

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ СЕКЦИЯ КОНФЕРЕНЦИИ
“ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ”

УДК 378.147:517.91

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ ПРИНЦИПАХ
УЧЕБНИКА ПО ОБЫКНОВЕННЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ
УРАВНЕНИЯМ

А. В. Боровских¹, А. И. Перов²

¹Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Россия, 119991, г. Москва, Ленинские горы;
e-mail: bor.bor@mail.su

²Воронежский государственный университет,
Россия, 394006, г. Воронеж, Университетская пл., 1;
e-mail: anperov@mail.ru

Обсуждается ряд методических принципов, использованных при подготовке учебника авторов статьи “Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям”.

Ключевые слова: обыкновенные дифференциальные уравнения, учебник для вузов.

Наш учебник [1] появился несколько лет назад и, видимо, уже знаком преподавателям дифференциальных уравнений. Поэтому речь пойдет не о презентации самого учебника, как сейчас принято говорить, а о том, какими принципами руководствовались его авторы и почему он, собственно, был написан.

Поводом послужил совершенно пустяковый случай, произошедший с первым из авторов, когда он просто забыл (так уж получилось) прочитать одну лекцию. Выяснилось это уже на последней лекции перед экзаменом, а тема важная — метод неопределенных коэффициентов для систем, входящая в минимум студента-математика, и поэтому просто пожертвовать ею нельзя. Выход был найден очень простой: лекция была просто набрана на компьютере и распространена среди студентов. После этого обнаружился совершенно изумительный эффект: ответы именно на этот вопрос, который обычно студентам дается с трудом (так как там приходится пользоваться условиями разрешимости линейных вырожденных алгебраических систем, а этот материал студентами провинциальных вузов усваивается не очень хорошо, а иногда и вообще им не читается), были существенно лучше других. Студенты легко отвечали на каверзные дополнительные вопросы и уточняли необходимые детали.

Вот тут и возник естественный вопрос: “Всё ли в порядке с моими лекциями?”. То есть, раз уж студенты написанное усваивают лучше, чем сказанное, то почему бы и не написать? В результате и появился наш учебник.

Сразу отметим, что он имеет совсем не общепринятый “академический” стиль, а содержит практически без сокращений тот материал, который читается на лекции (лишь слегка отредактированный, поскольку всё-таки устное слово отличается от письменного). Традиции мы не следовали сознательно, поскольку вполне осознавали, что “академический” стиль (то есть максимально выжатый, без “воды”, отступлений и комментариев — сухой текст с формулировками и доказательствами) сложился во вполне определенных условиях и ими, собственно, и определялся. А сейчас надо смотреть на нынешние условия и нынешние требования.

Математики, которые читают первоисточники, хорошо знают отличия стиля семнадцатого – восемнадцатого и стиля девятнадцатого века, когда из научных монографий и учебников практически исчезли философские и метафизические рассуждения. С конца девятнадцатого века математическое изложение уже перестало апеллировать к физике, а в двадцатом полностью приобрело формализованный характер. Но вот учебники, написанные во второй половине двадцатого века, отличаются тем, что хотя они и учебники, но для понимания непосвященного читателя они практически недоступны. Чем вызван такой странный и, на первый взгляд, парадоксальный поворот стиля?

По-видимому, дело в том, что как раз в середине века высшее образование приобрело (и в нашей стране, и за рубежом) поистине массовый характер, а бумаги было не так много, так что приходилось экономить на всем, на чем можно. С другой стороны, объем необходимого материала стремительно увеличивался, и всего на лекции рассказать было уже невозможно, и необходимо было что-то переносить на самостоятельное изучение. Возможность решить столь непростую задачу определялась тем, что сейчас называют “человеческим фактором”. Поскольку обучение велось преподавателями, подготовленными в академических центрах (Москва, Санкт-Петербург, Казань и т. п.) и владеющими математической культурой “на полную глубину”, оказалось возможным осуществить некое “разделение труда”: преподаватель на лекции давал постановку проблемы, обсуждал трудности, формулировал результаты, а за подробными доказательствами и деталями отсылал к учебнику. Тем самым учебник приобрел функции “справочника с доказательствами”, прилагавшегося к устным лекциям. Естественно, из него “выжималась” вся “вода”, оставалась только чистая сухая логика.

Но вот прошло уже больше 50 лет, и многое изменилось. Во-первых, теперь бумаги хватает, и необходимость экономить существенно ослабла. Кроме того, теперь появились электронные носители информации, позволяющие вообще забыть о том, что где-то надо экономить.

Во-вторых, с тех пор сменилось уже два поколения преподавателей, и лекции читают уже совсем другие люди. Это — “ученики учеников” тех, кого

когда-то готовили в академических центрах, и эта смена поколений оказалась связанной с такими явлениями, что вопрос об экономии стал вообще неуместным, ибо речь идет уже об утрате смысла, без которого математическое образование является пустой тратой времени и сил.

К сожалению, для сохранения культуры необходима некоторая её “критическая плотность”. Если она меньше, культура начинает как-то “рассасываться”, “рассеиваться” и уровень её начинает неуклонно снижаться. В применении к обсуждаемому вопросу это выразилось в том, что то, что когда-то читали на лекциях (и к чему учебник был приложением), оказалось, в конце концов, просто утраченным. Нам приходилось видеть преподавателей университета, которые, читая лекции, просто пересказывали учебник — тот учебник, что когда-то был просто приложением к лекциям. Вот так ситуация дошла до “педагогического абсурда”. И именно поэтому возникло желание написать учебник, в котором было бы всё, а не только формулировки и доказательства. На наш взгляд, это стало теперь необходимым не только студентам, но и преподавателям.

Отметим, кстати, что и с книгами тоже не всё обстоит благополучно. Одному из авторов как-то в очередном учебном году довелось пойти в библиотеку своего родного Воронежского университета, чтобы перечислить список литературы по обыкновенным дифференциальным уравнениям, которую надо выдавать студентам. И он, ничтоже сумняшеся, начал перечислять: “Ну, во-первых, Степанов — это самый полный учебник по обыкновенным уравнениям, который когда-либо был написан...”. На что получил удивительный ответ: “А Вы знаете, мы Степанова списали! Он был самый ВЕТХИЙ, и поэтому мы его списали”. Вот так. А поскольку Степанова по ветхости уже догоняли и Понтрягин, и Тихонов, не говоря уже о Петровском, а переиздавать их тогда еще и не думали (дело было в 2000 году), то стало ясно, что надо выбирать как-то своими силами.

Третья характерная черта современности — это, конечно, то, что времена сейчас тяжелые, студенты в провинции вынуждены работать, нередко им приходится учиться самостоятельно, и учебник должен дать им возможность выучиться полноценно. К тому же, думая о перспективе, необходимо было создать что-то вполне самостоятельное, что могло бы обслуживать в будущем и дистанционное обучение, что позволяло бы человеку учиться и без преподавателя, и без устных лекций.

Вот все эти аргументы и побудили нас написать все “так, как есть”, сознательно отойдя от “академического” стиля.

Что касается собственно методических принципов, то, честно говоря, писали бы безо всякой особой методической науки, так сказать, “по наитию”, просто ориентируясь на свой опыт, однако потом обнаружили, что наши ин-

туитивно ощущавшиеся принципы вполне соответствуют тем концепциям, которые развиваются сейчас в педагогической науке, так что каждый из нас в очередной раз ощутил себя “господином Журденом”, который узнал, что говорит прозой.

Так, наши представления оказались очень близки предложенной Ван Хиле системе для описания уровней усвоения геометрии в школе, которая, как оказалось, имеет гораздо более широкую сферу действия. В нашем вольно обобщающем пересказе эта система (она имеет 5 уровней) выглядит так:

1. Знакомство с предметом;
2. Изучение предмета с различных точек зрения, формирование системы представлений, связанных с этим предметом;
3. Формализация этих представлений, формирование системы понятий;
4. Формирование логики связи между понятиями и образование логических кластеров — групп взаимосвязанных свойств;
5. Построение формализованной теоретической системы, как правило — аксиоматической, отслеживание вариаций этой системы при изменении тех или иных аксиом и постулатов.

Традиционно в преподавании уровни 1–2 пропускаются, 3-й редуцирован к формулировкам определений, а то, что содержится в учебниках — это 4-й и отчасти 5-й уровень. Хотя без первых двух всё это лишается смысла: понятие перестает быть обозначением чего-то наблюдаемого, ощущаемого, воспринимаемого, реального (можно даже сказать “материального”), а превращается в сознании нашего студента в чисто вербальный объект. А манипулирование понятием становится компилятивным оперированием словами, собиранием фразы из слов так, “чтобы преподаватель остался доволен”.

Мы постарались уделить уровням 1–2 существенное внимание. Так, целая лекция тратится только на то, чтобы ввести понятие устойчивости, то есть познакомить с явлением, с системой представлений и довести её до формализации (опыт показывает, что после такого усвоения понятия сама теория устойчивости уже “раскатывается как по маслу”). Целая лекция посвящена разбору постановки общего вопроса о существовании и единственности решения. Для уравнений n -го порядка пол-лекции тратится на то, чтобы добраться до основного принципа “решение ищется в виде $e^{\lambda t}$ ”, целая лекция посвящена построению и анализу фазового портрета для обычного маятника и т. д.

Второй уровень, связанный с “концептуальной” формулировкой ряда принципов и форм представлений, играет особенно важную роль тогда, когда точные формулировки громоздки и обложены кучей деталей и оговорок (как, например, теорема существования и единственности, теоремы о непрерывной зависимости от параметра или теоремы теории устойчивости). Опыт пока-

зывает, что четкое выделение главного принципа до того, как мы доберемся до формального изложения результатов, существенно упрощает студентам понимание даже весьма нетривиальных вещей.

Конечно, и учебник, и его методическая база требуют еще дополнительной шлифовки, но надо сказать, что первое издание разошлось очень быстро и сейчас уже приходится готовить второе.

В заключение хотелось бы высказать еще одну мысль, преамбулой к которой был один эпизод из жизни первого автора. Когда он, собираясь съездить за границу, стал более-менее серьезно изучать английский язык и начал запасаться словарями, то, как раз, совершенно случайно, в книжном магазине столкнулся с одним своим знакомым, который преподавал английский язык. И тот сказал, что для того чтобы полноценно осваивать язык, нужно всего два словаря: самый маленький и самый большой. По-видимому, это факт чисто математический: если формулировать задачу о минимизации среднего времени поиска слова в словарях, то, скорее всего, именно такое решение она и будет иметь.

Почему мы об этом заговорили? Некоторое время мы находились в эйфории от собственного успеха, и было такое ощущение, что, скорее всего, “академический” стиль уже себя изжил и надо писать толстые и подробные учебники. Однако практически одновременно с нашим вышел курс дифференциальных уравнений А. Ф. Филиппова [2], и стало ясно, что это все-таки не так и что нужно и то, и другое. Учебник А. Ф. Филиппова — это, безусловно, образец “академического” стиля. И, по большому счету, он на самом деле чрезвычайно нужен и тем студентам, которые учатся именно по нашему учебнику. Для того, чтобы рафинировать свои знания. Для того, чтобы привести свои знания в компактную систему. Для того, чтобы научиться смотреть на эту науку — дифференциальные уравнения — в целом. С другой стороны, наверное, и тем, кто учится по Филиппову, наш учебник тоже будет полезен — он позволяет разобраться там, где что-то непонятно или не ощущается смысл, или трудно освоиться с тем или иным понятием. Истина, видимо, состоит в том, что учебники этих двух сортов должны дополнять друг друга, позволяя каждому студенту выбрать свою, наиболее удобную для него траекторию усвоения предмета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровских А.В., Перов А.И. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2004. 540 с.
2. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004. 240 с.

**ON CERTAIN METHODOLOGICAL PRINCIPLES OF THE TEXTBOOK ON
ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

A. V. Borovskikh, A. I. Perov

The series of methodical principles used by the authors for the writing of the textbook “Lecture on Ordinary Differential Equations” is discussed.

Keywords: ordinary differential equations, textbooks for the high-level education.