1. Место и цели дисциплины (модуля) «Линейная алгебра и методы оптимизации» в структуре ОПОП

Дисциплина «Линейная алгебра и методы оптимизации» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» (квалификация (степень) «бакалавр») и обязательна для освоения во втором семестре.

Целями изучения дисциплины являются:

- ознакомление с основами матричного представления информации и операций с ними;
- обучение практическим навыкам решения экономических и прикладных задач с применением аппарата линейной алгебры и методов оптимизации;
- формирование у студентов теоретических знаний, необходимых для изучения других математических дисциплин;
- ·введение в математическую проблематику, связанную с применением количественных методов для принятия рациональных решений в экономике и других областях деятельности;
- знакомство с основными классами оптимизационных математических моделей;
- выработка навыков построения математических моделей для практических задач принятия решений;

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра и методы оптимизации», соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-3 способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (начальный этап освоения)	З1 (ОПК-3) **Знать** основные разделы курса линейной алгебры, необходимые для профессиональной деятельности; У1 (ОПК-3) **Уметь** применять на практике знания линейной алгебры и ЛП при постановке и решении математических и прикладных задач; В1 (ОПК-3) **Владеть** математическим аппаратом, основными методами постановки и решения математических и прикладных задач, необходимыми для профессиональной деятельности.
ПК-7 способность проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач (начальный этап освоения)	З2 (ПК-7) **Знать** основные разделы курса линейной алгебры и методов оптимизации, необходимые для описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач; У2 (ПК-7) **Уметь** применять математические модели для решения прикладных задач и описания прикладных процессов; В2 (ПК-7) **Владеть** навыками построения математические моделей при решении прикладных задач и описании прикладных процессов.
ПК-18 способность принимать участие в организации ИТ-инфраструктуры и управлении информационной безопасностью	З3 (ПК-18) **Знать** организацию ИТ- инфраструктуры; У3 (ПК-18) **Уметь** применять методы оптимизации для управления информационной безопасностью; В3 (ПК-18) **Владеть** навыками построения математические моделей управления

3. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Линейная алгебра и методы оптимизации»

Объем дисциплины (модуля) для очной формы обучения составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 66 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 ч. занятия лекционного типа, 32 ч. занятия семинарского типа, 2 ч. контроль самостоятельной работы), 36 ч. - мероприятия промежуточного контроля, 6 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося..

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	**Всего (часы)**			В том числе														
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы												**Самостоятельная работа обучающегося, часы**		
форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)				из них														
				Занятия лекционного типа			**Занятия семинарского типа**			**Занятия лабораторного типа**			**Всего**					
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная
Матричная алгебра.	17			8			8						16			1		
Системы линейных алгебраических уравнений.	17			8			8						16			1		
Векторная алгебра.	9			4			4						8			1		
Общая постановка задач ЛП. Геометрический метод решения задач ЛП.	9			4			4						8			1		
Симплексный метод	9			4			4						8			1		
Двойственные задачи	9			4			4						8			1		
В т. числе текущий контроль успеваемости	2												2					
Промежуточная аттестация -	36																	

экзамен																		
ИТОГО	108			32			32						66			6		

Содержание дисциплины по темам

Тема 1. Матричная алгебра.

Определение матрицы. Частные виды матриц. Транспонирование матриц. Операции над матрицами: умножение на число, сложение и умножение матриц. Определители второго и третьего порядков. Определители любого порядка.

Свойства и вычисление определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Обратная матрица. Алгоритмы нахождения обратной матрицы и условия ее существования. Понятие о ранге матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений..

Понятие о системе m уравнений с n неизвестными. Условие совместности системы линейных уравнений. Методы решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод элементарных преобразований Гаусса. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

Тема 3. Векторная алгебра.

Векторы и операции над ними. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейная зависимость и независимость векторов, их свойства. Координаты точки и вектора на плоскости. Система координат в пространстве. Разложение вектора по базису. Деление отрезка в данном отношении. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина отрезка. Векторное произведение векторов. Ориентация векторов в пространстве. Смешанное произведение векторов.

Тема 4. Общая постановка задач ЛП. Геометрический метод решения задач ЛП

Экономико-математическая модель. Примеры задач ЛП в экономике и управлении. Общая задача ЛП. Геометрический метод решения задач ЛП.

Тема 5. Симплексный метод.

Геометрическая интерпретация симплексного метода. Определение экстремума линейной функции. Симплексные таблицы. Метод искусственного базиса.

Тема 6. Двойственные задачи.

Экономическая интерпретация задачи, двойственной задаче об использовании ресурсов. Взаимно двойственные задачи ЛП. Первая и вторая теоремы двойственности. Объективно обусловленные оценки.

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме лекционных и практических занятий.

Лекционные занятия целесообразно проводить в форме:

- Проблемных лекций, которые предполагают изложение материала через проблемность вопросов, задач или ситуаций. При этом процесс познания происходит в

научном поиске, диалоге и сотрудничестве с преподавателем в процессе анализа и сравнения точек зрения и т. д.

- Лекций-конференций: проводятся как научно-практические занятия с заслушиванием докладов и выступлений студентов и слушателей по заранее поставленной проблеме в рамках учебной программы. В заключение преподаватель подводит итоги, дополняет и уточняет информацию, формулирует основные выводы.
- Лекций-визуализаций, предполагающих визуальную подачу материала средствами ТСО или аудио-, видеотехники с развитием или кратким комментированием демонстрируемых визуальных материалов.
- Лекций-провокаций (с заранее запланированными ошибками): рассчитаны на стимулирование студентов к постоянному контролю предлагаемой информации (поиск ошибки: содержательной, методологической, методической, орфографической). В конце лекции проводится диагностика слушателей и разбор сделанных ошибок.

Практическое занятие – это форма организации учебного процесса, при использовании которой обучающиеся по заданию и под руководством преподавателя выполняют одну или несколько практических работ. Дидактическая цель практических занятий - формирование у обучаемых профессиональных умений, а также практических навыков, необходимых для изучения последующих учебных предметов. Содержание практических занятий составляют: решение задач разного рода, расчет и анализ различных показателей, составление и анализ формул, уравнений, обработка результатов многократных измерений и др.

При проведении практических занятий целесообразно использовать следующие образовательные технологии:

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал.
- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.
- Технология обучения в сотрудничестве – реализует идею взаимного обучения, осуществляя как индивидуальную, так и коллективную ответственность за решение учебных задач.

Самостоятельная работа студентов под непосредственным руководством преподавателя занимает большое место в различных формах организации учебного процесса.

Дидактические цели самостоятельных внеаудиторных занятий: закрепление, углубление, расширение и систематизация знаний, полученных во время аудиторных занятий; самостоятельное овладение новым учебным материалом; формирование профессиональных компетенций; формирование компетенций самостоятельного умственного труда; развитие самостоятельности мышления.

Роль этого вида учебной деятельности особенно возрастает в настоящее время, когда перед учебными заведениями поставлена задача формирования у студентов потребности к постоянному самообразованию, навыков самостоятельной познавательной деятельности.

Важнейшим средством формирования компетенций самостоятельной деятельности является выполнение обучающимися различных типов и видов самостоятельных работ. При организации самостоятельной работы студентов целесообразно использовать следующие технологии:

- Включение элементов истории математики в процесс обучения. Некоторые компетенции успешно можно формировать, лишь включая в содержание образования элементы истории математики. К. А. Рыбников определяет историю математики как науку об объективных законах развития математики. По его мнению, на историю математики возлагается решение большого круга задач. В работах историко-математического характера освещается, как возникли математические методы, понятия и идеи, как исторически

складывались отдельные математические теории; раскрываются связи математики с практическими потребностями и деятельностью людей, с развитием других наук.

- Метод проектов. Проект в контексте образования есть результативная деятельность, совершаемая в специально организованных педагогом («лабораторных») условиях, которые дают учащемуся возможность действовать самостоятельно, получать результат. Проектное обучение отличается от проблемного тем, что деятельность учащихся имеет характер проектирования, подразумевающего получение конкретного (практического) результата и его публичного предъявления.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 20% аудиторных занятий (определяется требованиями ФГОС с учетом специфики ООП). Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50 % аудиторных занятий (определяется соответствующим ФГОС).

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины «Линейная алгебра и методы оптимизации» проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- повторение пройденного учебного материала, чтение рекомендованной литературы;
- подготовку к практическим занятиям;
- выполнение общих и индивидуальных домашних заданий;
- работу с электронными источниками;
- подготовку к сдаче формы промежуточной аттестации.

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется повторить материал предшествующих тем рабочего учебного плана, а также материал предшествующих учебных дисциплин, который служит базой изучаемого раздела данной дисциплины.

Задания для практических занятий подбираются из учебников списка основной литературы.

Для подготовки к экзамену обучающимся предлагается следующий перечень вопросов.

Контрольные вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

1. Понятие комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Геометрическое изображение комплексного числа. Арифметические действия над комплексным числом.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа (формула Муавра). Формула Эйлера.
3. Многочлены и операции над ними. Определение корня.
4. Определение рациональной дроби. Разложение рациональной дроби на целую часть и элементарные дроби.
5. Матрицы и операции над ними.
6. Определители второго и третьего порядка. Свойства определителей.
7. Миноры и алгебраические дополнения. Теоремы о разложении определителя.

8. Обратная матрица.
9. Ранг матрицы. Свойства ранга. Методы нахождения ранга.
10. Основные понятия о системе линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса - метод последовательного исключения неизвестных.
11. Метод обратной матрицы. Метод Крамера.
12. Критерий совместности СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли и ее следствие.
13. Линейные пространства. Линейно независимые системы.
14. Однородные СЛУ. Фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной СЛУ.
15. Основные понятия вектора. Действия над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Необходимое и достаточное условия коллинеарности двух векторов. Необходимое и достаточное условия компланарности трех векторов.
16. Линейная зависимость и независимость векторов.
17. Координаты точки и вектора на плоскости. Базис. Система координат в пространстве. Полярная система координат.
18. Деление отрезка в заданном отношении. Проекция вектора на ось (свойства).
19. Прямоугольные декартовы координаты вектора в пространстве. Длина вектора. Направляющие косинусы.
20. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина отрезка.
21. Ориентация векторов в пространстве. Векторное произведение и его свойства.
22. Векторное произведение в прямоугольной системе координат. Задача о нахождении площади параллелограмма.
23. Смешанное произведение и его свойства.
24. Общая постановка конечномерной задачи оптимизации.
25. Примеры постановок оптимизационных задач в экономике.
26. Виды экстремумов.
27. Задача математического программирования.
28. Задача линейного программирования.
29. Графический метод решения задач математического программирования.
30. Построение двойственной задачи к задаче линейного программирования.
31. Возможные интерпретации двойственной задачи и двойственных переменных (на примере задачи линейного программирования).
32. Основная теорема двойственности.
33. Формы записи задачи линейного программирования.
34. Теорема двойственности в задачах линейного программирования.
35. Решение задач линейного программирования на основе теории двойственности.
36. Симплекс-метод: основные понятия (опорная точка, базис опорной точки).
37. Симплекс-метод: параметры симплекс метода.
38. Симплекс-метод: правило оптимальности.
39. Симплекс-метод: правило отсутствия решения.
40. Симплекс-метод: правило перехода к новой вершине.
41. Организация ручного счета по симплекс-методу (симплекс-таблицы).
42. Метод искусственного базиса.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. *Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования (приводятся полные «карты компетенций», в формировании которых участвует дисциплина (модуль) или дается ссылка на них).*

№ п/п	Код компетенции*	Содержание компетенции	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ОПК-3 (начальный этап освоения)	Обладать способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	Знать: основные разделы курса линейной алгебры, необходимые для профессиональной деятельности и.	*Тест, контрольная работа*
			Уметь: применять на практике знания линейной алгебры и ЛП при постановке и решении математических и прикладных задач.	
			Владеть: математическим аппаратом, основными методами постановки и решения математических и прикладных задач, необходимыми для профессиональной деятельности.	
			Мотивация (личностное отношение): демонстрировать готовность выполнять все поставленные задачи.	
5	ПК-7 (начальный этап освоения)	Обладать способностью проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Знать: основные разделы курса линейной алгебры и методов оптимизации, необходимые для описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач.	*Тест, контрольная работа*
			Уметь: применять математические модели для решения прикладных задач и описания прикладных процессов	
			Владеть: навыками построения математические моделей при решении	

			прикладных задач и описании прикладных процессов	
			Мотивация (личностное отношение): демонстрировать готовность выполнять все поставленные задачи.	
9	ПК-18		Знать организацию ИТ-инфраструктуры	*Контрольная работа*
			Уметь применять методы оптимизации для управления информационной безопасностью	
			Владеть навыками построения математические моделей управления	
			Мотивация (личностное отношение): демонстрировать готовность выполнять все поставленные задачи.	

6.2. *Описание шкал оценивания*

Индикаторы компетенции	**ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
Полнота знаний	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа, обучающегося от ответа.	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

Наличие умений	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа, обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов.
Наличие навыков (владение опытом)	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа, обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Мотивация (личностное отношение)	Полное отсутствие учебной активности и мотивации	Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставленные задачи качественно отсутствуют.	Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремление решать задачи качественно.	Учебная активность и мотивация проявляются на среднем уровне, демонстрируется готовность выполнять поставленные задачи на среднем уровне качества.	Учебная активность и мотивация проявляются на уровне выше среднего, демонстрируется готовность выполнять большинство поставленных задач на высоком уровне качества.	Учебная активность и мотивация проявляются на высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять все поставленные задачи на высоком уровне качества.	Учебная активность и мотивация проявляются на очень высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять нестандартные дополнительные задачи на высоком уровне качества.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в не сформирована. отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостато	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющих	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний,	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний,	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений,

	практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение.	чно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение.	ся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач.
Уровень сформированности компетенций	Нулевой	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий	Очень высокий

6.3. *Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.*

Предусмотрены следующие виды контроля знаний, умений и владений обучающихся:

а) Оперативный контроль: проводится с целью определения уровня усвоения лекционного и практического материала в форме проверки домашних заданий и устного опроса студентов еженедельно.

б) Рубежный контроль: направлен на проверку знаний и навыков решения задач, проводится в форме теста и контрольных работ. По данной дисциплине разработаны контрольные работы по каждому разделу (см. «Фонд оценочных средств» по данной дисциплине).

Критерии оценки тестов: в процентном соотношении оценки рекомендуется выставлять в следующих диапазонах:

«превосходно» - 100% правильных ответов;
«отлично» – 90-99% правильных ответов;
«очень хорошо» - 81-89% правильных ответов;
«хорошо» – 66-80% правильных ответов;
«удовлетворительно» – 51-65% правильных ответов.
«неудовлетворительно» - 31-50% правильных ответов;
«плохо» - 30% и меньше правильных ответов.

Критерии оценки контрольных работ:

оценка «превосходно» выставляется студенту, если он решил безошибочно все задачи, продемонстрировав безупречное владение методами решения;

оценка «отлично» выставляется студенту, если он решил все задачи, но допустил 1-2 незначительные ошибки в решении, которые не относятся к контролируемой теме;

оценка «очень хорошо» выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые может самостоятельно исправить;

оценка «хорошо» выставляется студенту, если он достаточно хорошо применяет теоретический материал при решении задач, но допускает 1-2 заметные ошибки в решении, которые самостоятельно исправить не может;

оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он безошибочно решил 50% заданий, с остальными заданиями, либо справился частично, либо не справился совсем;

оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не умеет решать типовые задачи, в его работе менее 50% правильно решённых заданий.

оценка «плохо» выставляется студенту, если он не приступал к решению задач на контрольной работе.

в) Итоговый контроль: направлен на оценку конечного уровня теоретических знаний и умений применять эти знания при решении задач. Проводится в форме устного экзамена по билетам, представленным в «Фонде оценочных средств» по данной дисциплине.

6.4. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.*

Тестовые задания для оценки компетенции ***ОПК-3, ПК-7***

1. Верно ли утверждение: однородная система линейных уравнений является несовместной?

1) да;
2) нет;
3) не всегда.

2. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда

1) ранг основной матрицы не равен рангу расширенной матрицы;
2) ранг основной матрицы равен сумме элементов по строкам расширенной матрицы;
3) ранг основной матрицы равен рангу расширенной матрицы.

3. Система $AX=B$ несовместна, когда

1) имеет единственное нулевое решение;
2) не имеет решений;
3) имеет единственное ненулевое решение.

4. Система $AX=B$ называется неопределенной, когда:

1) имеет бесконечно много решений;
2) имеет единственное ненулевое решение;
3) не имеет решений.

5. Определитель матрицы порядка $n\times n$ представляет собой сумму:

1) n^2 слагаемых;
2) $n!$ слагаемых;
3) n слагаемых.

6. При транспонировании определитель:

1) не меняется;

2) меняет знак;
3) нет верного варианта ответа.

7. Определитель равен нулю тогда, когда:

1) содержит нулевую строку (столбец);
2) содержит две одинаковые строки (столбца);
3) верны все варианты ответов.

8. Обратной матрицей A^{-1} для квадратной матрицы A называется:

1) матрица составленная из обратных величин к матрице A;
2) $A^{-1}A = AA^{-1} = E$;
3) транспонированная матрица, составленная из величин обратных к элементам матрицы A.

9. При умножении двух матриц 4-го порядка получается матрица:

1) 4×4;
2) 8×8;
3) 16×16

10. Матрица A вырождена тогда и только тогда, когда:

1) существует обратная матрица A^{-1};
2) ранг матрицы A не совпадает с её порядком;
3) сумма элементов матрицы равна нулю.

11. Если матрицу A n-го порядка умножить на константу K, то её определитель умножается на:

1) K^n;
2) $K!$;
3) K.

12. При сложении двух матриц порядка $n\times n$ получается матрица:

1) $n\times n$;
2) $2n\times2n$;
3) $n^2\times n^2$.

13. Рангом матрицы называется:

1) определитель матрицы, отличный от нуля;
2) наибольший из порядков её миноров, отличных от нуля;
3) наибольший из порядков её миноров, равных нулю.

14. При элементарных преобразованиях матрицы ранг матрицы:

1) меняет знак;
2) не меняется;
3) уменьшается на единицу;

4) нет верного варианта ответа.

15. Минором M_{ij} матрицы A называется:

1) определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A i-ой строки и j-го столбца;
2) множитель в разложении определителя по i-ой строки и j-му столбцу;
3) определитель матрицы, получаемый при вычеркивании в матрице A j-ой строки и i -го столбца.

16. Укажите совместные системы:

а) $\begin{cases} -x+z=1, \\ x-z=1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3y+4z=2, \\ 5y+7z=3, \\ 2y+3z=1. \end{cases}$

1) б;
2) а, б;
3) а.

17. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$.

1) -6;
2) -5;
3) 10.

18. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

1) 0;
2) 1;
3) -3;

19. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$.

1) 4;
2) 3;
3) 2.

20. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 5 & 5 \\ -1 & -9 & -4 & -7 \end{pmatrix}$.

1) 1;
2) 2;
3) 3;

21. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

1) 5;
2) 0;
3) -5.

22. Известно, что $A_{34} \cdot B_{45} = C_{ml}$. Чему равны m и l – размеры матрицы С?

1) m=4, l=4;
2) m=3, l=4;
3) m=3, l=5.

23. Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$;
2) $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$;
3) $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$.

24. Найти сумму элементов первой строки матрицы, полученной из произведения матриц: $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1) 21;
2) 2;
3) 1.

25. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Какие произведения существуют?

1) AB;
2) BA;

3) AB, BA.

26. Для того, чтобы три вектора были компланарны необходимо и достаточно, чтобы:

1) они были линейно независимы;
2) они были линейно зависимы;
3) их смешанное произведение не равно нулю.

27. Для того, чтобы два вектора были коллинеарны необходимо и достаточно, чтобы:

1) их скалярное произведение равнялось нулю;
2) их векторное произведение равнялось нулю;
3) их векторное произведение отлично от нуля, а скалярное произведение равно нулю.

Контрольные работы для оценки компетенций ***ОПК-3, ПК-7 ПК-18***

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений

Задание. Решить систему уравнений методами Крамера, обратной матрицы и Гаусса. Сделать проверку полученного решения.

Вариант 1

1. $\begin{cases} 5x+8y-z=-7, \\ x+2y+3z=1, \\ 2x-3y+2z=9 \end{cases}$.

2. $\begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$

Вариант 2

3. $\begin{cases} 3x+2y+z=5, \\ 2x+3y+z=1, \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+2y+4z=31, \\ 5x+y+2z=29, \\ 3x-y+z=10. \end{cases}$

Вариант 3

5. $\begin{cases} 4x-3y+2z=9, \\ 2x+5y-3z=4, \\ 5x+6y-2z=18. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x-y-z=4, \\ 3x+4y-2z=11, \\ 3x-2y+4z=11. \end{cases}$

Вариант 4

7. $\begin{cases} x+y+2z=-1, \\ 2x-y+2z=-4, \\ 4x+y+4z=-2. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x-y=5, \\ -2x+y+z=0, \\ 3x-y+4z=15. \end{cases}$

Вариант 5

9. $\begin{cases} 3x - y + z = 4, \\ 2x - 5y - 3z = -17, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$ 10. $\begin{cases} x + y + z = 2, \\ 2x - y - 6z = -1, \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Вариант 6

11. $\begin{cases} 2x + y - z = 1, \\ x + y + z = 6, . \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3, \\ 3x + 4y - 5z = 8, \\ 2y + 4z = 17. \end{cases}$

Вариант 7

13. $\begin{cases} x + 5y + z = -7, \\ 2x - y - z = 0, \\ x - 2y - z = 2. \end{cases}$ 14. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 16, \\ 3x - 2y - 5z = 12. \end{cases}$

Вариант 8

15. $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$ 16. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 7, \\ x + 3y - 2z = 0, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$

Вариант 9

17. $\begin{cases} 2x + y + 4z = 20, \\ 2x - y - 3z = 3, \\ 3x + 4y - 5z = -8. \end{cases}$ 18. $\begin{cases} x - y = 4, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$

Вариант 10

19. $\begin{cases} x + 5y - z = 7, \\ 2x - y - z = 4, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$ 20. $\begin{cases} 11x + 3y - z = 2, \\ 2x + 5y - 5z = 0, \\ x + y + z = 2. \end{cases}$

Тема 4. Общая постановка задач ЛП. Геометрический метод решения задач ЛП

Формирование исходных данных к задачам

- Условия задач, входящих в контрольную работу, одинаковы для всех студентов, однако числовые данные зависят от личного шифра студента выполняющего работу.
- Для того чтобы получить свои личные числовые данные, необходимо взять две последние цифры номера своей зачетной книжки (**M** - предпоследняя

цифра, **N** – последняя) и выбрать из табл. 1 параметр ***m,*** а из табл. 2 параметр ***n***. Эти два числа ***m*** и ***n*** и нужно подставлять в условия задач контрольной работы.

Таблица 1. Выбор параметра ***m***

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	***4***	***3***	***5***	***1***	***3***	***2***	***4***	***2***	***1***	***5***

Таблица 2. Выбор параметра ***n***

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	***3***	***2***	***1***	***4***	***5***	***3***	***1***	***5***	***2***	***4***

Например, если номер зачетной книжки студента 1037, то M=3, N=7. Из таблиц находим личные числовые данные студента: ***m=1, n=5***. Числа ***m=1, n=5*** подставляются в условия всех задач контрольной работы этого студента.

Задача . Предприятие планирует выпуск двух видов продукции: *I* и *II*. На производство расходуется три вида сырья: *A, B* и *C*. Потребность a_{ij} на каждую единицу *j-го* вида продукции *i-го* вида сырья, запас b_i соответствующего вида сырья и прибыль c_j от реализации единицы *j-го* вида продукции заданы таблицей:

Вид сырья	Виды продукции		Запас сырья
	I	II	
A	a_{11}=n	a_{12}=2	b_1=mn + 5n
B	a_{21}=1	a_{22}=1	b_2=m + n +3
C	a_{31}=2	a_{32}=m+1	b_3=mn+4m+n+4
Прибыль	c_1=m+2	c_2=n+1	
План (ед.)	x_1	x_2	

1. Для производства двух видов продукции *I* и *II* с планом x_1 и x_2 единиц составить целевую функцию прибыли *L* и соответствующую систему ограничений по запасам сырья, предполагая, что требуется изготовить в сумме не менее *n* единиц обоих видов продукции.
2. Построить по полученной системе ограничений многоугольник допустимых решений и найти оптимальный план производства геометрическим способом. Определить соответствующую L_{max}. Провести экономический анализ задачи по пределам возможного изменения коэффициентов целевой функции, при котором не происходит изменение оптимального решения (третья задача анализа на чувствительность).

Тема 5. Симплекс-метод

Решить задачу линейного программирования симплекс-методом (симплекс-таблицами)

Номер	Вариант

задачи	1	2	3
1	$49x1 + 30x2 \to max$ $5x1 + 4x2 \le 807$ $7x1 + x2 \le 840$ $2x1 + 5x2 \le 750$	$24x1 + 32x2 \to max$ $6x1 + 4x2 \le 360$ $5x1 + x2 \le 251$ $x1 + 4x2 \le 240$	$2x1 + 2x2 \to max$ $x1 - x2 \le 2$ $x1 + x2 \ge 2$ $- x1 + 2x2 \le 1$
2	$8x1 + 14x2 + 6x3 \to max$ $4x1 + 6x2 + 6x3 \ge 24$ $x1 + x2 + x3 \ge 4$ $2x1 + 3x2 + x3 \ge 8$	$x1 + 2x2 + x3 \to max$ $- x1 - x2 + x3 \le -1$ $- x1 + 2x2 + x3 \le 3$ $x1 + x3 \le 1$	$- x1 + 4x2 + 3x3 \to max$ $x1 - 3x2 + 2x3 \le 3$ $2x1 + 4x2 + x3 \ge 18$ $x1 - x2 - 3x3 \ge -10$

6.5. *Методические материалы, определяющие процедуру оценивания.*

Процедуру оценивания регламентируют следующие материалы:

1. Положение о фонде оценочных средств образовательной программы в Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.
2. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

С целью определения уровня овладения компетенцией, закрепленной за дисциплиной, в заданные преподавателем сроки проводится текущий и итоговый контроль знаний, умений и навыков каждого обучающегося. Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях. Исключение составляет устный опрос, который может проводиться в начале или конце лекционного занятия в течение 15-20 мин. с целью закрепления знаний по дисциплине.

Процедура оценивания компетенций обучающихся основана на следующих принципах:

1. Периодичность проведения оценки.
2. Многоступенчатость: при выставлении оценки учитываются мнение преподавателя, студентов группы и самооценка обучающегося, проводится обсуждение результатов и комплекс мер по устранению недостатков.
3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзаменов.

Экзамен проводится в устной форме по утверждённым заведующим кафедрой (директором филиала) билетам. Обязательной является подготовка студентом развёрнутого ответа по существу вопросов экзаменационного билета, на что отводится не менее 45 минут. На экзамене не допускается наличие у обучающихся посторонних предметов, в том числе технических устройств (мобильных телефонов и пр.), пользование которыми может затруднить либо сделать невозможной объективную оценку результатов промежуточной аттестации. Обучающиеся, нарушившие правила проведения экзамена, по решению экзаменатора и заведующего соответствующей кафедрой могут быть удалены из аудитории. При этом в экзаменационную ведомость удалённому с экзамена студенту проставляется оценка «неудовлетворительно». При проведении экзамена в устной форме по экзаменационным билетам оцениваются общее понимание студентом содержания и структуры вопроса, полнота раскрытия каждого из элементов вопроса, степень владения базовой терминологией, понимание применимости и особенностей практического использования излагаемых теоретических положений, умение применять знания теоретического материала при решении математических и прикладных задач различных уровней сложности. Экзаменатор для уточнения оценки вправе задавать дополнительные

вопросы, предусмотренные рабочей программой, давать дополнительные практические задания.

Условиями оценивания результатов освоения дисциплины являются:

- валидность (объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения);
- полнота и адекватность отображения требований образовательного стандарта и ООП;
- надежность (использование единообразных стандартов и критериев оценивания);
- справедливость (разные студенты должны иметь равные возможности добиться успеха);
- эффективность (не отнимать много времени у студентов и преподавателей);
- обеспечение решения оценочной задачи.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Бортаковский А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с. (доступно в ЭБС «Знаниум»,режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=476097). [Дата обращения: 03.09.2018]

2.Красс М.С. Математика для экономического бакалавриата: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 472 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=558399). [Дата обращения: 03.09.2018]

3.Шершнев В.Г Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 168 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=558491). [Дата обращения: 03.09.2018]

4.Мастяева И.Н Методы оптимальных решений: Учебник / Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 384 с (Доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=765578) [Дата обращения: 03.09.2018]

5.Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.:Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 231 с. (Доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=459517) [Дата обращения: 03.09.2018]

б) дополнительная литература:

1.Рудык Б.М. Линейная алгебра: Учебное пособие - М.: НИЦ Инфра-М, 2014. - 318 с.(доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=460611). [Дата обращения: 03.09.2018]

2.Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие. - 3-еизд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. (доступно в ЭБС «Зна-ниум», режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=438021). [Дата обращения: 03.09.2018]

3.Аттетков А.В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С.Зарубин, А.Н. Канатников. – М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. – 270 с. (Доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=350985) [Дата обращения: 03.09.2018]

в) Интернет-ресурсы:

1.Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.unn.ru/books/resources — Загл. с экрана. [Дата обращения: 03.09.2018]

2.Электронная библиотека учебников [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://studentam.net — Загл. с экрана. [Дата обращения: 03.09.2018]

3.Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.rsl.ru — Загл. с экрана. [Дата обращения: 03.09.2018]

4.Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://elibrary.ru/ — Загл. с экрана. [Дата обращения: 03.09.2018]

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Реализация программы предполагает наличие:

- аудиторий для лекционных и практических занятий с необходимым оборудованием;
- компьютерного класса, имеющего компьютеры, объединенные сетью с выходом в Интернет;
- лицензионного (операционная система Microsoft Windows, пакет прикладных программ Microsoft Office) и свободно распространяемого программного обеспечения.
- интернет браузеров (Mozilla Firefox, Google Chrome, Safari, Opera),
- свободного пакета офисных приложений Open Office.

В ходе проведения занятий рекомендуется использовать компьютерные иллюстрации для поддержки различных видов занятий, подготовленные с использованием Microsoft Office или других средств визуализации материала.

Доступ к электронным информационным ресурсам осуществляется в компьютерном классе и библиотеке филиала.

Специальные условия организации обучения по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Организация обучения по дисциплине инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья при наличии таких обучающихся путем создания специальных условий для получения образования.

Профессорско-преподавательский состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии).

В соответствии с Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса, утв. Минобрнауки РФ 08.04.2014 АК-44/05вн при изучении дисциплины предполагается использование социально-активных и рефлексивных методов обучения, технологий социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При освоении дисциплины используются различные сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности обучающихся для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций. Форма проведения промежуточной аттестации для обучающихся-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей. По личной просьбе обучающегося с ограниченными возможностями здоровья, изложенной в форме письменного заявления, по дисциплине предусматриваются:

- замена устного ответа на письменный ответ при сдаче зачета или экзамена;
- увеличение продолжительности времени на подготовку к ответу на зачете или экзамене;

- при подведении результатов промежуточной аттестации студентов выставляется максимальное количество баллов за посещаемость аудиторных занятий.