

На правах рукописи

КУЛИКОВА НАДЕЖДА АЛЕКСАНДРОВНА

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ  
ВЯЗКОУПРУГОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ  
КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ**

Специальность 01.02.06 – динамика,  
прочность машин, приборов и аппаратуры

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород  
2007

Работа выполнена в научно-исследовательском институте механики  
государственного образовательного учреждения высшего профессионального  
образования «Нижегородский государственный университет  
им. Н. И. Лобачевского»

Научные руководители:

Заслуженный деятель науки РФ,  
доктор физико-математических наук, профессор  
доктор физико-математических наук, с. н. с.

**Баженов В. Г.**  
**Абросимов Н. А.**

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор  
кандидат технических наук, доцент

**Каюмов Р. А.**  
**Леонтьев Н. В.**

Ведущая организация – Институт механики сплошных сред Уральского  
отделения Российской академии наук

Защита состоится «27» декабря 2007 года в 14 часов 30 минут на  
заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Нижегородском  
государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950,  
Нижний Новгород, проспект Гагарина, 23, корпус 6

Факс: (831) 4-65-60-25

E-mail: trukhin@mech.unn.ru

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского

Автореферат разослан «23» ноября 2007 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.166.09  
кандидат технических наук, доцент

**Трухин Б. В.**

## Актуальность темы

При создании конструкций современной техники наряду с традиционными материалами широко применяются и композиционные материалы, обладающие, в отличие от металлов, существенно лучшими весовыми, жесткостными, прочностными и диссипативными характеристиками.

Характерная особенность конструкций из композитных материалов состоит в том, что материал и конструкция создаются одновременно – в рамках единого технологического процесса. Взаимообусловленность процессов создания конструкции, материала и технологии предопределяет новый подход к идентификации материальных параметров определяющих соотношений, основанный непосредственно на результатах комплексного экспериментально-теоретического анализа нестационарного поведения композитных элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов. Классические методы решения этой задачи (резонансные, гистерезисные, свободных затухающих колебаний), базирующиеся на испытаниях представительских образцов, зачастую оказываются неработоспособными в связи с существенным влиянием на результаты измерений условий закрепления, способа возбуждения колебаний, неоднородности напряженно-деформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов. Поэтому достоверную информацию о свойствах композитных материалов можно получить лишь на основе результатов испытаний, изготовленных из него конструкций, что приводит к необходимости использования для этих целей методов идентификации.

Однако до настоящего времени такие подходы к идентификации материалов и моделей применялись, как правило, для определения эффективных упругих характеристик композитных материалов на основе статических экспериментов.

Вместе с тем весьма актуальны и недостаточно изучены вопросы, связанные с определением вязкоупругих характеристик новых композитных материалов и построением на их основе разрешающих систем уравнений, описывающих эволюцию процессов деформации композитных конструкций при нестационарных нагружениях.

## **Цели диссертационной работы**

1. Развитие метода идентификации материальных констант и функций определяющих соотношений композитных материалов, базирующегося на минимизации рассогласования экспериментального и компьютерного моделирования динамического поведения элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов.
2. Формулировка неклассической системы уравнений динамического вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения. Развитие методик численного решения прямых и обратных задач вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения при импульсных воздействиях.
3. Построение и анализ чувствительности функционала невязки экспериментальных данных и результатов численного анализа нестационарных процессов деформации оболочек вращения и разработка методов его глобальной минимизации.
4. Разработка параллельных алгоритмов и программных средств решения задач идентификации параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов в оболочках вращения при импульсном нагружении.
5. Определение жесткостных и реологических характеристик композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа динамического поведения ряда конструктивных элементов.

## **Научная новизна**

Разработан эффективный расчетно-экспериментальный метод определения совокупности материальных констант и функций определяющих соотношений вязкоупругого деформирования композитных материалов, основанный на минимизации функционала невязки экспериментального и компьютерного моделирования динамического поведения оболочек вращения, выполненных из исследуемых материалов.

Получены новые результаты, касающиеся определения деформационных и демпфирующих характеристик некоторых композитных материалов.

**Обоснованность и достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием строгих математических методов исследования, соответствием теоретических результатов расчетов имеющимся экспериментальным данным, решением большого числа тестовых задач с использованием различных методик, исследованием практической сходимости предложенных алгоритмов и программных средств.

**Практическая ценность** работы определяется возможностью использования разработанных моделей, методик, алгоритмов и программных средств, для проектирования композитных материалов различного назначения, а также динамически нагруженных однородных композитных оболочечных элементов конструкций с контролируемым демпфированием. Предложенная методика и ее программная реализация нашли применение в расчетной практике РФЯЦ-ВНИИЭФ (г. Саров).

**Диссертационная работа выполнена при поддержке** гранта научно-исследовательской работы аспирантов высших учебных заведений Минобрнауки РФ (А04-2.10-898), гранта РФФИ (№ 05-08-50212-а), ФЦНТП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники» проект РИ-112/001/404, грантов в рамках программы поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ-1136.2003.8, № НШ-6391.2006.8).

**На защиту выносятся** следующие научные положения диссертации:

1. Развитие метода решения задач идентификации параметров моделей вязкоупругого поведения композитных материалов в динамически нагруженных элементах конструкции.
2. Построение функционала среднеквадратичного рассогласования теоретических и экспериментальных значений деформаций и разработка параллельных алгоритмов его глобальной минимизации.
3. Результаты решения задач идентификации механических характеристик композитных материалов и параметров моделей вязкоупругого деформирования полусферической и цилиндрической оболочек, нагруженных импульсом внутреннего давления.

### Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях и симпозиумах: Всероссийской конференции по теории упругости с международным участием (Ростов-на-Дону, 13–16 октября, 2003 г.); научно-технической конференции «Молодежь в науке» (Саров, 12–14 ноября, 2003 г.); IX Нижегородской сессии молодых ученых (Саров, 23–27 мая, 2004 г.); Всероссийской научной конференции по волновой динамике машин и конструкций, посвященной памяти профессора А. И. Весницкого (Нижний Новгород, 1–5 июня, 2004 г.); Первом российском научно-техническом симпозиуме «Интеллектуальные композитные материалы и конструкции в аэрокосмической технике» (Москва, 23–25 июня, 2004 г.); 7-ой Всероссийской научной конференции «Краевые задачи и математическое моделирование» (Новокузнецк, 4–5 декабря, 2004 г.); VI международном конгрессе по математическому моделированию (Нижний Новгород, 20–26 сентября, 2004 г.); IV сессии молодежной школы-семинара «Промышленная безопасность и экология» (Саров, 20–24 сентября, 2004 г.); 10-ой Нижегородской сессии молодых ученых (технические науки) (Нижний Новгород, 27 февраля–3 марта, 2005 г.); Международной конференции «VII Харитоновские тематические научные чтения», «Экстремальное состояние вещества. Детонация. Ударные волны» (Саров, 14–18 марта, 2005 г.); V Российской конференции с международным участием «Смешанные задачи механики деформируемого тела» (Саратов, 23–25 августа, 2005 г.); 11-ой Нижегородской сессии молодых ученых (технические науки) (Нижний Новгород, 12–16 февраля, 2006 г.); XIII международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2006» (Москва, 11–16 апреля, 2006 г.); IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 22–28 августа, 2006 г.); Всероссийской конференции «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (Новосибирск, 9–13 октября, 2006 г.); 10-ой международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (Ростов-на-Дону, 5–9 декабря, 2006 г.); 15-ой Зимней школе по механике сплошных сред (Пермь, 26 февраля–3 марта, 2007 г.).

**Личный вклад автора** заключается в следующих научных положениях:

– развитию методики численного решения задач идентификации вязкоупругих характеристик композитных материалов;

- разработке алгоритмов и программных средств, реализующих методику идентификации;
- получении и анализе результатов решения задач идентификации параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов оболочек вращения при импульсном нагружении.

Во всех случаях заимствования других результатов в диссертации приведены ссылки на литературные источники.

### **Публикации**

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1–17].

### **Структура и объем работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы. Основной печатный текст составляет 121 страницу, 23 рисунка, 13 таблиц, 19 страниц – список цитируемой литературы (208 наименований).

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цели работы, приведены основные положения, выносимые на защиту. Дана краткая аннотация всех разделов диссертации.

**В первой главе** приведен краткий обзор методов идентификации физико-механических характеристик и моделей деформирования композитных материалов, математических моделей теории оболочек, методов решения задач динамики оболочек и сформулированы выводы относительно состояния проблем, рассматриваемых в диссертационной работе.

*Задачи идентификации* математических моделей подразделяются на структурные и параметрические. Структурная идентификация осуществляется на стадии выбора моделей для описания деформирования материалов и конструкций.

Структурный подход идентификации вязкоупругих сред рассматривался в работах В. П. Багмутова, Ю. А. Басистова, Г. И. Брызгалина, Д. Л. Быкова, Д. Н. Коновалова, С. Д. Копейкина, И. Ф. Образцова, Ю. Г. Яновского и др.

Параметрическая идентификация предполагает определение физико-механических характеристик и параметров выбранных моделей механического поведения материалов и конструкций. Существуют подходы идентификации в которых структурный и параметрический этапы взаимно связаны друг с другом.

Различные варианты параметрического метода идентификации рассматривались в работах Н. А. Алфутова, Г. В. Воронцова, В. С. Добрынина, П. А. Зиновьева, Р. А. Каюмова, В. П. Матвеевко, Б. И. Плющева, А. И. Резниченко, Р. Б. Рикардса, Д. Х. Сафиуллина, Ю. Д. Суворовой, Л. П. Таировой, И. Г. Терегулова, А. Чате, Н. А. Юрловой, Ю. Е. Якубовского, А. L. Araujo, P. S. Frederiksen, Y. Ichikawa, T. Kawamoto, M. Moreira de Freitas, C. M. Mota Soares, T. Ohkmi и др.

Большинство работ по решению задач идентификации посвящено определению эффективных упругих характеристик композитных материалов на основе статических экспериментов (или их имитации). Из исследований, в которых определение деформационных характеристик осуществлялось по результатам динамических испытаний, можно отметить лишь работы: А. Г. Федоренко, В. И. Цыпкина, А. Г. Иванова, В. Н. Русака, С. Н. Заикина, А. Т. Шитова – в которых приведены исследования особенностей динамического деформирования цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении; А. Г. Демешкина, М. Е. Козеко, В. М. Корнева, В. Д. Кургузова – в которых определялись демпфирующие характеристики композитных колец при их взрывном нагружении; Л. В. Володиной, Н. Н. Гердюкова, Е. В. Зотова, А. М. Чеверикина – где приведены результаты исследований динамических вязкоупругих свойств композитных материалов посредством взрывного нагружения полусферических оболочек.

Наиболее универсальным способом решения задачи идентификации является сведение ее к задаче поиска минимума построенной определенным образом целевой функции. Выбор параметров и весовых коэффициентов невязка которых минимизируется, достаточно произволен. Он определяется рядом объективных и субъективных факторов (например, желанием уменьшить значение сомнительных с точки зрения расчетчика экспериментов). Кроме того, при использовании моделей, содержащих большое количество параметров, необходимо оценивать степень их влияния на результаты расчетов. Поэтому предварительно, перед решением задачи оптимизации, целесообразно провести *анализ чувствительности* целевой функции по проектным переменным. Различные методы для анализа показателей чувствительности рассматривались в работах В. И. Абрамова, Я. Арора, Н. В. Баничука, С. Ю. Ивановой, А. П. Карташева, А. С. Рошаля, А. Сальтелли,



И. М. Соболя, Р. Фокса, Э. Хога, А. В. Шаранюка, Л. А. Шмита, Н. W. Vode, J. C. Heltona и др.

При выборе *метода оптимизации* необходимо учитывать ряд факторов: большие вычислительные затраты при формировании целевой функции, многоэкстремальный характер целевой функции, сложность вычисления ее производных и чувствительность методов оптимизации к погрешностям экспериментальных измерений. Большое количество эффективных алгоритмов решения задач локальной оптимизации приведено в работах Я. Арора, М. Базара, Б. Банди, Ф. Гилла, В. Ф. Демьянова, Ю. П. Иванилова, В. П. Малкова, В. Н. Малоземова, Н. Н. Моисеева, У. Мюррэй, Б. Т. Поляка, А. В. Степанова, Е. М. Столяровой, А. Г. Угодчикова, Д. Химмельблау, Э. Хога, К. Шетти и др. Описание методов глобальной оптимизации можно найти в работах Ф. П. Васильева, С. Ю. Городецкого, Ю. Г. Евтушенко, А. А. Жиглявского, А. Г. Жилинского, Л. А. Растригина, Р. Г. Стронгина, А. Г. Сухарева и др.

Построение целевой функции осуществляется в результате решения начально-краевой задачи вязкоупругого осесимметричного деформирования оболочки вращения при импульсном нагружении. Поскольку элементы конструкций, изготовленные из композитных материалов, обладают ярко выраженной анизотропией и низкой сдвиговой жесткостью, то для описания их напряженно-деформированного состояния необходимо привлекать неклассические теории оболочек, которые основаны на различных способах упрощения непосредственно трехмерных динамических уравнений теории упругости.

Для интегрирования разрешающих систем уравнений нестационарного вязкоупругого деформирования пластин и оболочек применяются различные методы. Выбор наиболее эффективного метода тесно связан с используемыми моделями теории оболочек, идеализацией реальных свойств материала и типа внешних воздействий. Наиболее распространенными являются метод конечных элементов и вариационно-разностные методы в сочетании с явной схемой интегрирования по времени.

Анализ состояния рассматриваемой проблемы показал: большинство исследований посвящено определению эффективных упругих характеристик композитных материалов на основе статических экспериментов для простейших

элементов конструкций; работы по решению задач идентификации вязкоупругих характеристик, базирующиеся на результатах динамических испытаний элементов конструкций, практически отсутствуют; явно недостаточно развиты алгоритмы глобальной оптимизации целевых функций для решения задач идентификации.

**Во второй главе** приводится постановка задачи вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения произвольной толщины при импульсных осесимметричных воздействиях.

Оболочка вращения постоянной толщины  $h$  рассматривается в лагранжевой системе ортогональных координат  $\alpha_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ), совпадающей с линиями главных кривизн и внешней нормалью к срединной поверхности оболочки в недеформированном состоянии.

Для построения разрешающей системы уравнений неклассической теории оболочек вращения применяется принцип возможных перемещений в сочетании с методом рядов. Представим компоненты вектора перемещения  $u_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) в виде следующих разложений:

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = \sum_{n=0}^N u_i^n(\alpha_1, t) \sqrt{n + \frac{1}{2}} P_n(x), \quad (1)$$

где  $-1 \leq x = 2 \frac{\alpha_3}{h} \leq 1$ ;  $\sqrt{n + \frac{1}{2}} P_n(x)$  – ортонормированные полиномы Лежандра;  $u_i^n(\alpha_1, t)$  – искомые функции;  $t$  – время.

С учетом (1) выражения для деформаций запишутся в виде:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{1}{Z_1} \left( \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) + k_1 \sum_{n=0}^N u_3^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) \right); \\ e_{22} &= \frac{1}{Z_2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \alpha_1} \sum_{n=0}^N u_1^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) + k_2 \sum_{n=0}^N u_3^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) \right); \\ e_{33} &= \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_3^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n'(x); \quad e_{13} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n'(x) + \\ &+ \frac{1}{Z_1} \left( \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) - k_1 \sum_{n=0}^N u_1^n \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n(x) \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Z_1 = 1 + k_1 \alpha_3$ ;  $Z_2 = 1 + k_2 \alpha_3$ ;  $k_1, k_2$  – главные кривизны;  $r(\alpha_1)$  – расстояние от оси вращения до точки срединной поверхности с координатой  $\alpha_1$ ;  $P_n'(x)$  – производные от полиномов Лежандра.

Определяющие соотношения линейной теории вязкоупругости представим в виде:

$$\begin{aligned}\sigma_{ii} &= \sum_{j=1}^3 C_{ij}^o e_{ij}^0 \quad (i = \overline{1,3}); \quad \sigma_{13} = G_{13}^o e'_{13}; \quad e_{ii}^0 = e_{ii} - \left(1 - \frac{C_{ii}^\infty}{C_{ii}^o}\right) \int_0^t R_{ii}(t-\tau) e_{ii}(\tau) d\tau; \\ e_{ij}^0 &= e_{ij} - \left(1 - \frac{C_{ij}^\infty}{C_{ij}^o}\right) \int_0^t R_{ij}(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau; \quad e'_{13} = e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^\infty}{G_{13}^o}\right) \int_0^t R_{13}(t-\tau) e_{13}(\tau) d\tau, \quad (3)\end{aligned}$$

где  $C_{ij}^0$ ,  $G_{13}^0$ ,  $C_{ij}^\infty$ ,  $G_{13}^\infty$  – мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые вычисляются через компоненты вектора  $E = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$  и определяются в результате решения задачи идентификации;  $R(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n e^{-\beta_n t}$  – ядро релаксации максвелловского типа.

Далее рассмотрим принцип возможных перемещений, который с учетом соотношений (1)–(3) и интегрирования по нормальной координате может быть записан для незакрепленной оболочки вращения, нагруженной импульсом внутреннего давления, следующим образом:

$$\int_0^L \sum_{n=0}^N \left[ M_{11}^n \frac{\partial(\delta u_1^n)}{\partial \alpha_1} + M_{13}^n \frac{\partial(\delta u_3^n)}{\partial \alpha_1} + (M_1^n + \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_1^m) \delta u_1^n + (M_3^n - F_3^n + \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_3^m) \delta u_3^n \right] r d\alpha_1 = 0, \quad (4)$$

где  $M_{11}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} Z_2(n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n(x) dx$ ;  $M_{13}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{13} Z_2(n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n(x) dx$ ;

$$M_1^n = \int_{-1}^{+1} \left[ \frac{h}{2} \left( \frac{\sigma_{22} Z_1}{r} \frac{\partial r}{\partial \alpha_1} - \sigma_{13} k_1 Z_2 \right) (n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n(x) + \sigma_{13} Z_1 Z_2 (n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n'(x) \right] dx;$$

$$M_3^n = \int_{-1}^{+1} \left[ \frac{h}{2} (\sigma_{11} k_1 Z_2 + \sigma_{22} k_2 Z_1) (n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n(x) + \sigma_{33} Z_1 Z_2 (n + \frac{1}{2})^{1/2} P_n'(x) \right] dx;$$

$$F_3^n = (-1)^n q_3 \sqrt{n + \frac{1}{2}} \left(1 - k_1 \frac{h}{2}\right) \left(1 - k_2 \frac{h}{2}\right); \quad A_m^n = \frac{\rho h}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{n + \frac{1}{2}} P_n(x) (m + \frac{1}{2})^{1/2} P_m(x) Z_1 Z_2 dx;$$

$L$  – длина образующей срединной поверхности оболочки в исходном недеформированном состоянии;  $q_3$  – интенсивность внутреннего давления.

Вариационное уравнение динамики (4) описывает движение вязкоупругой композитной оболочки вращения и может быть использовано для численного решения прикладных задач с различной степенью точности в зависимости от числа членов в аппроксимирующих рядах (1). При интегрировании уравнения (4) должны быть удовлетворены также начальные условия:

$$u_1^n(\alpha_1, 0) = 0; u_3^n(\alpha_1, 0) = 0; \dot{u}_1^n(\alpha_1, 0) = 0; \dot{u}_3^n(\alpha_1, 0) = 0, \quad (n = \overline{0, N}). \quad (5)$$

Во втором и третьем параграфах главы построены разрешающие системы уравнений динамики центрально-симметричных сферических вязкоупругих оболочек и тонкостенных оболочек вращения при осесимметричных воздействиях.

**В третьей главе** предлагается численный метод идентификации механических характеристик и параметров моделей определяющих соотношений композитных материалов, основанный на минимизации рассогласования экспериментальных данных и результатов численного моделирования нестационарных процессов деформации оболочек вращения, изготовленных из исследуемых материалов.

Данный подход разбивается на три самостоятельных этапа: решение начально-краевой задачи динамического вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения; анализ чувствительности целевой функции по проектным переменным; поиск глобального минимума целевой функции квадратичной невязки экспериментальных и теоретических результатов.

Решение начально-краевой задачи динамического вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения осуществляется вариационно-разностным методом в сочетании с явной схемой интегрирования по времени.

Методика решения задачи идентификации параметров моделей вязкоупругого динамического деформирования композитных оболочек вращения состоит в следующем.

Требуется найти набор параметров (вектор) определяющих соотношений (3):

$$\bar{E} = \left( E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N \right)^T, \quad (6)$$

при которых математическая модель (1)–(5), описывающая динамическое поведение вязкоупругих оболочек вращения, наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными. Здесь под параметрами понимаются мгновенные и длительные модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона, времена релаксации и другие характеристики.

Предлагается следующая схема их определения. Пусть получена информация о динамическом поведении композитной оболочки вращения в виде временных зависимостей перемещений и (или) деформаций на ее поверхностях. Считаем, что имеются соответствующие тензограммы перемещений и (или) деформаций, полученные в результате экспериментальных испытаний. Поскольку расчетные и

экспериментальные перемещения и (или) деформации являются затухающими условно моногармоническими колебаниями, то можно определить максимальные и минимальные значения расчетных  $u_i^m, e_{ii}^m$  и экспериментальных  $u_i^{*m}, e_{ii}^{*m}$  перемещений и (или) деформаций, а также соответствующие моменты времени  $t_i^m, \tau_i^m$  и  $t_i^{*m}, \tau_i^{*m}$  ( $m = \overline{1, M}$ ), в которые они достигаются.

Далее задача сводится к нахождению вектора коэффициентов физических уравнений, обеспечивающего в выбранной норме минимальное расстояние между расчетными и экспериментальными данными. В качестве нормы выбирается функционал, представляющий сумму среднеквадратичных отклонений характерных значений расчетных и экспериментальных перемещений и (или) деформаций:

$$F(\overline{E}) = \sum_{m=1}^M \int_S \left[ \sum_{i=1,3} \left( a_i (u_i^m - u_i^{*m})^2 + b_i (t_i^m - t_i^{*m})^2 \right) + \sum_{i=1,2} \left( c_i (e_{ii}^m - e_{ii}^{*m})^2 + d_i (\tau_i^m - \tau_i^{*m})^2 \right) \right] dS, \quad (7)$$

где  $S$  – область занимаемая оболочкой;  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – весовые коэффициенты.

Так как экспериментальная информация о полях перемещений и (или) деформаций задается в отдельных точках конструкции, поэтому задача поиска минимума функционала сводится к глобальной минимизации функции нескольких переменных:

$$C(\overline{E}) = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{i=1,3} \left( a_i (u_i^m - u_i^{*m})^2 + b_i (t_i^m - t_i^{*m})^2 \right) + \sum_{i=1,2} \left( c_i (e_{ii}^m - e_{ii}^{*m})^2 + d_i (\tau_i^m - \tau_i^{*m})^2 \right) \right] \right\}_k, \quad (8)$$

где  $K$  – число точек, в которых определяются экспериментальные значения перемещений и (или) деформаций.

Для оценки возможности и достоверности определения параметров определяющих соотношений в конкретной задаче необходимо провести анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования. Это исследование базируется на теории глобальных показателей чувствительности для изучения нелинейных математических моделей.

Глобальный анализ чувствительности, в отличие от традиционного анализа чувствительности, который можно назвать локальным, позволяет проанализировать поведение целевой функции (8) во всей области допустимых значений проектных переменных, изучить и количественно оценить влияние отдельных проектных переменных и их групп и, наконец, выделить существенные и несущественные

проектные переменные.

Предлагаемый алгоритм вычисления глобальных показателей чувствительности ориентирован на использование в многопроцессорных вычислительных системах и кластерных архитектурах. Параллелизм алгоритма реализуется через распределение независимых вычислений значений целевой функции (8). При этом на  $q$  процессорах одновременно вычисляются значения целевой функции для каждого случайного набора отдельных параметров (6).

Для решения задачи глобальной оптимизации не существует универсального по эффективности алгоритма. Поэтому при разработке специфических методов глобальной оптимизации в первую очередь следует учитывать свойства целевой функции и допустимого множества решений рассматриваемых задач.

В выше сформулированной задаче нелинейного программирования рассматриваемая целевая функция имеет многоэкстремальный характер и большую размерность, поэтому для нахождения глобального минимума было разработано два подхода.

Первый подход основывается на использовании глобального анализа чувствительности и детерминированных прямых методов оптимизации. Вначале проводится оценка чувствительности целевой функции по оптимизируемым параметрам. В результате параметры, к которым выявлена малая чувствительность, можно приближенно заменить их средними значениями и полагать в дальнейшем неизменными. Параметры, оказывающие существенное влияние на целевую функцию, следует оптимизировать методами прямого поиска. В качестве начального приближения нужно использовать, полученные при анализе чувствительности, значения проектных переменных соответствующие минимальному значению целевой функции. Это позволяет повысить скорость сходимости метода и избежать попадания в локальные минимумы, что бывает при абсолютно случайном начальном приближении.

Второй подход основан на использование синтеза методов адаптивного случайного поиска, который используется как основной (глобальный) метод оптимизации, и детерминированного метода Хука-Дживса, позволяющего выполнить дополнительное локальное уточнение глобального решения.

Многочисленные тестирования показали, что наиболее приемлемым для

решения задачи оптимизации рассматриваемой целевой функции среднеквадратического рассогласования расчетных и экспериментальных значений перемещений и (или) деформаций оказался подход, основанный на использовании результатов глобального анализа чувствительности целевой функции с дальнейшим уточнением полученного начального приближения (для существенных параметров) прямыми методами оптимизации.

**В четвертой главе** приводятся результаты решения тестовых и прикладных задач. Решение тестовых задач направлено на проверку работоспособности и адекватности разработанной методики идентификации, и ее программной реализации.

Решение прикладных задач проводилось с целью определения параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения.

В первом параграфе на ряде задач вязкоупругого нестационарного деформирования сферических, полусферических и цилиндрических оболочек проведен анализ сходимости и сравнение результатов решения с экспериментальными данными и численными расчетами, полученными по сертифицированному пакету прикладных программ «Динамика-2»<sup>1</sup>.

Во втором, третьем, четвертом и пятом параграфах верификация предлагаемого метода идентификации проводилась на задачах динамического деформирования изотропных и ортотропных вязкоупругих оболочек вращения при внутреннем импульсном нагружении.

При этом в качестве экспериментальной информации использовались результаты решения прямой задачи динамического вязкоупругого деформирования оболочки вращения с заданными механическими характеристиками и параметрами моделей поведения материала элемента конструкции. Вычисленные деформации имитировали результаты замеров в соответствующем эксперименте, а известные значения искоемых проектных переменных служили критерием достоверности решения обратной задачи. Предварительно была проведена оценка глобальных показателей чувствительности целевой функции и выделены существенные и несущественные проектные переменные. В результате решения задачи

---

<sup>1</sup> Баженов В. Г., Зефирова С. В., Кочетков А. В. и др. Пакет прикладных программ «Динамика-2» // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Исследование и оптимизация конструкций. Всесоюзный межвузовский сб. Горьк. ун-та. – 1987. – С. 4–13.

идентификации были определены значения проектных переменных, близкие к заданным значениям, свидетельствующие о работоспособности и адекватности предлагаемого подхода.

В шестом параграфе рассматривалась задача идентификации вязкоупругих характеристик хаотически армированного композитного материала при взрывном нагружении полусферической оболочки.

Результаты решения задачи представлены на рис. 1 в виде временных зависимостей экспериментальных значений деформаций<sup>2</sup> и теоретических расчетов с идентифицированными параметрами различных вариантов физических соотношений (3).

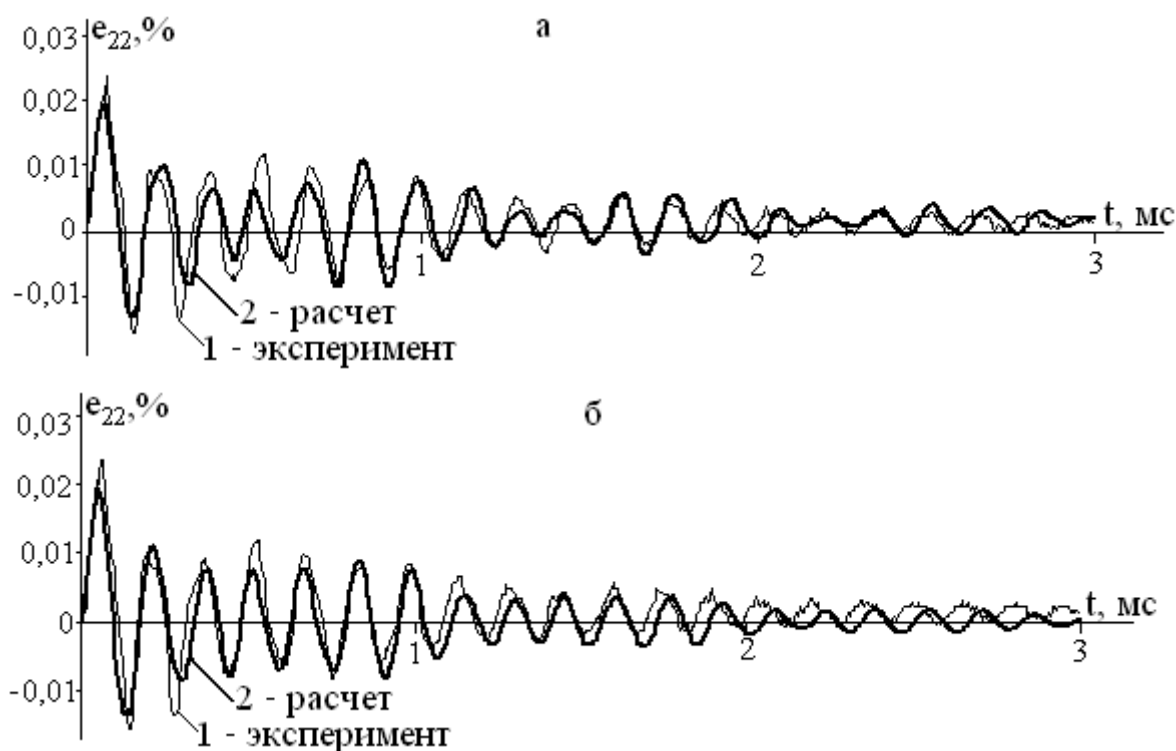


Рис. 1. Осциллограммы окружных деформаций на внешней поверхности вблизи экватора, рассчитанные по многоэкспонентной изотропной (а) и одноэкспонентной ортотропной (б) вязкоупругим моделям оболочек:

$$а - E = 6,1 \text{ ГПа}, \quad E_{\infty} = 5,49 \text{ ГПа}, \quad \nu = 0,33, \quad \beta_1 = 20000 \text{ с}^{-1}, \quad \beta_2 = 1980 \text{ с}^{-1}, \\ \beta_3 = 990 \text{ с}^{-1};$$

$$б - E_1 = 5,07 \text{ ГПа}, \quad E_2 = 6,37 \text{ ГПа}, \quad E_3 = 4,72 \text{ ГПа}, \quad G_{13} = 4,34 \text{ ГПа}, \quad E_1^{\infty} = 4,17 \text{ ГПа}, \\ E_2^{\infty} = 5,73 \text{ ГПа}, \quad E_3^{\infty} = 3,97 \text{ ГПа}, \quad G_{13}^{\infty} = 3,52 \text{ ГПа}, \quad \nu_{12} = 0,22, \quad \nu_{23} = 0,26, \quad \nu_{13} = 0,28, \\ \beta = 18300 \text{ с}^{-1}.$$

<sup>2</sup> Володина Л. В., Гердюков Н. Н., Зотов Е. В. и др. Реакция полусферических оболочек из ВВ на действие импульсной нагрузки (экспериментально-расчетное исследование) // Тр. Междунар. конф. «V Харитоновские тематические научные чтения». – Саров, 2003. – С. 316–322.



Наблюдается достаточно хорошее качественное и удовлетворительное количественное соответствие экспериментальных и теоретических результатов, причем одноэкспонентная ортотропная модель позволяет точнее описать начальный процесс деформации оболочки, а многоэкспонентная изотропная модель лучше согласуется с экспериментом на больших временах, поскольку обладает более широким релаксационным спектром.

На основе осциллограмм деформаций, приведенных на рис. 1, анализировалась зависимость логарифмического декремента затухания  $\delta$  от временного интервала процесса деформирования (числа циклов колебаний).

В табл. 1 приведены значения декремента затухания  $\delta$  в зависимости от числа периодов колебаний  $n$ , а также экспериментальное значение  $\delta_*$  и среднее теоретическое значение  $\delta_0$  для изотропной и ортотропной оболочек соответственно.

Таблица 1

Оболочка	$\delta$							$\delta_0$	$\delta_*$
	n=3	n=5	n=7	n=9	n=11	n=13	n=15		
изотропная	0,5707	0,1768	0,1685	0,2714	0,1223	0,1484	0,2101	0,2383	0,2166
ортотропная	0,3869	0,2128	0,1598	0,2331	0,1635	0,1676	0,1936	0,2168	0,2166

Из анализа полученных данных следует, что декремент затухания зависит от интервала, по которому он рассчитывается. Однако среднее значение декремента затухания  $\delta_0$  хорошо согласуется с экспериментальным значением  $\delta_*$ , причем для ортотропной модели поведения материала оболочки результаты расчетов практически совпадают с экспериментальными данными.

В седьмом параграфе адекватность предлагаемых моделей деформирования материала оболочек вращения и метода их идентификации оценивалась на задаче динамического деформирования цилиндрической оболочки при внутреннем импульсном нагружении.

Результаты решения задачи идентификации<sup>3</sup> и экспериментальные данные<sup>3</sup> представлены на рис 2.

<sup>3</sup> Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Механика композитных материалов. – 1983. – № 1. С. 90–94.

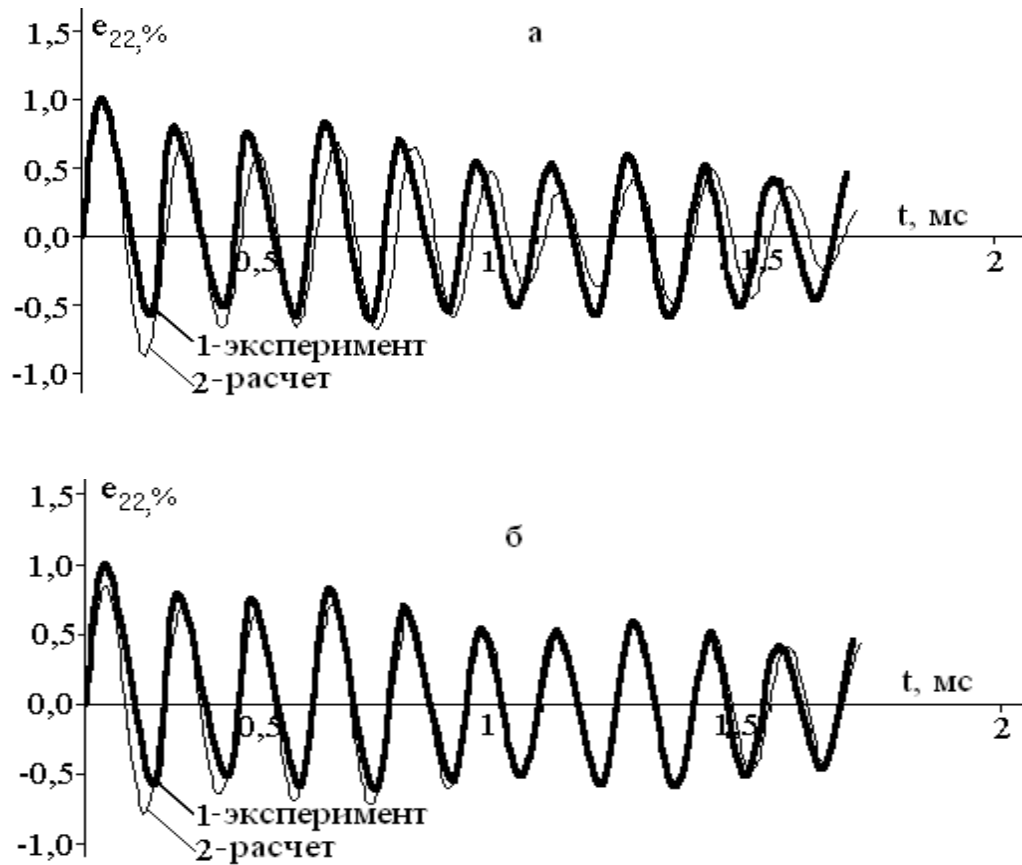


Рис. 2. Осциллограммы окружных деформаций на внешней поверхности в центральном сечении для изотропной (а) и ортотропной (б) вязкоупругой цилиндрической оболочки:

а –  $E = 28,5 \text{ ГПа}$ ,  $E^\infty = 25,94 \text{ ГПа}$ ,  $\nu = 0,194$ ,  $\beta = 302014 \text{ с}^{-1}$ ;

б –  $E_1 = 26,7 \text{ ГПа}$ ,  $E_2 = 28,8 \text{ ГПа}$ ,  $E_3 = 9,9 \text{ ГПа}$ ,  $G_{13} = 7,1 \text{ ГПа}$ ,  $E_1^\infty = 23,0 \text{ ГПа}$ ,  $E_2^\infty = 25,9 \text{ ГПа}$ ,  $E_3^\infty = 8,3 \text{ ГПа}$ ,  $G_{13}^\infty = 5,9 \text{ ГПа}$ ,  $\nu_{12} = 0,14$ ,  $\nu_{23} = 0,43$ ,  $\nu_{13} = 0,45$ ,  $\beta = 244160 \text{ с}^{-1}$ .

Сравнительный анализ приведенных результатов расчетов показывает, что учет ортотропии жесткостных характеристик материала оболочек позволяет точнее описать процесс их деформации, хотя подобные материалы (как это следует из справочной литературы) не обладают ярко выраженной анизотропией.

По результатам обработки расчетных и экспериментальных тензограмм деформаций проведен анализ среднего логарифмического декремента радиальных колебаний изотропной ( $\delta_0 = 0,082$ ) и ортотропной ( $\delta_0 = 0,067$ ) оболочек. Получено, что среднее значение декремента, рассчитанное по ортотропной модели лучше согласуется с его экспериментальным значением ( $\delta_* = 0,0598$ ).

## Основные выводы

1. На основе общего вариационного уравнения динамики сплошной среды путем аппроксимации функций перемещений по вырожденной координате отрезком ряда по ортонормированным полиномам Лежандра сформулированы уравнения неклассической теории оболочек для решения задач динамического вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения.

2. Развита численная методика решения задач идентификации механических характеристик и параметров определяющих соотношений вязкоупругих композитных материалов, основанная на минимизации рассогласования экспериментальных данных и результатов численного моделирования задач нестационарного вязкоупругого деформирования композитных оболочек вращения.

3. В рамках технологии параллельных вычислений разработаны алгоритмы и программные средства, реализующие методику идентификации вязкоупругих характеристик в динамически нагруженных композитных элементах конструкции. Работоспособность методик и программных средств подтверждается сопоставлением с теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

4. Проведен анализ чувствительности функционала невязки экспериментальных данных и результатов численного анализа нестационарных процессов деформации оболочек вращения с целью оценки возможности и достоверности определения материальных параметров физических соотношений.

5. По результатам сравнительного экспериментально-теоретического анализа вязкоупругих процессов деформации в полусферических и цилиндрических оболочках при взрывном нагружении определены жесткостные и реологические характеристики композитных материалов, открывающие возможность адекватного описания динамического поведения элементов конструкций, изготовленных из исследуемых материалов.

**Основное содержание и результаты диссертации опубликованы в следующих работах:**

*Публикации в рецензируемых изданиях и списка ВАК*

1. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Идентификация жесткостных и реологических характеристик полимерных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа динамического поведения полусферических оболочек // Проблемы прочности и пластичности. Вып. 66. Н. Новгород. Изд-во ННГУ. Межвуз. сб., 2004. С. 76–83.
2. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа динамического поведения полусферических оболочек // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 47, № 3. С. 126–133.
3. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Расчетно-экспериментальный метод идентификации вязкоупругих характеристик композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения // Механика композитных материалов. 2007. Т. 43, № 4. С. 449–464.
4. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Идентификация параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // Вестник ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Серия Механика. Выпуск 1 (7), 2006. С. 67–75.

*Другие публикации*

5. Куликова Н. А. Идентификация вязкоупругих характеристик полимерных материалов в динамически нагруженных полусферических оболочках методом параметрической оптимизации // IX Нижегородская сессия молодых ученых. Секция «Математика и математическое моделирование». Саров, 2004. С. 19–20.
6. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Определение вязкоупругих свойств полимерных материалов в полусферических динамически нагруженных оболочках методом параметрической идентификации // Всероссийская научная

конференция по волновой динамике машин и конструкций, посвященной памяти профессора А. И. Весницкого. Нижний Новгород, 2004. С. 4.

7. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Идентификация жесткостных характеристик композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения методом параметрической оптимизации // Первый российский научно-технический симпозиум «Интеллектуальные композитные материалы и конструкции в аэрокосмической технике». Москва, 2004. С. 135–139.

8. Куликова Н. А. Определение вязкоупругих характеристик полимерных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа полусферических оболочек при импульсном нагружении // 7-я Всероссийская научная конференция «Краевые задачи и математическое моделирование». Новокузнецк, 2004. С. 77–79.

9. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Идентификация моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения // VI международный конгресс по математическому моделированию. Нижний Новгород, 2004. С. 303.

10. Куликова Н. А. Определение вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа полусферических оболочек при импульсном нагружении // 10-я Нижегородская сессия молодых ученых (технические науки). Нижний Новгород, 2005. С. 10–11.

11. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Володина Л. В., Зотов Е. В., Куликова Н. А., Новиков С. А., Трищенко И. А., Чеверикин А. М. Определение вязкоупругих характеристик композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения методом параметрической оптимизации // Международная конференция «VII Харитоновские тематические научные чтения». «Экстремальное состояние вещества. Детонация. Ударные волны». Саратов, 2005. С. 212–213.

12. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А. Определение вязкоупругих характеристик композитных материалов в динамически нагруженных полусферических оболочках методом параметрической идентификации // V Российская конференция с международным участием «Смешанные задачи механики деформируемого тела». Саратов, 2005. С. 214–217.

13. Куликова Н. А. Идентификация вязкоупругих характеристик новых

композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа взрывного деформирования оболочек вращения // XIII международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2006». Москва, 2006. С. 97–98.

14. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Идентификация эффективных деформационных характеристик моделей вязкоупругого деформирования композитных конструкций при взрывном нагружении // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Нижний Новгород, 2006. С. 8.

15. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения. Всероссийская конференция «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций». Новосибирск, 2006. С. 5.

16. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Определение вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально – теоретического анализа нестационарного деформирования оболочек вращения // Десятая международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды». Ростов-на-Дону, 2006. С. 10–13.

17. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Идентификация параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных материалов в динамически нагруженных оболочках вращения. 15-я Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь, 2007. Ч. 1. С. 3–6.