общенаучных и специальных дисциплин;
- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить;
- формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении математических моделей и методов для анализа и моделирования сложных систем, процессов, явлений, для поиска оптимальных решений и выбора наилучших способов их реализации.

Важнейшие задачи преподавания математики состоят в том, чтобы на примерах математических объектов и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики, научить студентов приемам исследования и решения математически формализованных задач, привить навыки самостоятельной работы с математической литературой.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) «Математика», соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

| **Формируемые компетенции** (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций** |
|---|---|

| | |
|---|---|
| *ОПК-3*: Обладать способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (начальный и базовый этапы освоения) | В результате освоения дисциплины обучающийся должен:<br>З1 (ОПК-3) ***Знать*** основные разделы курса высшей математики, необходимые для логического осмысления и обработки информации в профессиональной деятельности;<br>У1 (ОПК-3) ***Уметь*** применять на практике знания высшей математики при постановке и решении математических и прикладных задач;<br>В1 (ОПК-3) ***Владеть*** математическим аппаратом, основными методами постановки и решения математических и прикладных задач, необходимыми для профессиональной деятельности. |

## 3. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математика»

Объем дисциплины (модуля) для очной формы обучения составляет 10 зачетных единиц, всего 360 часов, из которых 196 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (64 ч. занятия лекционного типа, 128 ч. практические занятия, 4 ч. контроль самостоятельной работы), 72 ч. - мероприятия промежуточного аттестацииконтроля, 92 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины (модуля)

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего (часы)** | | | В том числе | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** | | | | | | | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** | | |
| | | | | из них | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | **Занятия лекционного типа** | | | **Занятия семинарского типа** | | | **Занятия лабораторного типа** | | | **Всего** | | | | | |
| | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная |
| Введение в анализ (предел последовательности, предел и непрерывность | 28 | | | 6 | | | 12 | | | | | | 18 | | | 10 | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| функции) | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Дифференциальное исчисление функций одной переменной | 34 | | | 8 | | | 16 | | | | | | 24 | | | 10 | | |
| Интегральное исчисление функций одной переменной | 34 | | | 8 | | | 16 | | | | | | 24 | | | 10 | | |
| Линейная алгебра | 34 | | | 8 | | | 16 | | | | | | 24 | | | 10 | | |
| Аналитическая геометрия на плоскости | 22 | | | 4 | | | 8 | | | | | | 12 | | | 10 | | |
| Аналитическая геометрия в пространстве | 28 | | | 6 | | | 12 | | | | | | 18 | | | 10 | | |
| Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 34 | | | 8 | | | 16 | | | | | | 24 | | | 10 | | |
| Обыкновенные дифференциальные уравнения | 40 | | | 10 | | | 20 | | | | | | 30 | | | 10 | | |
| Числовые и функциональные ряды | 30 | | | 6 | | | 12 | | | | | | 18 | | | 12 | | |
| Контроль самостоятельной работы | 4 | | | | | | | | | | | | 4 | | | | | |
| **Промежуточная аттестация - экзамен, экзамен** | 72 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **ИТОГО** | 360 | | | 64 | | | 128 | | | | | | 196 | | | 92 | | |

*Содержание дисциплины по темам*

*Тема 1. Введение в анализ (предел последовательности, предел и непрерывность функции)*

1. Понятие числовой последовательности и её предела. Теоремы о сходящихся последовательностях. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Число $e$. Правила вычисления пределов числовых последовательностей.

2. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Правила вычисления пределов числовых функций.

3. Понятие непрерывности функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Классификация точек разрыва.

*Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.*

1. Производная. Дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемых функций. Геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила дифференцирования. Таблица производных. Производные сложной и обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

2. Теоремы Ферма, Роля, Коши, Лагранжа, их применение. Правила Лопиталя.

3. Исследование функций с помощью методов дифференциального исчисления: условия возрастания и убывания функций, экстремумы функций, направление выпуклости графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования и построения графика функции. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

*Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.*

1. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов. Приемы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование дробно-рациональных функций.

2. Интегральные суммы. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Изменение границ интегрирования при замене переменных. Метод интегрирования по частям для поиска определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Несобственные интегралы I рода.

*Тема 4. Линейная алгебра.*

1. Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства.

2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.

3. Обратная матрица. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы.

4. Критерий совместности неоднородной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капели. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.

5. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

6. Собственные значения и собственные векторы матриц.

7. Квадратичные формы.

*Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости.*

1. Уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых.

2. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет, директрисы и фокусы кривых второго порядка на плоскости.

*Тема 6. Аналитическая геометрия в пространстве.*

1. Понятие вектора. Нулевой вектор. Длина вектора. Классификация векторов в пространстве. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора и точки. Условия коллинеарности двух векторов и компланарности трёх векторов. Линейные операции над векторами в пространстве. Их свойства и выражение через координаты. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства. Выражение через прямоугольные координаты. произведения векторов. Простейшие задачи, решаемые векторно-координатным методом в пространстве.

2. Плоскости в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

3. Виды уравнений прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве.

4. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.

*Тема 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.*

1. Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные первого порядка. Градиент. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы функции от двух переменных.

2. Экстремумы функции двух переменных. Условный экстремум.

*Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения.*

1. Дифференциальное уравнение первого порядка, его геометрическое истолкование, общее решение, начальные условия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

2. Однородные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

3. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

*Тема 9. Числовые ряды и функциональные ряды.*

1. Понятие числового ряда. Частичная сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Основные свойства рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Теоремы сравнения рядов.

2. Признаки Даламбера, Коши. Интегральный признак Коши. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

3. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.

## 4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме лекционных и практических занятий.

Лекционные занятия целесообразно проводить в форме:

- Проблемных лекций, которые предполагают изложение материала через проблемность вопросов, задач или ситуаций. При этом процесс познания происходит в научном поиске, диалоге и сотрудничестве с преподавателем в процессе анализа и сравнения точек зрения и т. д.
- Лекций-конференций: проводятся как научно-практические занятия с заслушиванием докладов и выступлений студентов и слушателей по заранее поставленной проблеме в рамках учебной программы. В заключение преподаватель подводит итоги, дополняет и уточняет информацию, формулирует основные выводы.
- Лекций-визуализаций, предполагающих визуальную подачу материала средствами ТСО или аудио-, видеотехники с развитием или кратким комментированием демонстрируемых визуальных материалов.

- Лекций-провокаций (с заранее запланированными ошибками): рассчитаны на стимулирование студентов к постоянному контролю предлагаемой информации (поиск ошибки: содержательной, методологической, методической, орфографической). В конце лекции проводится диагностика слушателей и разбор сделанных ошибок.

Практическое занятие – это форма организации учебного процесса, при использовании которой обучающиеся по заданию и под руководством преподавателя выполняют одну или несколько практических работ. Дидактическая цель практических занятий - формирование у обучаемых профессиональных умений, а также практических навыков, необходимых для изучения последующих учебных предметов. Содержание практических занятий составляют: решение задач разного рода, расчет и анализ различных показателей, составление и анализ формул, уравнений, обработка результатов многократных измерений и др.

При проведении практических занятий целесообразно использовать следующие образовательные технологии:

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал.
- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.
- Технология обучения в сотрудничестве – реализует идею взаимного обучения, осуществляя как индивидуальную, так и коллективную ответственность за решение учебных задач.

Самостоятельная работа студентов под непосредственным руководством преподавателя занимает большое место в различных формах организации учебного процесса.

Дидактические цели самостоятельных внеаудиторных занятий: закрепление, углубление, расширение и систематизация знаний, полученных во время аудиторных занятий; самостоятельное овладение новым учебным материалом; формирование профессиональных компетенций; формирование компетенций самостоятельного умственного труда; развитие самостоятельности мышления.

Роль этого вида учебной деятельности особенно возрастает в настоящее время, когда перед учебными заведениями поставлена задача формирования у студентов потребности к постоянному самообразованию, навыков самостоятельной познавательной деятельности.

Важнейшим средством формирования компетенций самостоятельной деятельности является выполнение обучающимися различных типов и видов самостоятельных работ. При организации самостоятельной работы студентов целесообразно использовать следующие технологии:

- Включение элементов истории математики в процесс обучения. Некоторые компетенции успешно можно формировать, лишь включая в содержание образования элементы истории математики. К. А. Рыбников определяет историю математики как науку об объективных законах развития математики. По его мнению, на историю математики возлагается решение большого круга задач. В работах историко-математического характера освещается, как возникли математические методы, понятия и идеи, как исторически складывались отдельные математические теории; раскрываются связи математики с практическими потребностями и деятельностью людей, с развитием других наук.
- Метод проектов. Проект в контексте образования есть результативная деятельность, совершаемая в специально организованных педагогом («лабораторных») условиях, которые дают учащемуся возможность действовать самостоятельно, получать результат. Проектное обучение отличается от проблемного тем, что деятельность учащихся имеет характер проектирования, подразумевающего получение конкретного (практического) результата и его публичного предъявления.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной

целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 20% аудиторных занятий (определяется требованиями ФГОС с учетом специфики ООП). Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50 % аудиторных занятий (определяется соответствующим ФГОС).

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины «Математика» проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- повторение пройденного учебного материала, чтение рекомендованной литературы;
- подготовку к практическим занятиям;
- выполнение общих и индивидуальных домашних заданий;
- работу с электронными источниками;
- подготовку к сдаче формы промежуточной аттестации.

План практических занятий может быть следующим:

***II семестр***

***Занятия 1-2.*** *Пределы числовых последовательностей.*
***Занятия 3-4.*** *Пределы числовых функций.*
***Занятие 5-6.*** *Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.*
***Занятия 7.*** *Производная функции. Геометрический смысл производной.*
***Занятие 8.*** *Правило Лопиталя. Дифференциал функции.*
***Занятие 9.*** *Производные и дифференциалы высших порядков.*
***Занятие 10.*** *Формулы Тейлора и Маклорена.*
***Занятие 11.*** *Основные теоремы диффренциального исчисления.*
***Занятия 12-13.*** *Исследование функций с помощью производной.*
***Занятие 14.*** *Задачи на наименьшее и наибольшее значение функции на промежутке.*
***Занятие 15.*** *Неопределённый интеграл. Интегрирование методом разложения.*
***Занятие 16.*** *Интегрирование методом замены переменной.*
***Занятия 17-18.*** *Интегрирование методом «по частям».*
***Занятия 19-20.*** *Интегрирование дробно-рациональных функций.*
***Занятия 21.*** *Определённый интеграл и его приложения.*
***Занятия 22.*** *Несобственные интегралы I рода.*
***Занятие 23***. *Операции над матрицами.*
***Занятие 24.*** *Определители матриц.*
***Занятие 25***. *Обратная матрица. Способы её нахождения.*
***Занятие 26.*** *Системы линейных уравнений. Правило Крамера.*
***Занятие 27.*** *Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.*
***Занятие 28-29.*** *Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.*
***Занятие 30.*** *Собственные значения и собственные векторы матриц.*
***Занятия 31-32.*** *Прямая на плоскости.*

***III семестр***

***Занятия 1-2.*** *Кривые второго порядка.*

***Занятия 3-4.*** *Векторы в пространстве. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение двух векторов. Векторное и смешанное произведения векторов.*

***Занятия 5.*** *Плоскость в пространстве.*

***Занятия 6-7.*** *Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.*

***Занятие 8.*** *Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.*

***Занятия 9-10.*** *Функции нескольких переменных. Область определения. Способы построения графиков.*

***Занятие 11-12.*** *Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменны. Градиент.*

***Занятия 13-14.*** *Экстремумы функции двух переменных.*

***Занятия 15-16.*** *Условный экстремум.*

***Занятия 17-18.*** *Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши.*

***Занятия 19.*** *Однородные дифференциальные уравнения.*

***Занятия 20-21.*** *Линейные дифференциальные уравнения.*

***Занятия 22-23.*** *Уравнения Бернулли.*

***Занятия 24-25.*** *Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.*

***Занятие 26.*** *Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.*

***Занятие 27.*** *Числовые ряды и их свойства.*

***Занятие 28-29.*** *Числовые ряды с неотрицательными членами.*

***Занятие 30.*** *Знакочередующиеся и знакопеременные числовые ряды.*

***Занятие 31.*** *Степенные ряды.*

***Занятие 32.*** *Разложение функций в степенные ряды.*

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется повторить материал предшествующих тем рабочего учебного плана, а также материал предшествующих учебных дисциплин, который служит базой изучаемого раздела данной дисциплины.

Задания для практических занятий и домашних заданий к ним подбираются из учебников списка основной литературы.

Для подготовки к экзаменам обучающимся предлагается следующий перечень вопросов.

### *Вопросы к первому экзамену*

1. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства пределов. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие, сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности.
2. Правила вычисления пределов числовых последовательностей.
3. Определение функции. Предел числовой функции. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Список основных эквивалентностей.
5. Правила вычисления пределов числовых функций.
6. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
7. Определение производной функции в точке. Таблица производных. Правила дифференцирования.
8. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
9. Производные высших порядков. Дифференциалы. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
10. Основные теоремы дифференциального исчисление: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Примеры применения.

11. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций: $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^m$.

12. Нахождение асимптот графика функции.

13. Исследование монотонности функции. Точки экстремума.

14. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба.

15. Схема исследования функции с помощью производной.

16. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

17. Понятие неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.

18. Правила интегрирования. Интегрирование методами разложения и замены переменной.

19. Метод интегрирования по частям.

20. Интегрирование дробно-рациональных функций: интегрирование простейших дробей.

21. Метод неопределенных коэффициентов (интегрирование сложных дробей с помощью простейших).

22. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.

23. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур.

24. Несобственные интегралы первого рода.

25. Понятие матрицы. Виды матриц.

26. Действия над матрицами и их свойства.

27. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.

28. Обратная матрица. Способы её нахождения.

29. Линейная зависимость строк матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы.

30. Системы линейных уравнений. Их виды. Теорема Кронекера-Капели.

31. Квадратные неоднородные системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.

32. Нахождение решений произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

33. Собственные векторы и собственные значения матриц.

34. Уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия совпадения, параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых.

### *Вопросы ко второму экзамену*

1. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Эксцентриситет, директрисы и фокусы кривых второго порядка на плоскости.

2. Векторы в пространстве. Нулевой вектор. Длина вектора. Классификация векторов в пространстве.

3. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора и точки. Условия коллинеарности двух векторов и компланарности трёх векторов.

4. Линейные операции над векторами в пространстве. Их свойства и выражение через координаты.

5. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Основные свойства. Выражение скалярного произведения через прямоугольные координаты.

6. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения через прямоугольные координаты.

7. Простейшие задачи, решаемые векторно-координатным методом в пространстве.

8. Плоскости в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости.

9. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия

параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

10. Виды уравнений прямой в пространстве.
11. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве.
12. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
13. Функции двух переменных: определение, область определения, множество значений. Линии уровня функции от двух переменных.
14. Предел и непрерывность функции от двух переменных.
15. Частные производные функции двух переменных. Градиент.
16. Дифференциал функции двух переменных.
17. Экстремумы функции двух переменных.
18. Условный экстремум функции двух переменных.
19. Дифференциальные уравнения: общее решение, теорема Коши, частное решение, начальные условия.
20. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
21. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.
22. Однородные дифференциальные уравнения.
23. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
24. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
25. Ряды. Необходимый признак сходимости ряда.
26. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: общий признак, признаки сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак Коши.
27. Знакопеременные числовые ряды.
28. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
29. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
30. Разложение функций в степенные ряды: Ряды Тейлора и Маклорена.
31. Разложения в ряд Маклорена основных элементарных функций.

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**6.1.** *Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования (приводятся полные «карты компетенций», в формировании которых участвует дисциплина (модуль) или дается ссылка на них).*

| № п/п | Код компетенции* | Содержание компетенции | Планируемые результаты обучения | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|---|---|
| 1 | ОПК-3 | Обладать способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно- | Знать: основные разделы курса высшей математики. | *Тест, контрольная работа* |
| | | | Уметь: применять на практике знания высшей математики при постановке и решении математических и прикладных задач. | *Тест, контрольная работа* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | коммуникационные технологии в профессиональной деятельности | Владеть: математическим аппаратом, основными методами постановки и решения математических и прикладных задач, необходимыми для профессиональной деятельности. | *Тест, контрольная работа* |
| | | | Мотивация (личностное отношение): демонстрировать готовность выполнять все поставленные задачи. | *Тест, контрольная работа* |

**6.2.** *Описание шкал оценивания*

| **Индикаторы компетенции** | **ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| **Полнота знаний** | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа, обучающегося от ответа. | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Наличие умений** | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа, обучающегося от ответа. | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. |
| **Наличие навыков (владение опытом)** | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа, обучающегося от ответа. | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |
| **Мотивация (личностное отношение)** | Полное отсутствие учебной активности и мотивации | Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставленные задачи качественно отсутствуют. | Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремление решать задачи качественно. | Учебная активность и мотивация проявляются на среднем уровне, демонстрируется готовность выполнять поставленные задачи на среднем уровне качества. | Учебная активность и мотивация проявляются на уровне выше среднего, демонстрируется готовность выполнять большинство поставленных задач на высоком уровне качества. | Учебная активность и мотивация проявляются на высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять все поставленные задачи на высоком уровне качества. | Учебная активность и мотивация проявляются на очень высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять нестандартные дополнительные задачи на высоком уровне качества. |
| **Характ** | Компетен | Компетен | Сформир | Сформиро | Сформирова | Сформиро | Сформиро |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **еристика сформированности компетенции** | ция в не сформирована. отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение. | ция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение. | ованность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач. | ванность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам. | нность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач. | ванность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач. | ванность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач. |
| **Уровень сформированности компетенций** | Нулевой | Низкий | Ниже среднего | Средний | Выше среднего | Высокий | Очень высокий |

**6.3.** *Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.*

Предусмотрены следующие виды контроля знаний, умений и владений обучающихся:

а) Оперативный контроль: проводится с целью определения уровня усвоения лекционного и практического материала в форме проверки домашних заданий и устного опроса студентов еженедельно.

б) Рубежный контроль: направлен на проверку знаний и навыков решения задач, проводится в форме тестов и контрольных работ. По данной дисциплине разработаны контрольные работы по каждому разделу (см. «Фонд оценочных средств» по данной дисциплине).

*Критерии оценки тестов:* в процентном соотношении оценки (по пятибалльной системе) рекомендуется выставлять в следующих диапазонах:

«превосходно» - 100% правильных ответов;
«отлично» – 90-99% правильных ответов;
«очень хорошо» - 81-89% правильных ответов;
«хорошо» – 66-80% правильных ответов;
«удовлетворительно» – 51-65% правильных ответов.
«неудовлетворительно» - 31-50% правильных ответов;
«плохо» - 30% и меньше правильных ответов.

*Критерии оценки контрольных работ:*

оценка «превосходно» выставляется студенту, если он решил безошибочно все задачи, продемонстрировав безупречное владение методами решения;

оценка «отлично» выставляется студенту, если он решил все задачи, но допустил 1-2 незначительные ошибки в решении, которые не относятся к контролируемой теме;

оценка «очень хорошо» выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые может самостоятельно исправить;

оценка «хорошо» выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые самостоятельно исправить не может;

оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он безошибочно решил 50% заданий, с остальными заданиями, либо справился частично, либо не справился совсем;

оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не умеет решать типовые задачи, в его работе менее 50% правильно решённых заданий.

оценка «плохо» выставляется студенту, если он не приступал к решению задач на контрольной работе.

в) Итоговый контроль: направлен на оценку конечного уровня теоретических знаний и умений применять эти знания при решении задач. Проводится в форме устного экзамена по билетам, представленным в «Фонде оценочных средств» по данной дисциплине.

**6.4.** *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.*

*Комплект тестовых заданий*

**Тест 1**

1. Вычислите предел: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$.

   Варианты ответов:

   1) $\dfrac{1}{3}$
   2) $2$
   3) $+\infty$
   4) $0$

2. Вычислите предел: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+1}{4x^2+x-2}$.

   Варианты ответов:

   1) $-\dfrac{1}{2}$

2) $\frac{1}{4}$
3) $-\infty$
4) -3

3. Вычислите предел: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{tg\,2x}$.

Варианты ответов:

1) $-\frac{1}{2}$
2) $\frac{1}{4}$
3) $-\infty$
4) 2,5

4. Вычислите предел: $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{2}{x}}$.

Варианты ответов:

1) $e^2$
2) 0
3) $+\infty$
4) $e$

5. Найти производную функции $y=7x^2+4x-5$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

1) $7x^2+4x-5$
2) $14x+4$
3) $4x-5$
4) 5

6. Найти производную функции $y=e^x\cdot\arcsin x$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

1) $\frac{2x+1}{x^2+x}$
2) $\ln(x^2+x)$
3) $e^x\cdot\arcsin x+e^x\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4) 0

7. Для функции $y=x^3+9x^2+24x+17$ найти точки экстремума.

Варианты ответов:

1) -2; -4
2) -2
3) -4
4) 0; 1

8. Для функции $y=x^3+3x^2-24x-21$ найти точку перегиба.

Варианты ответов:

1) 1
2) 0
3) -1
4) 4

9. Для функции $f(x,y)=5x-3xy+y^3$ найти частные производные первого порядка.

Варианты ответов:

1) $f'_x = 5 - 3y$; $f'_y = -3x + 3y^2$
2) $f'_x = 5 + 3y$; $f'_y = 3x + 3y^2$
3) $f'_x == 5 - 3y$; $f'_y = -3x - 3y^2$
4) $f'_x = 5$; $f'_y = -2$

10. Найти экстремум функции $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$.

Варианты ответов:

1) (-1,1)
2) (1,1)
3) (-1,-1)
4) (1,-1)

11. Найти неопределенный интеграл $\int (x^2 + 2x - 3)dx$.

Варианты ответов:

1) $\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + C$
2) $2x + 2 + C$
3) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$
4) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + C$

12. Найти неопределенный интеграл $\int x \sin x \, dx$.

Варианты ответов:

1) $-x\cos x + \sin x + C$
2) $x\cos x + \sin x + C$
3) $-x\cos x - \sin x + C$
4) $x\cos x - \sin x + C$

13. Решить задачу Коши: $y' = 2^{x-y}$, $y(1) = 1$.

Варианты ответов:

1) $y = -x + C$
2) $y = x + C$
3) $y = x$
4) $y = -x$

14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 12y' + 36y = 0$.

Варианты ответов:

1) $y = e^{-6x}(C_1 - C_2 x)$
2) $y = e^{-6x}(C_1 + C_2 x)$
3) $y = e^{6x}(C_1 + C_2 x)$
4) $y = e^{6x}(C_1 - C_2 x)$

15. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + ...$

Варианты ответов:

1) ряд сходится абсолютно
2) ряд расходится
3) ряд сходится условно
4) ряд не является знакочередующимся

**Тест 2**

1. Найдите матрицу *X*, если известно, что:

$$X*\begin{pmatrix}6 & 8\\1 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}20 & 34\\33 & 77\end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $X=\begin{pmatrix}3 & 2\\4 & 9\end{pmatrix}$

2) $X=\begin{pmatrix}8 & 5\\3 & 7\end{pmatrix}$

3) $X=\begin{pmatrix}3 & 6\\4 & 1\end{pmatrix}$

4) $X=\begin{pmatrix}5 & 1\\3 & 4\end{pmatrix}$

2**.** Найдите матрицу X, если известно, что:

$$\begin{pmatrix}3 & 7\\5 & 12\end{pmatrix}+X=\begin{pmatrix}8 & 3\\1 & 20\end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $X=\begin{pmatrix}5 & 4\\4 & 11\end{pmatrix}$

2) $X=\begin{pmatrix}5 & -4\\-4 & 8\end{pmatrix}$

3) $X=\begin{pmatrix}0 & 5\\8 & 3\end{pmatrix}$

4) $X=\begin{pmatrix}-5 & 1\\3 & 7\end{pmatrix}$

3. Найдите транспонированную матрицу по отношению к матрице

$$\begin{pmatrix}4 & -3 & 6\\8 & 6 & 5\\0 & 3 & -1\end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix}4 & 3 & -1\\8 & 6 & 5\\0 & -3 & 6\end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix}8 & 6 & 5\\0 & 3 & -1\\4 & -3 & 6\end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix}4 & 8 & 0\\-3 & 6 & 3\\6 & 5 & -1\end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix}6 & -3 & 4\\5 & 6 & 8\\-1 & 3 & 0\end{pmatrix}$

4. Матрицу $\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 5\end{pmatrix}$ возвели в степень *n*, и получилась матрица $\begin{pmatrix}35 & 126\\42 & 161\end{pmatrix}$. Чему равно *n*?

Варианты ответов:

1) 4
2) 2
3) 3
4) 5

5. Сопоставьте матрицу и её вид:

1) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

А) Диагональная
Б) Единичная
В) Ступенчатая
Г) Треугольная

6. Произведение матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ на транспонированную по отношению к ней матрицу равно:

Варианты ответов:

1) $\begin{pmatrix} 101 & 43 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 130 & 43 \\ 43 & 72 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 43 & 101 \\ 43 & 29 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 43 & 29 \\ 101 & 43 \end{pmatrix}$

7. Найдите $x$, если известно, что определитель матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ x-3 & 2 & 4 \\ 7 & x-5 & 6 \end{pmatrix}$ равен 14.

Варианты ответов:

1) 3
2) 4
3) 7
4) 1

8. Найдите решение системы линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$

Варианты ответов:

1) (3;1;2)
2) (-2;1;0)
3) (-3;-1;-2)
4) (2;-1;0)

9. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$

Варианты ответов:

1) $(2 + c_1 + 2c_2, 1 - 2c_1 + c_2, c_1, -c_2)$
2) $(2 + c_1 - 2c_2, 1 - 2c_1 - c_2, c_1, c_2)$
3) $(c_1 - 2c_2, 1, c_1, c_2)$
4) (2; -1; 0)

10. Найдите собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов:

1) -1; -2
2) -1; 2
3) 1; 2
4) 1; -2

<u>*Комплект контрольных работ*</u>

## *Тема 1. Введение в анализ (предел последовательности, предел и непрерывность функции)*

### Вариант 1

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2 + x - 4x^3}{5 + x^2 + 3x^3}$;
2. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$;
3. $\lim\limits_{x \to 3} \left( \dfrac{1}{x - 3} - \dfrac{6}{x^2 - 9} \right)$;
4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin \frac{x}{2}}{x}$;

5. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{3n}$.

**Вариант 2**

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{8x^5+3x^3+2}{4x^5+2x^3-3}$;
2. $\lim\limits_{x\to5}\frac{x^2-3x-10}{x^3-125}$;
3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{3}{1-x^3}\right)$;
4. $\lim\limits_{x\to0}3x\cdot ctg\frac{x}{2}$;
5. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^n-5^n}{4^n+5^n}$.

### *Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной*

**Вариант 1**

1. Издержки производства некоторой продукции определяются функцией $y=5x^2+80x$, где $x$ - число единиц произведённой за месяц продукции. Эта продукция продаётся по цене 280 руб. за изделие. Сколько изделий нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а $y=\frac{x^4}{4}-2x^2$;

б. $y=x-\ln x$.

**Вариант 2**

1. На монопольном рынке спрос на некоторый товар определяется следующей функцией: $y=780-2x-0{,}1x^2$, где $x$ - число единиц товара. Найти максимальную прибыль, если средние издержки производства этого товара составляют $\overline{C}(x)=\frac{1000}{x}+500+2x$. При каком значении цены прибыль максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а. $y=x+arctgx$;

б. $y=\frac{x^2}{x^2-1}$.

### *Тема 3. Интегральное исчисление функции от одной переменной*

**Вариант 1**

1. Функция предельных издержек некоторой продукции имеет вид $C'(x)=30xe^{0{,}001x^2}$. Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 20000 рублей.

2. Вычислите неопределённые интегралы:

а. $\int\left(\sqrt{x}-5\right)^2dx$; б. $\int\frac{3}{(1+5x)^4}dx$; в. $\int\left(x^2+3x+2\right)\ln xdx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$;

б) $y = x^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$;

в) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$.

4. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость:

а) $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$;

б) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$.

**Вариант 2**

1. Функция предельной прибыли некоторой продукции имеет вид $P'(x) = 25 - 0{,}004x$. Прибыль предприятия составляет 35,8 тыс. руб., если продано 1200 изделий. Найти функцию прибыли.

2. Вычислите неопределённые интегралы:

а) $\int (x-5)^3 dx$; б) $\int x \cos 2x dx$; в) $\int \frac{7x - 15}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4 - x^2$, $y = 0$;

б) $y = x^2$, $y = 2 - x^2$;

в) $y = \sin 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1$, где $\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

4. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость:

а) $\int\limits_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$;

б) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}$;

в) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.

## *Тема 4. Линейная алгебра*

**Вариант 1**

1. Решите систему уравнений двумя способами: методом обратной матрицы и методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Решите систему уравнений двумя способами: методом обратной матрицы и методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1. \end{cases}$$

### *Тема 5. Аналитическая геометрия на плоскости*

#### Вариант 1

1. Известны функции предложения и спроса: $S: p = x + 7$, $D: p = 2x + 8$. Найдите точку рыночного равновесия. Постройте графики.

2. Треугольник $ABC$ задан своими вершинами $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$. Постройте треугольник на координатной плоскости. Составьте уравнения:

a. трех его сторон;

b. длину медианы $BM$;

c. прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно противоположным сторонам;

d. серединного перпендикуляра к стороне $AB$;

e. высот треугольника.

3. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:

a. $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 13 = 0$;

b. $y^2 - 8y = 4x$;

c. $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 161 = 0$;

d. $x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 2 = 0$.

#### Вариант 2

1. Известны функции предложения и спроса: $S: 3p - 2x = 7$, $D: 10p + x = 8$. Найдите точку рыночного равновесия. Постройте графики.

2. Треугольник $ABC$ задан своими вершинами $A(3;6)$, $B(-1;3)$, $C(2;-1)$. Постройте треугольник на координатной плоскости. Составьте уравнения:

a. трех его сторон;

b. медианы $BM$;

c. прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно противоположным сторонам;

d. серединного перпендикуляра к стороне $AB$;

e. высот треугольника.

3. Постройте кривые второго порядка и отметьте их элементы:

a. $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$;

b. $x^2 + 4x + 2y + 4 = 0$;

c. $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$;
d. $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$.

### *Тема 6. Аналитическая геометрия в пространстве*

**Вариант 1**

1. Найдите расстояние от точки $M(2;-1;3)$ до прямой $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$.

2. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;3;5)$ и прямую $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

3. Постройте плоскость $\pi: x + y - z = 0$ и прямую, проходящую через точки $M_1(0;0;4)$ и $M_2(2;2;0)$. Найдите точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

**Вариант 2**

1. Вычислите угол между прямой $l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{0}$ и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(1;1;-1)$.

2. Докажите перпендикулярность прямых $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $l_2: \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}$

3. Напишите уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

### *Тема 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных*

**Вариант 1**

1. Найдите частные производные функции: а. $z = x^2y^3 + x^3y$; б. $z = \frac{xy}{x+y}$.
2. Вычислите $\overrightarrow{gradz}$; $dz$ и $d^2z$, если $z = y \cdot e^{y-x}$.
3. Найдите экстремумы функции $z = xy(1 - x - y)$.
4. Найдите условный экстремум функции $z = e^{x+2y}$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.

**Вариант 2**

1. Найдите частные производные функции: а. $z = xe^{-xy}$; б. $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
2. Вычислите $\overrightarrow{gradz}$; $dz$ и $d^2z$, если $z = x \cdot \sin^2 y$.
3. Найдите экстремумы функции $z = x^3 - y^3 - 3xy$.
4. Найдите условный экстремум функции $z = \cos^2 x + \cos^2 y$ при условии $y - x = \frac{\pi}{4}$.

### *Тема 8. Дифференциальные уравнения.*

**Вариант 1**

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:
   а. $x\sqrt{5+y^2}\,dx + y\sqrt{1+x^2}\,dy = 0$;
   б. $x^2 dy = \left(y^2 + xy\right)dx$;
   в. $\left(3x^2 + 2y\right)dx + \left(2x - 3\right)dy = 0$;
   г. $y' + y\cos x = \sin 2x$;
   д. $y' + xy = x^3 y^3$;
   е. $y'' + y' - 2y = 0$;
   ж. $y'' - 4y' + 13y = 0$;
   з. $y'' - 4y' + 4y = 0$.

**Вариант 2**

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:
   а. $y' + 2xy = 2x$;
   б. $-3xdx - 2xy^2 dx = 3x^2 ydy$;
   в. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx$;
   г. $\left(x + y\right)dx + xdy = 0$;
   д. $y' - y\sin x = y^2 e^{\cos x}$;
   е. $y'' - 3y' - 4y = 0$;
   ж. $y'' + 8y' + 16y = 0$;
   з. $y'' + 4y' = 0$.

## *Тема 9. Числовые и функциональные ряды*

**Вариант 1**

1. Исследуйте на сходимость числовой ряд:
   а. $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \ldots$;
   б. $\frac{(1!)^2}{3!} + \frac{(2!)^2}{5!} + \frac{(3!)^2}{7!} + \frac{(4!)^2}{9!} + \ldots$;
   в. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n - \sin n}$;
   г. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-2}{n^3}$;
   д. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n}{3^n}$.

2. Исследуйте на сходимость знакочередующийся ряд:
   а. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln^3 n}$;
   б. $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n-1)^2}{n^2+1}$.

3. Найдите область сходимости степенного ряда:

а. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$;

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{(2n-1)!}$.

**Вариант 2**

1. Исследуйте на сходимость ряд:

а. $\frac{2 \cdot 1!}{1^1} + \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3} + \frac{2^4 \cdot 4!}{4^4} + \ldots$

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{10^n + n}$;

в. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{1+n^4}$;

г. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{arctgn}{1+n^2}$;

д. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n)^n}$.

2. Исследуйте на сходимость знакочередующийся ряд:

а. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$;

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^5}}$.

3. Найдите область сходимости степенного ряда:

а. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$;

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^{n+1}}{n+1}$.

**6.5.** *Методические материалы, определяющие процедуру оценивания.*

Процедуру оценивания регламентируют следующие материалы:

1. Положение о фонде оценочных средств образовательной программы в Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

2. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

С целью определения уровня овладения компетенцией, закрепленной за дисциплиной, в заданные преподавателем сроки проводится текущий и итоговый контроль знаний, умений и навыков каждого обучающегося. Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях. Исключение составляет устный опрос, который может проводиться в начале или конце лекционного занятия в течение 15-20 мин. с целью закрепления знаний по дисциплине.

Процедура оценивания компетенций обучающихся основана на следующих принципах:

1. Периодичность проведения оценки.

2. Многоступенчатость: при выставлении оценки учитываются мнение преподавателя, студентов группы и самооценка обучающегося, проводится обсуждение результатов и комплекс мер по устранению недостатков.

3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзаменов.

Экзамен проводится в устной форме по утверждённым заведующим кафедрой (директором филиала) билетам. Обязательной является подготовка студентом развёрнутого ответа по существу вопросов экзаменационного билета, на что отводится не менее 45 минут. На экзамене не допускается наличие у обучающихся посторонних предметов, в том числе технических устройств (мобильных телефонов и пр.), пользование которыми может затруднить либо сделать невозможной объективную оценку результатов промежуточной аттестации. Обучающиеся, нарушившие правила проведения экзамена, по решению экзаменатора и заведующего соответствующей кафедрой могут быть удалены из аудитории. При этом в экзаменационную ведомость удалённому с экзамена студенту проставляется оценка «неудовлетворительно». При проведении экзамена в устной форме по экзаменационным билетам оцениваются общее понимание студентом содержания и структуры вопроса, полнота раскрытия каждого из элементов вопроса, степень владения базовой терминологией, понимание применимости и особенностей практического использования излагаемых теоретических положений, умение применять знания теоретического материала при решении математических и прикладных задач различных уровней сложности. Экзаменатор для уточнения оценки вправе задавать дополнительные вопросы, предусмотренные рабочей программой, давать дополнительные практические задания.

Условиями оценивания результатов освоения дисциплины являются:

- валидность (объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения);
- полнота и адекватность отображения требований образовательного стандарта и ООП;
- надежность (использование единообразных стандартов и критериев оценивания);
- справедливость (разные студенты должны иметь равные возможности добиться успеха);
- эффективность (не отнимать много времени у студентов и преподавателей);
- обеспечение решения оценочной задачи.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Данилов Ю.М. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н.В., Нуриева С.Н., Под.ред. Журбенко Л.Н., Никоновой Г.А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=539549). [Дата обращения: 03.09.2018]

2. Журбенко Л. Н. Математика в примерах и задачах: Учебное пособие / Журбенко Л.Н., Никонова Г.А., Никонова Н.В., Дегтярева О.М. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 372 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=484735). [Дата обращения: 03.09.2018]

3. Красс М.С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 472 с. (доступно в ЭБС «**Znanium.com**», режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=558399) . [Дата обращения: 03.09.2018]

б) дополнительная литература:

1 Денищева, Л. О. Теория и методика обучения математике в школе [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л. О. Денищева, А. Е. Захарова, И. И. Зубарева и др.; под общей

редакцией Л. О. Денищевой. - 2-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 247 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=501984) [Дата обращения: 03.09.2018]

2 Малыхин В.И.Высшая математика: Учебное пособие / В.И. Малыхин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 365 с.:(доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа http://znanium.com/bookread2.php?book=453924 [Дата обращения: 03.09.2018]

3 Лурье Т.П. Высшая математика: Практикум / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 160 с.:(доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа

http://znanium.com/bookread2.php?book=368074 [Дата обращения: 03.09.2018]

4 Шипачев В.С.Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.:(доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа

http://znanium.com/bookread2.php?book=469720 [Дата обращения: 03.09.2018]

5 Ячменёв Л.Т. Высшая математика: Учебник - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 752 с. (доступно в ЭБС «Znanium.com», режим доступа:

http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=344777 ) [Дата обращения: 03.09.2018]

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Пакет прикладных программ Microsoft Office
3. Правовая система «Консультант плюс»
4. Правовая система «Гарант».

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Реализация программы предполагает наличие:

- аудиторий для лекционных и практических занятий с необходимым оборудованием;
- компьютерного класса, имеющего компьютеры, объединенные сетью с выходом в Интернет;
- лицензионного (операционная система Microsoft Windows, пакет прикладных программ Microsoft Office) и свободно распространяемого программного обеспечения.
- интернет браузеров (Mozilla Firefox, Google Chrome, Safari, Opera),
- свободного пакета офисных приложений Open Office.

В ходе проведения занятий рекомендуется использовать компьютерные иллюстрации для поддержки различных видов занятий, подготовленные с использованием Microsoft Office или других средств визуализации материала.

Доступ к электронным информационным ресурсам осуществляется в компьютерном классе и библиотеке филиала.

**Специальные условия организации обучения по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Организация обучения по дисциплине инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья при наличии таких обучающихся путем создания специальных условий для получения образования.

Профессорско-преподавательский состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии).

В соответствии с Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса, утв. Минобрнауки РФ 08.04.2014 АК-44/05вн при изучении дисциплины предполагается использование социально-активных и рефлексивных методов

обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При освоении дисциплины используются различные сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности обучающихся для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций. Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей. По личной просьбе обучающегося с ограниченными возможностями здоровья, изложенной в форме письменного заявления, по дисциплине предусматриваются:

- замена устного ответа на письменный ответ при сдаче зачета или экзамена;
- увеличение продолжительности времени на подготовку к ответу на зачете или экзамене;
- при подведении результатов промежуточной аттестации студентов выставляется максимальное количество баллов за посещаемость аудиторных занятий.