

## АРХИВ МЕТОДИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В РОССИИ

## ОБ ЭКЗАМЕНАХ

Л. Д. Кудрявцев

Раздел “Об экзаменах” книги Л. Д. Кудрявцева “Современная математика и её преподавание” посвящен одному из важнейших этапов процесса образования. Обсуждаются методические, этические и нравственные аспекты проблемы. Статья полезна не только преподавателям математики в вузе, но всем преподавателям и учащимся.

*Ключевые слова:* математика в вузе, методология и методика преподавания, экзамен по математике.

Десять страниц математики понятой лучше ста страниц, заученных на память и не понятых, а одна страница, самостоятельно проработанная, лучше десяти страниц, понятых отчетливо, но пассивно.

*Д. Юнг*

Экзамен является очень важным этапом всего процесса образования и потому заслуживает особого внимания. Часто преподаватели совершенно забывают о том, что если для них экзаменовывать студентов является обычной работой, то для каждого студента экзамен — событие в жизни, особенно первый экзамен в институте.

Экзамен, прежде всего, должен быть хорошо подготовлен, в частности, студенты должны быть заранее поставлены в известность, что именно будут их спрашивать на экзамене и где с этим можно познакомиться. Очень плохо, когда студенты тратят драгоценное время, отведенное на подготовку к экзаменам, не только на изучение того, что они должны знать на экзамене, а еще и на поиски книг или каких-либо других материалов, в которых можно найти то, что им требуется.

На экзамене экзаменатору надо не только выяснить, что и как знает студент. Для опытного преподавателя это иногда бывает ясно через две-три минуты после начала ответа студента. Впрочем, случается, что и у опытных преподавателей их первое впечатление на экзамене о студенте бывает ошибочным. Поэтому преподавателю всегда следует помнить, что ему надо быть самокритичным.

Существенно обратить внимание на то, что даже когда преподаватель не ошибся и правильно оценил на экзамене знания студента, этого мало. В результате экзамена и студент должен обязательно четко понять, почему он получил именно ту экзаменационную отметку, которая была ему поставлена за его ответ, а не другую. Важно, чтобы студент в результате экзамена ясно осознал, что если он добросовестно проработал лекции, понял изложенные в них идеи, разобрался в задачах, решавшихся на семинарских занятиях,

короче, если он усвоил то, чему его учили, то это существенно облегчило ему подготовку к экзамену и гарантировало успешную его сдачу.

Чтобы правильно провести экзамен, преподаватель, прежде всего, обязан хорошо знать, как именно излагается тот или иной вопрос именно на тех лекциях, которые слушал студент, но, конечно, должен быть готов и к тому, что экзаменующийся будет излагать материал не по лекциям.

К сожалению, нередко преподаватели довольно формально прослушивают ответы студентов по экзаменационному билету, думая в душе: “Ты, батенька, наверное, всё списал, пока готовился”, — а затем начинают задавать дополнительные вопросы в виде задач, выставляя в результате на основании ответов на эти дополнительные вопросы экзаменационную оценку. В этом случае у студентов создается впечатление, что им не стоит тратить много времени и сил, чтобы выучить предмет и разобраться в нем при подготовке к экзамену, так как всё равно результат экзамена зависит от того, сообразят ли они или нет, как решить задачи, которые им предложат экзаменаторы. А уж если готовиться к экзамену, то целесообразнее всего разузнать, какие вопросы задает тот или иной экзаменатор.

Мне представляется, что указанное пренебрежительное отношение к ответу студента на билет не оправдано. Если студент даже переписал ответ на экзаменационный вопрос из учебника или конспекта лекций, достаточно несколько раз задать во время его устного ответа вопрос: “Почему?”, чтобы выяснить, действительно ли он знает предмет, и получить достаточную информацию для объективной оценки знаний студента и выставления ему экзаменационной отметки, с которой он не сможет не согласиться. Более того, разрешение пользоваться на экзаменах по математическим предметам учебниками и конспектами лекций является одним из лучших методов убедить студентов в бесплодности и бесцельности списывания ответов на экзаменационные вопросы. Для приобретения математических знаний и овладения ими требуется немалое время и нелегкий труд.

В результате неправильно проведенного экзамена студент будет неправильно ориентирован в смысле направленности его дальнейших занятий в вузе, у него может появиться внутренняя неуверенность в себе и повышенная нервозность.

Конечно, важно выяснить на экзамене, формально или нет владеет студент знаниями по данному предмету, но для этого вовсе не обязательно измышлять какие-то задачи. Можно и элементарными вопросами при ответе по билету выяснить степень понимания студентом материала, знание им связей излагаемого вопроса с другими изучавшимися им понятиями. Ведь именно это характеризует качество знаний студента. И, кроме того, так проведенный экзамен помогает студенту глубже проникнуть в предмет, задуматься над структурой изучаемого курса. А сообразит он или нет, как решить предложенную ему на экзамене задачу, часто ни о чем не говорит. (Безусловно, здесь не имеется в виду случай, когда эта задача имеет алгоритмическое ре-

шение, которому его обучали. Нет слов, что такие задачи не только можно, но и должно предлагать на экзамене.) Существует много причин, по которым студент может не сообразить, как решить предложенную ему задачу: он может просто растеряться от экзаменационной обстановки, начать думать в неудачном направлении и, потеряв напрасно время, разволноваться, испугаться и т. д. и т. п. Люди очень разные и думают по-разному, в частности, одни быстро, а другие медленно, одни при недостатке времени сохраняют хладнокровие, другие теряют самообладание.

Сказанное вовсе не означает, что на экзамене не следует задавать дополнительных вопросов, в том числе и задач, отличных от тех, с которыми студент встречался в процессе обучения. Конечно, нет, но эти вопросы и задачи должны быть действительно простыми, с тем, чтобы они на самом деле давали возможность выяснить, как студент владеет понятиями, изучавшимися им в данной математической дисциплине. А для этого надо быть особенно внимательным к устным вопросам, которые задаются студенту после его ответа на экзаменационный билет. К сожалению, нередко случается, что эти вопросы и задачи формулируются экзаменатором на основе его собственных вкусов, не всегда даже соответствуют тому, что в действительности изучали студенты, готовясь к экзамену, и, что еще хуже, нечетки по своей форме. В результате всего этого (или даже чего-нибудь одного) подобный вопрос ошарашивает студента, он волнуется, теряет самообладание и бывает не в состоянии ответить даже на те вопросы, на которые он смог бы ответить при других обстоятельствах (такие ситуации случаются на вступительных экзаменах в вуз).

Примером нелепости, которая может произойти в результате нечеткого дополнительного вопроса экзаменатора, является случай, происшедший при сдаче государственных экзаменов в Петербургском университете в 1906 г. Профессор спросил А. Блока, тогда уже известного поэта: “На что делятся стихи?” Блок замаялся, не зная, что ответить. Оказалось, что на строфы, как ему укоризненно пояснил профессор.

По-видимому, при устном опросе целесообразно начинать с легких, простых вопросов, ответы на которые (если, конечно, экзаменуемый их знает) помогут ему обрести душевное равновесие и тем самым подготовят его к спокойному размышлению над дальнейшими более трудными вопросами. Очень важно, чтобы содержание и формулировка этих вопросов, независимо от того, являются ли они теоретическими или имеют характер задач, были заранее продуманы, написаны и обсуждены на кафедре. При этом они, безусловно, должны соответствовать тому курсу, который изучали студенты. Запас подобных вопросов должен быть достаточно большим: на материал двухчасовой лекции 15–20 вопросов и задач. Ничего не будет плохого в том, если с ними ознакомить до экзамена студентов. Если найдется студент, который сумеет заранее все их разобрать, он, конечно, заслуживает отличной оценки.

Итак, хорошо, когда на экзаменах проверяются знания студентов, а не их сообразительность, находчивость и скорость мышления, причем не просто знания, а знания того, чему их действительно учили. Это вовсе не означает, что не следует обращать внимания на сообразительность и находчивость студентов, что эти качества не являются важными и нужными. Конечно, нет. Следует не только проверять их, но и уделять большое внимание их развитию. Только проверкой их надо заниматься не на экзамене, а там, где это действительно можно сделать. (Например, во время различного рода дополнительных факультативных занятий и, прежде всего, при непосредственном индивидуальном общении преподавателя со студентами. Сообразительность студента, точнее её направленность (каждый человек обладает сообразительностью в определенном направлении), очень важна при выборе специализации студента, при его дальнейшей работе. Сообразительность означает определенный уровень творческого отношения к изучаемому предмету. Развитию этого качества в процессе обучения (а не на экзамене) следует уделять большое внимание и уделять этому достаточно много времени, поскольку это, как явствует из сказанного, с одной стороны, очень существенно, а с другой — очень и очень непросто. Было бы весьма целесообразно разработать соответствующую методику для различных частей математического курса.

Возвращаясь к проведению экзамена, следует подчеркнуть важность его этической стороны. Человечность, доброжелательность, объективность и внимание экзаменатора к экзаменуемому являются необходимыми условиями хорошего экзамена. Проявление несправедливости на экзамене, проходящее даже не замеченным для экзаменатора, часто наносит глубокую, долго не заживающую, внутреннюю травму экзаменуемому.

Один мой коллега, ныне известный математик, как-то рассказал, как он сдавал свой первый экзамен в университете. Поступив в университет после школы, в которой преподавание математики было на недостаточно высоком уровне, он первое время испытывал некоторые трудности, в частности отставал с решением задач по аналитической геометрии на семинарских занятиях. Однако он много работал самостоятельно, изучал не только лекции, которые ему не всегда удавалось хорошо записать, но и читал учебники. На экзамене его экзаменовал преподаватель, ведущий семинарские занятия. Мой знакомый исчерпывающе ответил на все вопросы экзаменационного билета, на все дополнительные вопросы и правильно решил предложенные ему задачи. Тогда экзаменатор подошел к профессору, читавшему лекции, и спросил его, какую отметку он должен ставить студенту: студент-де сейчас отвечает на все вопросы и потому по своим ответам заслуживает отличной оценки, но в течение семестра он не справлялся с предлагавшимися задачами. Профессор спросил, как отвечает студент: по лекциям или по учебникам. “По книгам”, — ответил экзаменатор. “Тогда ставьте ему “хорошо” — сказал профессор. Это была единственная хорошая оценка, которую полу-

чил мой коллега за всё время обучения в университете — все остальные были отличными. И хотя с тех пор прошло более тридцати лет, до сих пор в душе у него осталось чувство незаслуженной обиды. Нельзя вообще оправдать настоящего желания некоторых экзаменаторов слушать от студентов изложение материала только в том виде, в каком они сами излагали его на лекциях. Ведь истинное знание есть нечто инвариантное, не зависящее от метода и манеры чтения лекций тем или иным лектором.

Безусловно, каждый лектор, должен быть убежден в том, что он читает лекцию хорошо, даже лучше других. Но это не должно исключать критического отношения к себе, не должно заглушать чувство юмора в отношении собственного совершенства и непогрешимости, не должно приводить к забвению понимания того, что кто-то, в том числе и студент, может думать по-другому, что для него является более доступным, простым, убедительным и понятным другое изложение, с которым он ознакомился по учебникам.

Разница между экзаменатором и экзаменуемым, в частности, состоит в том, что экзаменатор обязан понять уровень знания студента в объеме экзаменационной программы при любом методе изложения материала экзаменуемым, а не только при том, который был избран при чтении лекций. Студенту же достаточно знать только один метод изложения, если только в экзаменационной программе не оговорено специально что-либо другое. Плохо, когда лектор снижает экзаменационные отметки студентам только за то, что они отвечают ему не по его лекциям.

Ничем не оправдано затягивание экзамена некоторыми экзаменаторами, у которых студенты проводят за экзаменационным столом по часу, а иногда и значительно больше. Сами экзаменаторы нередко объясняют такой метод проведения экзамена желанием дать дополнительный шанс студенту улучшить уже заслуженную им по первоначальному ответу оценку или желанием самому научить студента чему-то полезному для него. Несмотря на благородные побуждения такого экзаменатора, его точка зрения базируется на недопонимании роли экзамена в учебном процессе, которая прежде всего состоит, как это отмечалось выше, в проверке знаний студента. На экзамене следует выяснить, как студент знает программный материал, как он им овладел к моменту экзамена, как он продумал его в процессе обучения и подготовки к экзамену, а не как он соображает в течение многочасового неестественного сидения за столом экзаменатора. При знаниях студента на уровне хорошей или отличной оценки для выяснения этого обычно бывает вполне достаточно 10–15 минут. При менее прочных знаниях для их правильной оценки, как правило, требуется больше времени. Но 30 минут всегда бывает вполне достаточно и для оценки ответа, и для убеждения студента в её объективности, и для выполнения дополнительной учебной функции экзамена.

Затягивание экзамена вредно и с воспитательной точки зрения: у студента опять-таки создается впечатление, что самое главное не знать, а сообразить

на экзамене, поэтому стоит ли заранее тренироваться, решать какие-то задачи, разбирать теоремы. Уж лучше посидеть на экзамене часа два, за это время уж что-нибудь сообразишь!

Само собой разумеется, что все сделанные рекомендации имеют смысл только при правильной методике проведения экзаменов. В частности, методика проведения экзаменов по математике должна учитывать специфичность математических дисциплин, состоящую в том, что в них всегда имеются принципиальные, как правило, трудно преодолимые узловые вопросы. При различных методах изложения имеющиеся трудности могут перемещаться из одного места в другое. Поэтому может оказаться, что некоторый вопрос при одном методе излагается довольно сложно, так как именно в этом месте преодолевается одна из упомянутых выше принципиальных трудностей, а при другом методе тот же вопрос излагается просто, поскольку трудность перенесена в другое место. Будет очень плохо, если студент “изучит” отдельные части пройденного курса по различным источникам, выбирая каждый раз те из них, в которых эти части излагаются проще, но не усвоит внутренней логики изучаемого предмета и, более того, не разберется ни в основных идеях, лежащих в его основе, ни в методах преодоления принципиальных трудностей, ни в важности и полезности полученных в итоге результатов. Поэтому если студент отвечает на экзамене, используя разные источники, то экзаменатор обязан разобраться, понимает экзаменуемый внутреннюю логическую связь между разными частями курса и владеет ли он основными идеями курса в целом. В противном случае экзамен будет служить лишь поощрением верхоглядству и ловкачеству, вред чего трудно переоценить.

Рассказанный случай, происшедший на экзамене, является еще и примером того, как преподаватель не смог преодолеть своего ошибочного представления о студенте, которое сложилось у него в течение семестра. Можно пытаться исключить подобные ситуации разными способами. Конечно, самым главным является развитие самокритичности у самих экзаменаторов. Однако иногда помогают и организационные меры. Так, например, в Московском физико-техническом институте на кафедре высшей математики сложилась (именно сложилась, а не была введена в приказном порядке) по инициативе самих преподавателей система, при которой преподаватель, ведущий семинарские занятия в группе, не экзаменует студентов этой группы, а экзаменует только студентов других групп. Это не только исключает возможность влияния заранее сформировавшегося ошибочного мнения экзаменатора, но и позволяет сравнить преподавателю свое мнение о знаниях студента с оценкой, поставленной ему на экзамене беспристрастным экзаменатором (надо надеяться, что он действительно был таким). Последнему, конечно, не возбраняется во время экзамена в случае, если он считает это нужным, проконсультироваться с преподавателем, ведущим в течение семестра семинарские занятия у экзаменуемого студента (этот преподаватель обязан присутствовать на экзамене). Иногда преподаватели всех групп выставляют перед

экзаменом предварительные оценки своим студентам, но, конечно, только для внутреннего использования на кафедре. При анализе работы преподаватели сравнивают эти оценки с оценками, полученными студентами на экзаменах.

Другой случай на экзамене произошел еще более давно, в тридцатые годы, с другим моим знакомым. В то время существовало правило, согласно которому студенту, правильно ответившему на все вопросы экзаменационного билета и на дополнительные вопросы по программе, можно было поставить только хорошую оценку. Для получения же отличной оценки студенту необходимо было правильно ответить еще на внепрограммный вопрос. Конечно, это правило само по себе нелепо, нельзя найти какие-либо разумные доводы для его оправдания. Но так было. На одном экзамене мой знакомый заслужил своим ответом хорошую оценку, и был спрошен, хочет ли он продолжать экзаменоваться, с тем, чтобы попытаться получить отличную оценку. Он дал согласие, получил дополнительный вопрос, стал думать и через 40 минут дал правильный ответ. Однако профессор поставил ему лишь хорошую оценку, сказав, что мой знакомый думал слишком долго, тогда как, по его мнению, для получения ответа было достаточно 15 минут.

Мне кажется, что два описанных здесь случая являются примерами того, как не надо проводить экзамен. Ведь нельзя не учитывать нервного состояния студента во время экзамена, необычную для него обстановку, различную на нее реакцию у разных студентов. Встречается немало студентов, которые, готовясь к ответу у доски (а именно так и проходил экзамен во втором из приведенных выше случаев), теряются и чувствуют себя гораздо менее уверенными и спокойными, чем когда они готовятся к ответу сидя за столом. То же самое относится и к самому экзамену. Нельзя на экзаменах подходить ко всем студентам с одинаковыми мерками, в частности, относительно скорости, с которой студент должен давать ответы на предлагаемые ему вопросы — природа человека слишком разнообразна и сложна. Только содержание ответа экзаменуемого студента является основанием для оценки его знаний на экзамене.

Конечно, и здесь, как и всегда в жизни, нельзя этот принцип доводить до абсурда. Если, например, студент после изучения математического анализа на просьбу дать определение производной будет думать полчаса, после чего даст правильный ответ, то это, безусловно, будет свидетельствовать о непрочности и недостаточности его знаний. Впрочем, это практически нереальный случай. Само собой разумеется, что в приведенном выше примере речь шла о достаточно трудном дополнительном вопросе.

Попутно специально заметим, что если студент во время экзамена не отвечает на какой-либо вопрос или не решает задачу, то это вовсе не означает, что он не заслуживает отличной оценки и что ему объективно нельзя её поставить. Экзаменатор имеет возможность выяснить (и ему следует это сделать),

случаен или нет неправильный ответ экзаменуемого и каковы его действительные знания. Вполне может оказаться, что, несмотря на осечку, студенту можно и нужно поставить “отлично” за экзамен.

Отметим еще недопустимость, к сожалению, достаточно широко распространенного обычая просматривать перед выставлением отметки студенту за экзамен его предыдущие экзаменационные оценки. В этом случае преподаватель сознательно или подсознательно руководствуется при выставлении своей экзаменационной оценки предшествующими. У некоторых преподавателей существует даже мнение, что оценка, полученная студентом на предыдущем экзамене по данному предмету или близкому к нему, обязательно должна приниматься во внимание при выставлении ему оценки по этому предмету на очередном экзамене: например, после оценки “удовлетворительно” нельзя ставить оценку выше “хорошо”. Это, безусловно, неправильно.

Если экзаменатор, просмотрев зачетную книжку студента и убедившись, что он неважно успевал, поставит ему “удовлетворительно” или “хорошо” с убеждением, что на его оценку не повлияли предшествующие оценки экзаменуемого (они, возможно, на самом деле не повлияли), то студент, скорее всего, всё равно будет думать, что полученная им оценка была снижена из-за его плохой успеваемости в предыдущих семестрах. В результате у него возникает ощущение, что безнадежно пытаться добиться более высоких оценок, а преподаватель в его глазах теряет свой авторитет, так как, по мнению студента, преподаватель не смог вынести самостоятельного мнения об его знаниях и сам решить, какой оценки заслуживает его ответ.

Само собой разумеется, что после выставления экзаменационной отметки не возбраняется просмотреть зачетную книжку студента — такой знак внимания и интерес к своей особе студент, безусловно, оценит правильно.

Впрочем, в жизни, в отличие от математики, всякое категорическое высказывание оказывается, как правило, неверным. Конечно, есть ситуации, когда ознакомление с предшествующими оценками студента не только допустимо, но желательно и, более того, просто необходимо. Например, это обязательно надо делать при проведении государственных экзаменов и защите дипломных работ. В этом случае экзаменаторам следует не просто принять к сведению информацию об успеваемости студента за время его обучения в институте или университете, а иногда в силу этой информации изменить стандартную процедуру экзамена.

Поясним сказанное на примере. Случается, что студент, получавший за пять-шесть лет обучения в высшем учебном заведении только хорошие и отличные оценки, а иногда и только отличные, получает на государственном экзамене удовлетворительную, а то и неудовлетворительную оценку. Стоит ли этому удивляться? Какие только маловероятные вещи не происходят на свете! Все-таки стоит и не только удивляться, но и задуматься над этим случаем.



При самом высоком уровне квалификации экзаменаторов и при самой высокой степени их добросовестности и объективности, если они поставили указанные выше оценки, вероятность того, что они ошиблись в оценке знаний студента, значительно выше, чем ошибка тех 50–60 преподавателей, которые высоко оценивали знания студента в течение всего времени его обучения в вузе.

Но как же надо поступать, если хорошо успевавший в прошлом студент на самом деле отвечает на государственном экзамене лишь на удовлетворительную или того хуже, неудовлетворительную оценку? Нельзя же просто ставить ему повышенную оценку за его прошлые заслуги? Конечно, нельзя. Но и ставить сразу низкую оценку тоже нельзя.

Студент, хорошо прочувшийся много лет, т. е. систематически и добросовестно проделавший большую трудную работу, заслуживает неформального и внимательного к себе отношения. Нельзя по результатам получасового разговора перечеркнуть многолетний труд студента. Много может быть случайных причин его неудачного ответа, связанных с его характером, внутренними переживаниями, событиями в его жизни, смущением, растерянностью, с необычной, а иногда и нервной обстановкой на экзамене и даже с психологической несовместимостью экзаменаторов и экзаменуемых. Душевная травма, наносимая студенту в результате несправедливости, допущенной на государственном экзамене, усугубляется тем, что эта несправедливость является завершающим аккордом замечательного периода в жизни человека, когда он был студентом.

Но как же все-таки поступать в подобных случаях? По-видимому, следует внести определенные изменения в традиционную процедуру проведения государственных экзаменов или соответственно защиту дипломных работ: экзаменаторы, экзаменовавшие студента, не должны, уповая на свою непогрешимость, настаивать на оценке, которую они считают нужным ему поставить на основании проведенного экзамена, а сами (чтобы не было никаких обид) должны попросить, чтобы этого студента проэкзаменовала комиссия в другом составе. Этот повторный экзамен, конечно, целесообразно провести некоторое время спустя и лучше не в тот же день. Таким образом, выставление на государственном экзамене или при защите дипломных работ оценок, противоречащих всей предыдущей работе студента, требует по крайней мере двукратной проверки знаний студента комиссиями разного состава. Возникает, правда, вопрос, а целесообразно ли вообще проводить государственные экзамены по специальности? Ведь вряд ли возможно за 30–40 минут, даже при наличии всей необходимой добросовестности и доброжелательности, оценить знания студентов более объективно, чем это уже было сделано за все время обучения их в вузе. Это, безусловно, так, однако проведение государственных экзаменов оправдывается той большой пользой, которую получают студенты во время подготовки к этим экзаменам, когда они вынуждены посмотреть не на отдельные изолированные части своей будущей

специальности, а продумать и осознать её в целом. По крайней мере один раз в жизни сделать это, безусловно, целесообразно.

Впрочем, полезно напомнить, что существует и другая метода проведения государственных экзаменов. Так, в Московском физико-техническом институте на государственных экзаменах по физике студенты получают экзаменационный вопрос за полтора месяца до экзамена. Во время подготовки к этому экзамену студент, изучая дополнительную литературу, углубляет свои знания и учится самостоятельно работать над поставленным перед ним вопросом. Само собой разумеется, что во время экзамена перед экзаменуемым неизбежно ставятся и вопросы, связанные с различными разделами изучавшегося им курса физики. Такая система проведения государственных экзаменов имеет свои преимущества.

Мы рассмотрели роль и значение экзамена в учебном процессе. Из всего сказанного явствует, что экзамен действительно является важным средством воспитания и, в частности, учит распознавать добро и зло. Правильно проведенный экзамен укрепляет веру человека в торжество справедливости, в объективность оценки его деятельности, а неправильно — наоборот, подрывает веру в справедливость и объективность и тем самым подрывает моральные устои.

Правильно проведенный экзамен, успешно сданный студентом, приносит ему большое чувство удовлетворения, ощущение важности и нужности проделанной им работы, сознание того, что его труд был правильно оценен. Это мобилизует его силы и энергию на преодоление дальнейших трудностей, создает у него объективную уверенность в своих силах. Очень хорошо, когда студент на экзамене ощущает, что и для преподавателя, который его экзаменует, экзамен является неформальной проверкой его знаний, что преподаватель сознает существенность момента.

Мне очень понравился традиционный обычай, существующий в Таллинском политехническом институте, где после первого сданного студентом экзамена экзаменатор встает, поздравляет студента и обменивается с ним рукопожатием — прекрасный пример для подражания!

Итак, следует понимать и всегда помнить, что экзамен является не только проверкой знаний, приобретенных студентом во время его обучения, и проверкой умения их использовать, но экзамен является важным звеном во всей цепи обучения студента, составляя существенную часть учебного и воспитательного процесса. Преподаватель может многому научить студента во время экзамена, если он не будет ставить своей единственной целью выяснение того, что студент не знает, а, наоборот, будет стараться найти и выяснить, что он знает, на каком уровне владеет своими знаниями. В последнем случае преподаватель при тактичном проведении экзамена может помочь студенту осознать имеющиеся у него пробелы в его знаниях (если они, конечно, существуют) и тем самым помочь ему лучше организовать свою работу при дальнейшем обучении.

Студент должен, как правило, после экзамена чувствовать, что он не только рассказал преподавателю о том, что он учил, над чем думал, но что он и сам во время экзамена чему-то научился, узнал что-то существенно новое и полезное, для себя.

Следует еще отметить, что в отдельных сложных случаях во время экзамена необходим индивидуальный подход к студенту, учитывающий специфические черты его характера и темперамента. Та или иная манера проведения устного экзамена, хорошая для одного студента, может оказаться очень плохой для другого и тем самым не будет объективно отвечать вышеуказанным целям экзамена.

Всё сказанное выше относилось к устным экзаменам. Нельзя не сказать несколько слов о письменных экзаменах. Проведение письменных экзаменов весьма целесообразно по ряду причин. В частности, письменные экзамены имеют более объективный характер, поскольку всем экзаменуемым предлагаются более или менее однотипные вопросы, на написанные ими ответы не влияет личность экзаменатора, на оценке этих ответов не сказывается внешнее впечатление, производимое экзаменуемым на экзаменатора, и т. д. и т. п.

Можно соединить оба способа проведения экзаменов: письменный и устный. Это позволяет добавить к перечисленным положительным сторонам письменного экзамена достоинства устного, проистекающие от непосредственного общения экзаменатора и экзаменуемого. Именно такая система экзаменов и принята в Московском физико-техническом институте с момента его создания. Экзамены почти по всем математическим дисциплинам состоят в нем из двух частей: письменной и устной. Письменный четырехчасовой экзамен проводится одновременно для всех студентов данного курса за два-три дня до устного (было бы еще более целесообразно проводить его накануне устного экзамена, как это делалось в первые годы существования Физтеха, однако в этом случае возникают большие затруднения со своевременной проверкой экзаменационных работ). На этом экзамене студентам предлагается набор из 8–10 задач, каждая из которых оценена в определенное количество очков. Имеется четкая инструкция для оценки проверяющими решений задач: за что следует снимать, а за что набавлять очки и в каком количестве. Для того чтобы быть допущенным ко второй части экзамена, т. е. к устному экзамену, студент должен набрать определенный минимум очков.

Например, если общее суммарное число очков, в которое оценены все задачи данного варианта, составляет 40 очков, то студенту для допуска ко второй части экзамена надо иметь по письменной экзаменационной работе более 10 очков. Если у него их меньше, то после беседы с преподавателем по поводу его работы, в ходе которой студент убеждается, что большего количества очков его письменная работа не заслуживает, ему выставляется неудовлетворительная оценка.

В случае, когда студент набрал более 10 очков, он получает экзаменационный билет и экзамен продолжается. При этом экзаменатор имеет в своем распоряжении проверенную экзаменационную работу и руководствуется степенью её выполнения при выставлении экзаменационной отметки. Если у студента набрано 11–20 очков, он может получить не выше оценки “удовлетворительно”, если 21–30 очков — не выше “хорошо”, и только имея не менее 31 очка, он может претендовать на отличную оценку. В процессе устного экзамена студент знакомится с результатом проверки его письменной экзаменационной работы и экзаменатор разъясняет ему, в случае необходимости, в чем состоят допущенные им ошибки.

Наличие письменного экзамена, который целесообразно проводить на данном курсе одновременно для всех факультетов, имеющих одинаковую программу по математике, влечет за собой необходимость одновременного проведения устного экзамена для всех студентов, прошедших через письменный экзамен. Это приводит к тому, что для лектора, читающего курс для большой аудитории, оказывается возможным проэкзаменовать лишь малую долю своих слушателей. Это, конечно, существенный недостаток, который, однако, неизбежен в какой-то степени, если стремиться к тому, чтобы студенты были в одинаковом положении как в отношении информации о содержании письменного экзамена, так и в отношении времени на подготовку к устному экзамену.

Многолетний опыт Московского физико-технического института показывает целесообразность и разумность такой системы экзаменов.

## ABOUT EXAMINATIONS

*L. D. Kudryavtsev*

The chapter “About examinations” from L. D. Kudryavtsev’s book “Modern mathematics and its teaching” is devoted to one of the most important stages of the educational process. It deals with the methodical, ethical and moral aspects of the problem. The article may be useful not only to the teachers of mathematics at universities but to all teachers and students.

*Keywords:* mathematics at university, methodology and methods of education, mathematics examination.