

## МАТЕМАТИКА ДЛЯ СПЕЦИАЛИСТОВ РАЗЛИЧНОГО ПРОФИЛЯ

УДК 51

## ГУМАНИТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

Н. Х. Розов

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Россия, 119899, г. Москва, Воробьевы горы, педагогический факультет;  
e-mail: rozov@rozov.mcsme.ru*

Излагается принципиально новый взгляд на содержание курса математики для гуманитариев в его едином понимании — от старших классов школы гуманитарного профиля до гуманитарных факультетов университетов. В основу приведенного в статье проекта программы курса математики для гуманитариев положен концептуальный принцип построения. Такой подход позволяет проследить становление конкретного математического понятия, той или иной фундаментальной математической идеи, проанализировать диалектику развития каждой из “основных понятийных линий” математической науки. Для каждой из “понятийных линий” описывается её история — предтеча, зарождение, начальное формирование, постепенное развитие, содержательное обогащение, современное состояние. Подчеркивается, что методика подачи материала должна быть принципиально изменена с учетом того, что математика является неотъемлемой частью цивилизации, существенным элементом общей культуры, языком научного восприятия мира. Отмечается, что предлагаемый материал представляет собой базу для дальнейшей дискуссии.

*Ключевые слова:* преподавание математики, гуманитарный профиль школы, гуманитарные факультеты вуза.

Давно уже наступило время, когда следует серьезно и обстоятельно обсудить проблему так называемой *гуманитарной математики* (этот термин употребляется исключительно для краткости), т. е. поговорить о целях, содержании и путях реализации курса математики для школьников и студентов, проявивших стойкий интерес к гуманитарным дисциплинам или уже им себя посвятивших. Во избежание недоразумений сразу же подчеркнем, что речь пойдет не об отдельных “точных разделах гуманитарных наук” (т. е. не о подготовке специалистов по математической лингвистике, математической экономике, математическим методам в психологии, социологии, криминалистике, истории и т. п.), а о “чистых гуманитариях” (филологах, журналистах, историках, философах, юристах и др. в “общем понимании” этих профессий).

В нашей системе образования в советский период математика всегда играла приоритетную роль. В школе действовала единая программа по математике и ей отводилось наибольшее число часов, требования были (хотя, конечно, часто формально) одинаковыми и к будущим физикам-теоретикам,

и к будущим поэтам. Интерес к этой дисциплине оказался необычайно высок, кружки, соревнования, литература по математике пользовались широчайшей популярностью — в этом великая заслуга математиков — ученых и педагогов, многие годы уделявших пристальное внимание поиску и воспитанию “математических талантов”. Массовым являлось инженерное высшее образование, подразумевавшее хорошую подготовку по математике и её обстоятельное изучение. Советская научная математическая школа по праву считалась ведущей в мире.

Однако следует признать, что подающие надежды дети проявляют свои неординарные способности не только в математике, но и во всех естественных и гуманитарных науках, в самых различных сферах человеческой деятельности. Хорошо известны примеры раннего пробуждения таланта у юных историков и биологов, изобретателей и поэтов, художников и химиков, геологов и музыкантов, филологов и инженеров. . . А это означает, что проблему выявления, обучения, воспитания таланта за школьной партой и на студенческой скамье в конкретной области (математика, естественная или гуманитарная наука), формирования из них профессионалов высшего класса необходимо рассматривать как общепедагогическую, общепсихологическую, не ограничиваясь узкопрофессиональными подходами.

В последнее время отмечается резкое увеличение числа интересующихся гуманитарными дисциплинами, заметное снижение увлекающихся естественно-научными и инженерными областями знаний. И если мы, математики, хотим действительно всесторонне заниматься феноменом “воспитания талантливой молодежи”, нам следует озаботиться программой, формами занятий и методикой преподавания математического знания не только будущим математикам, физикам, инженерам, но и будущим “гуманитариям”.

Конечно, прежде всего полезно ответить на вопрос: а надо ли вообще включать математику в число обязательных предметов гуманитарного образования — будь то обучение в школе или в вузе? Постараемся объективно оценить аргументы в пользу положительного ответа.

Широко распространено (особенно среди математиков) мнение, что математика и только математика может воспитать в человеке культуру логического мышления. Нельзя отрицать, что изучение математики действительно “ум в порядок приводит” (М. В. Ломоносов), но и не следует преувеличивать его значение, полагая, что это — единственный и эффективный путь к цели. Действительно ли поглощенная изучением языков девушка, декламируя на экзамене зазубренное как стихи доказательство теоремы о трех перпендикулярах, осваивает логику? Кстати, и многие математики, успешно справляющиеся с абстрактными построениями, часто оказываются беспомощными, попав в сети житейских логических ловушек.

Логике можно учиться многими иными путями, не связываясь с непривлекательными для “нематематиков” формальными преобразованиями и скууч-

ными рассуждениями. В качестве эксперта уместно привлечь выдающегося физика, лауреата Нобелевской премии Л. Д. Ландау: “Мне не хочется дискутировать с достойной средневековой схоластики мыслью, что путем изучения ненужных вещей люди будто бы научатся логически мыслить”.

К сожалению, педагогическая наука, психология и методика обучения и, в частности, сами математики, практически почти ничем не содействуют созданию стройной и действенной системы логического развития молодого ума. Никто не спорит — тренировки такого рода, особо продуманные и, главное, привлекательные, крайне необходимы. Так же, как человеческое тело нуждается в постоянных физических упражнениях для поддержания здоровой формы, человеческий ум без надлежащих постоянных нагрузок теряет интеллектуальный потенциал. Но при этом обязательно надо учитывать специфику гуманитарного мышления: примат ассоциативного над формально логическим, сильную эмоциональную окрашенность, приоритет конкретного над абстрактным, особенности интересов и внимания и т. д.

Гуманитарии не любят точных дефиниций и формально-логических рассуждений вовсе не в силу слабости их мышления сравнительно с математиками. Причиной этого — у лучших представителей гуманитарных наук — является более глубокое понимание сложности бытия, противоречивости и неоднозначности реальности — в отличие от примитивной детерминированности математических конструкций. Математики четко определяют идеальные понятия, устанавливают точные правила рассуждений — и безукоризненно, самозабвенно действуют в этом своем мире, не очень-то беспокоясь о том, что он фактически является виртуальным.

Значит, нам надо пытаться находить альтернативные формы логического обучения: вопросы на сообразительность реального содержания, проблемы, связанные с юридическими тонкостями и хитросплетениями, качественные задачи по физике, игра в шахматы или бридж, наконец.

Необходимость математического обучения гуманитариев диктуется и некоторыми общими соображениями. Бесспорно, что сегодня нельзя считать интеллигентом человека, не читавшего “Фауста”, ничего не слышавшего об импрессионизме или не представляющего себе, когда произошла Великая Французская революция. Но может ли интеллигент начала XXI века не владеть действительно элементарными, общекультурными математическими фактами, не представлять себе, что такое вероятность, не понимать слова “бифуркация” или не знать о существовании неевклидовой геометрии? Напомним, кстати, что в предложенном Чарльзом Сноу тесте на общую культуру незнание второго начала термодинамики приравнивалось к незнанию произведений Шекспира.

Математика является не просто областью знаний и универсальным инструментом, всё шире проникающим и в гуманитарные разделы науки, но прежде всего неотъемлемой частью цивилизации, существенным элементом

общей культуры, языком научного восприятия мира. Можно только приветствовать борьбу за чистоту русского языка, которую ведут филологи и журналисты — и нам, математикам, не грех почаще заглядывать в словари. Но как относиться к грамотности следующей фразы из статьи в популярном журнале: “Геометрический треугольник, про который мы знаем, что сумма его углов равна  $2d$ , — это фигура, составленная из пересечения трех прямых линий”? Как оценивать высказывание в популярной телевизионной передаче известнейшей нашей писательницы: “Число “пи” — это три и что-то там в периоде...”.

Остановимся и еще на одном аспекте, более деликатном, но достаточно важном с прагматической точки зрения. Хорошо известно, что подавляющее большинство состава корпуса руководителей различных ветвей власти — представители гуманитарных специальностей. Не будем обсуждать, хорошо это или плохо, и не станем возобновлять дискуссию о греющей душу математиков, но весьма спорной мысли — что, мол, математик любую работу способен выполнять лучше представителя любой иной специальности. Факт остается фактом: сегодня многие решения, касающиеся математического образования, математической науки, пропаганды математических знаний, оценки роли математики в общественном прогрессе и т. д. принимаются нематематиками.

Математики не могут оставаться в стороне от процесса принятия решений по этим вопросам, они обязаны всемерно лоббировать интересы своей науки и своего сообщества. Однако лучшей и наиболее эффективной формой такого лоббирования явилась бы организация всеобщего разумно построенного обучения математике гуманитариев, которое не абстрактными лозунгами, просьбами и призывами, а реально почерпнутыми в ходе обучения сведениями убедит в действительной важности математического знания, математической науки, математического образования.

Итак, естественно-научное и математическое образование — такое, которое учитывает специфику интересов обучаемого, преследует достижение четко и разумно определенных целей, уважает особенности мышления, восприятия и психологии гуманитария — есть необходимое условие подготовки современных руководителей. И здесь хотелось бы сослаться на авторитет другого лауреата Нобелевской премии, выдающегося химика Л. Полинга: “Изучение естественных наук, широкое распространение научной методологии помогут, в конце концов, человечеству при решении важных общественных и политических вопросов”.

До последнего времени преподавание математики, с точки зрения гуманитария, страдало двумя существенными изъянами.

Во-первых, на уровне средней школы действовала единая программа предмета “математика” — независимо от способностей и желаний учащихся

ся, от их дальнейших планов (получить рабочую профессию, инженерное или гуманитарное образование и т.п.). Такой подход резко контрастирует с современными принципами демократизации школы, с активно развиваемой сегодня концепцией гуманизации образования, ставящей в центр образовательного процесса личность ученика, его интересы и его склонности.

Во-вторых, на уровне высшей школы, на факультетах и в вузах гуманитарного профиля, дисциплина “математика” либо отсутствует в учебных планах вовсе, либо её содержание представляет собой не учитывающий никакой “гуманитарной специфики” куцый и формальный слепок с программы профессионального математического образования.

Сегодня только ленивые не рассуждают о “гуманитаризации” естественно-научного и инженерного образования, на эту тему написано несчетное число статей, состоящих в основном из общих неконструктивных пассажей. Образовательная продуманность и прагматическая обоснованность введения в учебные планы для “естественников” конкретных курсов “гуманитарных дисциплин” оставляет желать лучшего.

А как обстоит дело с естественно-научным и математическим просвещением гуманитариев? В учебных планах гуманитарных факультетов появился курс “Концепции современного естествознания”, но, к сожалению, проблема “естественнонаучнизации” гуманитариев очень далека от идеального решения. Удостовериться в этом нетрудно: достаточно почитать учебники и подумать, может ли студент-гуманитарий освоить предлагаемый текст по содержанию при своем уровне математических знаний и осилить его по объему (который иногда превышает 600 страниц). Что же касается вопроса о математическом образовании гуманитариев, то он всерьез даже не обсуждается.

Поэтому самое время попытаться высказать некоторые соображения о том, каким можно представлять себе курс *гуманитарной математики*.

До сих пор подавляющее большинство вариантов программ по математике для школ гуманитарного профиля и гуманитарных классов получались простым урезанием объема (и часов) “общеобразовательных” программ. Точно так же легко убедиться, что учебники для школьников-гуманитариев в основном создавались из уже имевшихся учебников (для будущих инженеров или “естественников”) с помощью ножниц и путем разбавления текста художественными фрагментами, как-то касающимися математики, некими поверхностными историческими экскурсами и беглыми биографическими сведениями о некоторых ученых-математиках (в основном, древнего времени).

Иначе говоря, незыблемым был общий постулат: в школе должна изучаться “классическая элементарная математика” от Евклида до Ньютона — но, возможно, с различной степенью подробности и с различной отработкой деталей доказательств и технического аппарата для разных категорий

школьников. Между тем, гуманизация образования, требующая максимально внимательно учитывать объективные возможности и субъективные интересы учащегося, предполагает внедрение дифференцированного обучения, создание многообразия программ и учебников, специально ориентированных на вполне определенный круг обучаемых.

В этой связи представляется актуальным провести всестороннее обсуждение различных воззрений на преподавание математики в гуманитарных классах и школах гуманитарного профиля, на гуманитарных факультетах вузов. Таких воззрений имеется несколько — от “пуританского” (строго и точно излагать несколько сокращенный “стандартный” курс математики) до “вольнодумного” (излагать “околоматематические” сведения, рассказывать литературные аналогии и демонстрировать наглядные факты). Хотелось бы поставить на обсуждение радикально иную точку зрения: гуманитариям следует предложить совсем иной по содержанию курс математики, а методика подачи материала должна быть принципиально изменена.

Основная идея состоит в том, что курс *гуманитарная математика* призван знакомить школьников и студентов-гуманитариев с фундаментальными понятиями математики, имеющими общекультурную ценность. Это должен быть принципиально новый по содержанию учебный предмет, предлагающий доступное, “нетехническое” изложение исключительно концептуальных положений математической науки. Такой курс в гуманитарных школах и на гуманитарных факультетах вузов должен быть органически согласован, позволяя освоить необходимый круг математических знаний с помощью концентрической системы обучения.

Чрезвычайно важен и вопрос о создании специальной методики преподавания *гуманитарной математики*. Должны ли мы по-прежнему упрямо считать, что следует продолжать навязывать формальные, скучносухие, абстрактные рассуждения учащимся гуманитарного склада ума? Математикам — патриотам своей науки, воспитанным в лучших традициях математической пунктуальности и строгости, будет непросто согласиться с новыми предложениями. И всё же нам придется осознать необходимость уважать и учитывать психологические особенности гуманитариев. Для этого надо, изначально отказавшись от формальных доказательств и обучения технике решения задач, разработать качественно новый наглядно-описательный способ объяснения и живой стиль изложения фундаментальных математических фактов, придумать принципиально иные приемы представления материала, предложить гибкие формы контроля его усвоения.

Ничего сверхнового и неожиданного здесь нет. В естественно-научных предметах законы природы всегда излагались в школе без логического доказательства. Но разве как-то страдали сведения о реальной действительности от того, что закон Ома или законы Менделя не сопровождались их формальными выводами из каких-то аксиом (истинность которых несколько

не очевиднее, чем сами эти законы, подтверждаемые опытом)? Некую подобную систему изложения математического материала, как это ни сложно, придется создавать в курсах математики для гуманитариев.

Подчеркнем и еще одно важное соображение в пользу становления специфического курса *гуманитарная математика*. Многим серьезным специалистам уже сейчас ясно, что дальнейший прогресс социально-экономических и гуманитарных наук невозможен без математического моделирования и точных количественных методов исследования с широким использованием современной вычислительной техники и информационных технологий. (Впрочем, существует и такая точка зрения, что на сегодняшний день математика не располагает аппаратом, в полной мере адекватным потребностям этих наук.) Курс *гуманитарная математика* необходим как стартовая площадка для тех специалистов-гуманитариев, которые будут готовы в содружестве с профессиональными математиками заниматься математизацией своей области науки.

Для того чтобы обсуждение вопроса о курсе *гуманитарная математика* было более конкретным, имеет смысл представить вниманию читателей абрис программы такого курса. При этом преследуется цель изложить принципиально новый взгляд на содержание курса в его едином понимании — от старших классов школы гуманитарного профиля до гуманитарных факультетов университетов. Конечно, предлагаемый материал представляет собой лишь базу для дальнейшей дискуссии, требует корректировки и уточнения распределения тем и объемов между школой и вузом.

В основу программы положен не исторический, а концептуальный принцип построения. Такой подход позволяет концентрированно и выпукло проследить становление конкретного математического понятия, той или иной фундаментальной математической идеи, проанализировать диалектику развития каждой из “основных понятийных линий” математической науки глобально, сразу “сквозь все времена”.

Программа содержит основные “понятийные линии”, для каждой из которых описывается её история — предтеча, зарождение, начальное формирование, постепенное развитие, содержательное обогащение, современное состояние. Учитывая, что обучающиеся располагают ограниченным багажом технических навыков и формальных математических умений, всё внимание уделяется доступному и наглядному разъяснению концептуальных моментов, без углубления в формальные детали и без овладения техникой решения задач. Отдельно, на приемлемом уровне, может быть дана, применительно к конкретной гуманитарной специальности и с учетом степени подготовленности обучающихся, информация о дополнительных математических вопросах, которые представляют специфический профессиональный интерес.

Особенности предлагаемой программы и некоторые принципы её реализации можно охарактеризовать следующим образом:

1. Она ориентирована на глубокое понимание концептуальных моментов математической теории и на принципиальный отказ от выработки технических навыков математических исчислений.

2. Она призвана помочь видеть математические понятия и понимать действие математических законов в реальном окружающем нас мире, применять их для научного объяснения явлений.

3. Она тесно увязана с общекультурными ценностями и общечеловеческими концепциями, с событиями и фактами истории, с языками, искусством, литературой и т. д. Особое внимание предлагается уделить правильному пониманию и грамотному употреблению терминов.

4. Она ставит своей задачей снабдить гуманитария тем математическим аппаратом, который позволит ему понимать простейший количественный анализ информации.

5. Она максимально учитывает психологические особенности мышления людей гуманитарного склада ума, не навязывая им чуждого формально-логического изложения и заменяя по возможности строгие доказательства описательными рассуждениями и наглядными демонстрациями.

6. Она представляет собой широкое мозаичное полотно различных вопросов, в том числе и не входивших раньше в школьную программу, и вовсе не нацелена только на минимальное по объему изучение лишь традиционных школьных разделов математики.

Такой курс нужно рассматривать как отдельный нетрадиционный учебный предмет, предназначенный для ознакомления гуманитариев с концептуальными понятиями математики (вошедшими в сокровищницу достижений человеческой мысли) на приемлемом для них языке (без формалистики цепочек преобразований и хитросплетений абстрактных умозаключений).

По нашему глубокому убеждению, сама идея необходимости оформления отдельного, специального предмета *гуманитарная математика*, безотносительно к конкретным деталям содержания его программы, обречена на признание.

#### **ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ГУМАНИТАРНАЯ МАТЕМАТИКА**

**1. Математическое мышление.** Математические объекты, математическая абстракция. Определение; неопределяемые объекты. Аксиоматизация. Доказательство; роль логики; критерий истины. Символы; математические объекты и математические модели. Идеальное и реальное в математике.

**2. Число.** История счета и числа; системы счисления. Лингвистические аспекты счета и числа. Теория чисел — ветвь математики. Нумерология. Развитие понятия числа (иррациональные, действительные, комплексные числа). “Экзотические” числа.

**3. Множество.** Свойства множеств; операции над множествами. Конечные и бесконечные множества. “Экзотические” множества. Теория мно-



жеств — ветвь математики. Парадоксы теории множеств. Логические задачи и круги Эйлера – Венна.

**4. Операция.** Свойства операций. Алгебра — ветвь математики. Группа. Поле.

**5. Отображение.** Виды отображений. Функция; график функции. Значение математики переменных величин для естествознания и техники. Основные понятия математического анализа и их реальный смысл. Дифференциальные уравнения — аппарат математического моделирования динамических процессов.

**6. Пространство.** Понятие пространства. Размерность. Геометрия — ветвь математики. Аналитические методы в геометрии. Аксиоматическое построение геометрии; геометрия Лобачевского. Топология — ветвь математики. “Экзотические” геометрические объекты и их приложения.

**7. Вероятность.** Понятие вероятности — отражение свойств реального мира. Теория вероятностей — ветвь математики. Приложения (лотереи, страхование). Статистическое исследование реального процесса. Математическая статистика — ветвь математики.

**8. Фундаментальные математические концепции.** Конечное и бесконечное. Дискретность и непрерывность. Детерминированность и случайность. Устойчивость; аттракторы. Хаос и самоорганизация структур. Математическое моделирование; изучение количественных и качественных эффектов. Формализация логики. Математическая логика — ветвь математики. Кванторы. Теорема Геделя.

**9. Вычислительная техника и прикладная математика.** История вычислительной техники. Особенности компьютерной революции. Проблемы и перспективы компьютеризации жизни общества. Вычислительные и прикладные аспекты математики. “Чистая” математика и “прикладная” математика.

**10. История, методология и философия математики.** Обзор истории математики. Особенности математического мышления, специфика математического творчества. Математические объекты и реальная действительность. Математическая логика и законы мышления. Математическое моделирование и теория познания. Направления в философии математики. Математика как элемент человеческой цивилизации.

## MATHEMATICS FOR ART STUDENTS

*N. Kh. Rozov*

The article is devoted to an absolutely new view at the course of mathematics for art students as a whole from high school to university art faculties. The example of the

curriculum for art students given in the article is based not on the history but on the conception. This approach allows the students to follow the evolution of a mathematical notion or fundamental idea and analyze the dialectic of the development of every basic conception of mathematical science. It describes the prerequisite, genesis, formation, gradual development, enrichment of the contents and modern state of every basic conception. The article underlines that the methods of presenting material should be changed taking into consideration the fact that mathematics is an integral part of civilization, essential element of world culture and the language of scientific perception of the universe.

*Keywords:* mathematics teaching, humanitarian education, mathematics program for art students.