На правах рукописи

Гуревич Елена Яковлевна

ПОЛНЫЙ ИНВАРИАНТ ДИФФЕОМОРФИЗМОВ МОРСА-СМЕЙЛА НА МНОГООБРАЗИЯХ РАЗМЕРНОСТИ БОЛЬШЕЙ, ЧЕМ 3

Специальность 01.01.02 — дифференциальные уравнения

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Н. Новгород, 2009

Работа выполнена на кафедре высшей математики и теоретической механики Нижегородской государственной сельскохозяйственной академии и на кафедре теории управления и динамики машин Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор В. З. Гринес.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор В. Н. Белых,
доктор физико-математических наук, профессор Е. А. Сатаев.

Ведущая организация:
Математический Институт им. В. А. Стеклова
Российской Академии Наук.

Защита состоится "19"марта 2009 г. в 14.40 часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.06 в Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 2, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Нижегородского государственного университета (603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1).

С текстом автореферата можно ознакомиться на официальном сайте Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, электронный адрес: http:// www.unn.ru

Автореферат разослан "16"февраля 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук,
доцент В. И. Лукьянов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Предмет исследования. Настоящая диссертация посвящена топологической классификации структурно устойчивых дискретных динамических систем, заданных на замкнутых ориентируемых многообразиях размерности большей трех, и охватывает исследования автора 2002-2008 годов.

Актуальность темы. Данная работа относится к одному из важнейших разделов качественной теории дифференциальных уравнений — нахождению топологических инвариантов, определяющих разбиение многообразия на траектории с точностью до топологической эквивалентности.

История вопроса. На двумерной сфере задача топологической классификации структурно устойчивых непрерывных динамических систем (потоков) была полностью решена в работах А. А. Андронова, Е. А. Леонтович, А. Г. Майера, Л. С. Понтрягина. Фундаментом для этого явились идеи А. Пуанкаре и И. Бендиксона, связанные с выделением тех траекторий, знание и взаимное расположение которых однозначно задает качественную структуру разбиения фазового пространства динамической системы на траектории, а также идея грубости, принадлежащая А. А. Андронову и Л. С. Понтрягину.

Следующим шагом была топологическая классификация структурно устойчивых потоков без состояния равновесия на двумерном торе, которая свелась к топологической классификация структурно устойчивых диффеоморфизмов окружности, полученной А. Г. Майером и затем независимо В. И. Арнольдом и В. А. Плиссом.

Существенным продвижением в классификации произвольных структурно устойчивых потоков на поверхностях, отличных от двумерной сферы, явились работы М. Пейкшото. В частности, для таких потоков он нашел полный топологический инвариант, называемый теперь графом Пейкшото. Фактически, этот инвариант является обобщением понятия схемы, введенной Е. А. Леонтович и А. Г. Майером для потоков на сфере, и позволяет свести проблему топологической классификации к решению комбинаторных задач.

Достигнутый прогресс обусловлен тем, что структурно устойчивые потоки на поверхностях имеют конечное число гиперболических состояний равновесия и замкнутых гиперболических траекторий, которые вместе с сепаратрисами седловых состояний равновесия однозначно определяют разбиение несущей поверхности на траектории.

Переход к диффеоморфизмам на многообразиях размерности большей единицы или к потокам на многообразиях размерности большей двух выявляет новые свойства структурно устойчивых систем, в частности, для таких систем становится возможным существование гомоклинических траекторий, что приводит к существованию счетного множества периодических траекторий.

Этот феномен, обнаруженный в работах Д. В. Аносова и С. Смейла в 60-х годах, привел к выделению и интенсивному изучению важного класса систем — динамических систем с гиперболической структурой неблуждающего множества, а также систем, не являющихся гиперболическими в строгом смысле, но обладающих предельными множествами с хаотическим поведением траекторий. Этой тематике посвящены работы таких математиков как Д. В. Аносов, В. И. Арнольд, В. Н. Белых, В. З. Гринес, Ю. С. Ильяшенко, Л. М. Лерман, Ю. И. Неймарк, В. А. Плисс, Р. В. Плыкин, Е.А. Сатаев, Я. Г. Синай, А. М. Степин, А. Н. Шарковский, Л. П. Шильников, Хр. Бонатти, Р. Боуэн, А. Каток, Р. Мане, Ш. Ньюхаус, Д. Орнстейн, Дж. Пали, Я. Песин, Р. Робинсон, Д. Рюэль, А. Санами, С. Смейл, Д. Сулливан, Ф. Такенс, У. Терстен, Дж. Френкс, М. Шуб и многих других.

В то же время С. Смейл ввел класс динамических систем (потоков и диффеоморфизмов), аналогичных грубым потокам на поверхностях. Неблуждающее множество таких систем (получивших впоследствии название систем Морса-Смейла) состоит из конечного числа гиперболических периодических движений, устойчивые и неустойчивые многообразия которых пересекаются трансверсально. И хотя потоки (диффеоморфизмы) Морса-Смейла не являются типичными на многообразиях размерности большей двух (большей единицы), они представляют класс структурно устойчивых динамических систем, имеющих важное значение в качественной теории и ее приложениях, связанных с адекватным описанием процессов, в которых отсутствуют хаотические явления.

Следует отметить, что новые проблемы в топологической классификации систем Морса-Смейла связаны с тем, что блуждающее множество потока (диффеоморфизма) на многообразии размерности большей двух (большей единицы) устроено, вообще говоря, значительно сложнее, чем в соответствующих динамических системах на многообразиях меньшей размерности. Так, В. С. Афраймович и Л. П. Шильников доказали, что ограничение многомерных потоков Морса-Смейла на замыкание множества гетероклинических траекторий сопряжено с надстройкой над марковской цепью.

К настоящему времени имеются весьма законченные результаты по топологической классификации диффеоморфизмов Морса-Смейла на двумерных многообразиях, полученные в работах В. З. Безденежных, Е. А. Боревич, И. Ю. Власенко, В. З. Гринеса, Х. Бонатти и Р. Ланжевена. Одним из основных инвариантов для перечисленных классов топологической сопряженности является некоторый граф, аналогичный графу Пейкшото, снабженный дополнительной информацией, описывающей структуру множества гетероклинических траекторий.

Что касается вопроса топологической классификации потоков Морса-Смейла на многообразиях размерности большей двух, то здесь имеется относительно небольшое число содержательных результатов. Среди них отметим результат Ж. Флейтаса, который на языке диаграмм Хегора дал классификацию полярных потоков на замкнутых 3-многообразиях, то есть потоков Морса-Смейла, неблуждающее множество которых состоит в точности из одной стоковой, одной источниковой и $2k, k \geq 2$ седловых особых точек. Я. Л. Уманским найдены необходимые и достаточные условия топологической эквивалентности потоков Морса-Смейла с конечным множеством особых траекторий на трехмерных ориентируемых многообразиях. Топологический инвариант Я. Л. Уманского является обобщением схемы динамической системы, введенной Е. А. Леонтович и

А. Г. Майером. С. Ю. Пилюгин полностью решил задачу классификации для потоков Морса-Смейла на сфере S^n размерности $n \geq 3$, в предположении, что эти потоки не имеют замкнутых траекторий и гетероклинических пересечений. Инвариантом для таких потоков является граф, аналогичный графу Пейкшото.

В неавтономном случае системы типа Морса-Смейла изучались Л. М. Лерманом и Л. П. Шильниковым, которые построили инварианты равномерной сопряженности таких систем.

Как стало ясно сравнительно недавно, классификация диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на многообразиях размерности 3 и выше, является принципиально более сложной по сравнению с классификацией аналогичных потоков или диффеоморфизмов на двумерных многообразиях. В частности, из работ Хр. Бонатти и В. З. Гринеса следует, что уже в классе диффеоморфизмов трехмерной сферы с неблуждающим множеством, состоящим из четырех неподвижных точек: седла, одного источника и двух стоков, существует счетное множество топологически несопряженных диффеоморфизмов (при этом их графы Пейкшото изоморфны). Этот результат связан с возможностью дикого вложения инвариантных многообразий седловых периодических точек. Отметим, что примеры диких вложений кривых и двумерных сфер были открыты в работах Дж. Александера, Е. Артина и Р. Фокса, а их существование в качестве замыкания инвариантных многообразий структурно устойчивых диффеоморфизмов было обнаружено Д. Пикстоном. Построению топологических инвариантов для диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на многообразиях размерности 3, в предположениях различной общности посвящены работы Хр. Бонатти, В. З. Гринеса, В. С. Медведева, Е. Пеку и О. В. Починки. Топологические инварианты, введенные в этих работах, представляют собой комбинацию классических комбинаторных инвариантов, аналогичных графу Пейкшото, с новыми топологическими инвариантами, описывающими вложение сепаратрис.

В диссертации выделен важный класс $G_1(M^n)$ диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на ориентируемых многообразиях размерности большей чем 3, для которого удалось доказать, что полным топологическим инвариантом диффеоморфизмов из $G_1(M^n)$ вновь является граф Пейкшото (с заданным на нем автоморфизмом).

Доказательство этого результата существенно основано на полученных относительно недавно фактах из топологии многообразий высших размерностей, не имеющих места в размерности 3. Наиболее важными из них являются результаты Дж. Кантрелла, А. В. Чернавского и Р. Давермана о вложении в многообразие размерности $n > 3$ дуг и сфер коразмерности 1, следствием которых явилась невозможность дикого вложения замыкания сепаратрис седловых периодических точек диффеоморфизмов Морса-Смейла из рассматриваемого в диссертации класса.

Пусть $G_1(M^n)$ — класс сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на связном замкнутом гладком ориентируемом многообразии M^n размерности $n \geq 4$ и таких, что любой $f \in G_1(M^n)$ удовлетворяет следующим условиям:

1) неустойчивое многообразие любой седловой периодической точки из множества $\Omega(f)$ является одномерным;

2) неустойчивые и устойчивые многообразия различных седловых периодических точек из $\Omega(f)$ не пересекаются.

Цель работы состоит в топологической классификации диффеоморфизмов из множества $G_1(M^n)$, то есть нахождению полного топологического инварианта и построению стандартного представителя каждого класса топологической сопряженности.

Методы исследования. Используются топологические и геометрические методы исследования нелокальных свойств динамических систем на многообразиях.

Научная новизна. Диссертация посвящена развитию важного направления в теории динамических систем на многообразиях — отысканию топологических инвариантов, определяющих глобальное поведение траекторий дискретных динамических систем на гладких замкнутых ориентируемых многообразиях размерности большей трех и применению этих инвариантов к решению проблемы топологической классификации.

Автором решены следующие задачи, определяющие новизну работы:

1) Изучена топология вложения замыканий сепаратрис седловых периодических точек диффеоморфизмов, принадлежащих классу $G_1(M^n)$. Установлено отсутствие дикого вложения замыкания сепаратрис седловых периодических точек. В частности, доказано, что замыкание сепаратрисы размерности $(n-1)$ седловой периодической точки диффеоморфизма $f \in G_1(M^n)$ является цилиндрически вложенной сферой S^{n-1}.

2) Установлено, что для любого диффеоморфизма из класса $G_1(M^n)$ несущее многообразие M^n является сферой S^n, а неблуждающее множество $\Omega(f)$ состоит в точности из одной отталкивающей точки, $k \geq 1$ седловых и $k+1$ притягивающих точек.

3) Каждому диффеоморфизму $f \in G_1(M^n)$ поставлен в соответствие топологический инвариант, представляющий собой ориентированный граф $\Gamma(f)$, множество вершин которого изоморфно множеству неблуждающих точек $\Omega(f)$, а множество ребер изоморфно множеству сепаратрис седловых периодических точек. Граф $\Gamma(f)$ оснащен сохраняющим ориентацию ребер автоморфизмом $P(f)$, индуцированным диффеоморфизмом f.

Установлено, что необходимым и достаточным условием топологической сопряженности двух диффеоморфизмов из $G_1(M^n)$ является изоморфизм графов $\Gamma(f)$, $\Gamma(f')$ при помощи сохраняющего ориентацию ребер изоморфизма η, сопрягающего автоморфизмы $P(f)$ и $P(f')$, то есть удовлетворяющего условию $\eta P(f) = P(f')\eta$.

4) Решена проблема реализации диффеоморфизмов из класса $G_1(M^n)$:

a) выделено множество допустимых графов, оснащенных автоморфизмами, и установлено, что граф $\Gamma(f)$ любого диффеоморфизма $f \in G_1(M^n)$ является допустимым;

b) для любого допустимого графа Γ и произвольного сохраняющего ориентацию ребер автоморфизма графа P построен диффеоморфизм $f \in G_1(M^n)$, граф $\Gamma(f)$ которого изоморфен графу Γ посредством изоморфизма, сопрягающего автоморфизмы $P(f)$ и P.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты и методы могут быть применены в теории гладких динамических систем при исследовании каскадов, заданных на многообразиях размерности большей чем 3, а так же при исследовании многомерных неавтономных периодических по времени систем дифференциальных уравнений и потоков, имеющих секущую размерности $n > 3$.

Апробация работы. По теме диссертации были сделаны следующие доклады на отечественных конференциях:

— на международной конференции "Дифференциальные уравнения и топология посвященной 100-летию со дня рождения Л. С. Понтрягина (Москва 2008);

— на международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (Суздаль 2006, 2008);

— на международной конференции "Дифференциальные уравнения и смежные вопросы посвященной И. Г. Петровскому (Москва 2007);

— на международных конфереция "Дифференциальные уравнения и их приложения"(Саранск 2005, 2006, 2008);

— на международной конференции, посвященной столетию А. Н. Колмогорова (Москва 2003).

По теме диссертации были также сделаны следующие доклады:

— на научном семинаре отдела дифференциальных уравнений НИИ прикладной математики и кибернетики при Нижегородском государственном университете (2008 г., руководитель проф. Л. П. Шильников);

— на научном семинаре кафедры ТУиДМ факультета ВМК Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (в 2006 г, руководитель проф. А. А. Хентов и в 2008 г, руководитель проф. Г. В. Осипов);

— на семинарах кафедры высшей математики Нижегородской сельскохозяйственной академии (2006-2008 гг., руководитель проф. В. З. Гринес).

Публикации. Всего по теме диссертации автором опубликовано 16 работ, в том числе 2 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации диссертации. Все основные результаты диссертации являются новыми, принадлежат автору и изложены в работах [1] - [16]. В работах, выполненных совместно, автору диссертации принадлежат доказательства всех основных результатов, В. З. Гринесу принадлежит постановка задачи и общее руководство, В. С. Медведев являлся консультантом по вопросам многомерной топологии.

Структура диссертации: оглавление, введение и история вопроса, формулировка результатов, четыре главы, заключение, список литературы. Объем диссертации: 115 стр., 12 рис., 111 наименований литературы. Основные утверждения диссертации составляют теоремы 1, 2 и 3.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулирована цель работы и основные результаты.

В первой главе приводится краткий обзор необходимых результатов многомерной топологии и доказывается ряд технических лемм, базирующихся на этих результатах.

Вторая глава состоит из трех параграфов. В параграфе 2.1 приводятся определения, необходимые для понимания работы.

В параграфе 2.2 описывается топология вложения сепаратрис седловых периодических точек диффеоморфизмов из $G_1(M^n)$, в частности, доказывается следующая лемма. Пусть Σ - замыкание $(n-1)$-мерной сепаратрисы седловой периодической точки.

Лемма 2.2 Сфера Σ является цилиндрически вложенной.

В параграфе 2.3 доказывается следующая теорема, являющая основным результатом второй главы.

Теорема 1 Для любого диффеоморфизма $f \in G_1(M^n)$ $(n \geq 4)$ несущее многообразие M^n является сферой S^n, а неблуждающее множество $\Omega(f)$ состоит в точности из одной отталкивающей точки, $k \geq 1$ седловых и $k+1$ притягивающих точек.

Третья глава посвящена отысканию необходимых и достаточных условий топологической сопряженности диффеоморфизмов из класса $G_1(M^n)$.

Поставим в соответствие каждому диффеоморфизму $f \in G_1(M^n)$ ориентированный граф $\Gamma(f)$, множество вершин которого изоморфно множеству неблуждающих точек $\Omega(f)$, а множество ребер изоморфно множеству сепаратрис седловых периодических точек. На каждом ребре графа $\Gamma(f)$ зададим ориентацию следующим образом. Пусть a и b – вершины $\Gamma(f)$, инцидентные ребру l. Тогда одна из этих вершин соответствует седловой периодической точке, а другая — притягивающей или отталкивающей периодической точке диффеоморфизма f. Если вершина a соответствует седловой периодической точке, а вершина b — притягивающей периодической точке, то ориентируем ребро l от a к b. Если вершина a соответствует седловой периодической точке, а вершина b — отталкивающей периодической точке, то ориентируем ребро l от b к a. Граф $\Gamma(f)$ будем называть *графом диффеоморфизма* f. Диффеоморфизм f индуцирует автоморфизм $P(f)$ графа $\Gamma(f)$.

Пусть $f, f' \in G_1(M^n)$ и существует сохраняющий ориентацию ребер изоморфизм η графов $\Gamma(f), \Gamma(f')$ такой, что $\eta P(f) = P(f')\eta$.

Будем говорить, что точка $p \in \Omega(f)$ *изоморфна* точке $p' \in \Omega(f')$ (сепаратриса l *изоморфна* сепаратрисе l'), если точки p, p' (сепаратрисы l, l') соответствуют изоморфным при отображении η вершинам (ребрам) графов $\Gamma(f)$, $\Gamma(f')$.

Пусть ω, ω' — изоморфные стоковые периодические точки диффеоморфизмов f, f' соответственно, и m — период точек ω, ω'. Обозначим через $W^s(\omega)$ устойчивое многообразие точки ω и через $L_\omega = \{l_\omega^1, ..., l_\omega^k\}$ множество всех сепаратрис седловых периодических точек диффеоморфизма f, принадлежащих множеству $W^s(\omega)$. Из условий, определяющих класс $G_1(M^n)$, следует, что для любого $i \in \{1, ..., k\}$ сепаратриса l_ω^i принадлежит одномерному неустойчивому многообразию некоторой седловой периодической точки σ_i. Обозначим через $L'_{\omega'} = \{l_{\omega'}^1, ..., l_{\omega'}^k\}$ множество всех сепаратрис седловых периодических точек диффеоморфизма f', в замыкании которых содержится сток ω'. Не уменьшая общности будем полагать, что при выбранной нумерации сепаратрисы l_ω^i и $l_{\omega'}^i$ изоморфны.

Основное содержание главы 3 составляет построение гомеоморфизма $H : M^n \to M^n$, осуществляющего топологическое сопряжение диффеоморфизмов f, f', то есть удовлетворяющего условию $f' = HfH^{-1}$.

Построение гомеоморфизма H разбито на несколько этапов. На первом этапе строится гомеоморфизм, сопрягающий ограничения диффеоморфизмов f, f' на устойчивые многообразия $W^s(\omega)$, $W^s(\omega')$ стоковых точек ω, ω' соответственно и отображающий сепаратрису l^i_ω в сепаратрису $l^i_{\omega'}$ для каждого $i = 1, \ldots, k$. Построение такого гомеоморфизма базируется на следующих леммах, доказанных в первом разделе третьей главы.

Лемма 3.1 Существует цилиндрически вложенная сфера $S^{n-1}_\omega \subset W^s(\omega)$, ограничивающая открытый шар $B^n_\omega \supset \omega$, такая, что:

1) $f^m(S^{n-1}_\omega) \subset B^n_\omega$;

2) для любого $i \in \{1, ..., k\}$ пересечение $l^i_\omega \cap S^{n-1}_\omega$ состоит из единственной точки z^i;

3) кольцо $K^n_\omega = \overline{B^n_\omega \setminus f^m(B^n_\omega)}$ гомеоморфно комбинаторному кольцу.

Пусть сфера $S^E_\omega \subset W^s(\omega)$ обладает всеми свойствами, перечисленными в лемме 3.1. Обозначим через B^E_ω открытый шар такой, что $\omega \in B^E_\omega$ и $\partial B^E_\omega = S^E_\omega$. Положим $S^I_\omega = f^m(S^E_\omega)$, $K_\omega = \overline{B^E_\omega \setminus f^m(B^E_\omega)}$.

Обозначим через $S^E_{\omega'}$, $B^E_{\omega'}$, $S^I_{\omega'}$ и $K_{\omega'}$ аналогичные объекты для диффеоморфизма f'.

Лемма 3.2 Существует гомеоморфизм $G_{\omega,\omega'} : K_\omega \to K_{\omega'}$ такой, что:

1) $G_{\omega,\omega'} f^m = f'^m G_{\omega,\omega'}$;

2) $G_{\omega,\omega'}(l^i_\omega \cap K_\omega) = l^i_{\omega'} \cap K_{\omega'}$ для любого $l^i_\omega \in L_\omega$.

Следствие 3.1.1 Пусть $\omega_1, ..., \omega_{m-1}$ — стоковые периодические точки периода m, принадлежащие одной орбите диффеоморфизма f, и $\omega'_1, ..., \omega'_{m-1}$ — стоковые периодические точки диффеоморфизма f' такие, что для любого $i \in \{1, ..., m-1\}$ точки ω_i, ω'_i изоморфны.

Тогда существует гомеоморфизм $G_{\mathcal{O}(\omega_1),\mathcal{O}(\omega'_1)} : \bigcup\limits_{i=1}^{m-1} W^s(\omega_i) \to \bigcup\limits_{i=1}^{m-1} W^s(\omega'_i)$ такой, что:

1) $G_{\mathcal{O}(\omega_1),\mathcal{O}(\omega'_1)} f|_{\bigcup\limits_{i=1}^{m-1} W^s(\omega_i)} = f' G_{\mathcal{O}(\omega_1),\mathcal{O}(\omega'_1)}|_{\bigcup\limits_{i=1}^{m-1} W^s(\omega_i)}$;

2) для любых $i \in \{1, ..., m-1\}$, $j \in \{1, ..., k_i\}$ имеет место равенство $G_{\mathcal{O}(\omega_1),\mathcal{O}(\omega'_1)}(l^j_{\omega_i}) = l^j_{\omega'_i}$.

Следующим этапом в построении гомеоморфизма $H : M^n \to M^n$, сопрягающего диффеоморфизмы f, f', является продолжение гомеоморфизмов вида $G_{\mathcal{O}(\omega_1),\mathcal{O}(\omega'_1)}$, построенных для каждой стоковой орбиты, на $(n-1)$-мерные сепаратрисы седловых периодических точек. Принципиальная возможность такого продолжения доказывается в лемме 3.3 (являющейся основным результатом разделов 3.2-3.3). Метод доказательства состоит в переходе к пространству орбит ограничения диффеоморфизма f на некоторое подмножество в окрестности $(n-1)$-мерной сепаратрисы и применении ряда нетривиальных топологических фактов.

Итогом лемм 3.1-3.3 является следующая теорема.

Теорема 2 Диффеоморфизмы $f, f' \in G_1(M^n)$ $(n \geq 4)$ топологически сопряжены тогда и только тогда, когда существует сохраняющий ориентацию ребер изоморфизм η графов $\Gamma(f), \Gamma(f')$ такой, что $\eta P(f) = P(f')\eta$.

В четвертой главе решается проблема реализации. В параграфе 4.1 вводится множество допустимых графов $\mathbf{\Gamma}$. Связный ориентированный граф Γ принадлежит множеству $\mathbf{\Gamma}$, если множество Γ^0 его вершин можно представить в виде трех непустых непересекающихся подмножеств $\Gamma^0_1 = \{a^1_1\}$, $\Gamma^0_2 = \{a^1_2, ..., a^k_2\}$, $\Gamma^0_3 = \{a^1_3, ..., a^{k+1}_3\}$ таких, что:

а) для любого $i \in \{1, ..., k\}$ вершина a^i_2 инцидентна ровно трем ребрам: одно ребро соединяет вершину a^i_2 с вершиной a^1_1 и два ребра соединяют вершину a^i_2 с различными вершинами из множества Γ^0_3;

б) не существует ребер, соединяющих между собой вершины из множества Γ^0_3 и ребер, соединяющих вершину a^1_1 с вершинами из множества Γ^0_3;

в) для любого $j \in \{1, ..., k\}$ ребро (a^1_1, a^j_2) ориентировано от a^1_1 к a^j_2 ;

г) для любой пары $i \in \{1, ..., k\}$, $j \in \{1, ..., k+1\}$ такой, что вершины a^i_2, a^j_3 являются смежными, ребро (a^i_2, a^j_3) ориентировано от a^i_2 к a^j_3;

д) граф $\Gamma \setminus a^1_1$ является связным.

Основным результатом параграфа 4.1 является следующая лемма.

Лемма 4.1 Пусть диффеоморфизм $f \in G_1(M^n)$, тогда $\Gamma(f) \in \mathbf{\Gamma}$.

В параграфе 4.2 строится стандартный представитель каждого класса топологической сопряженности диффеоморфизмов из $G_1(M^n)$. Основной результат этого параграфа заключается в следующей теореме.

Теорема 3 Пусть P — произвольный сохраняющий ориентацию ребер автоморфизм графа $\Gamma \in \mathbf{\Gamma}$. Тогда существует диффеоморфизм $f \in G_1(M^n)$ такой, что граф $\Gamma(f)$ изоморфен графу Γ посредством изоморфизма ζ : $\Gamma(f) \to \Gamma$, такого, что $\zeta P(f) = P\zeta$.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

[1] Гринес В.З. Граф Пейкшото диффеоморфизмов Морса-Смейла на многообразиях размерности большей трех/ В. З. Гринес, Е. Я. Гуревич, В. С. Медведев// Труды математического института им. В.А. Стеклова, 2008. - Т. 261. - С. 61–86.

[2] Гринес В.З. О диффеоморфизмах Морса-Смейла на многообразиях размерности большей трех/ В. З. Гринес, Е. Я. Гуревич// Доклады академии наук, 2007. - Т. 416, N. 1. - С. 15-17.

[3] Гринес В.З. Реализация графов Пейксото диффеоморфизмами Морса-Смейла без гетероклинических пересечений с седловыми периодическими точками индекса один / В. З. Гринес, Е. Я. Гуревич, В. С. Медведев// Труды средневолжского математического общества, 2008. - Т. 10, № 1. - С. 55-69.

[4] Gurevich. E. Y. The Realization of Peixoto's graph by Morse-Smale diffeomorphisms on manifolds of dimension greater than three/ E. Y. Gurevich// Тезисы докладов международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, 2008. - С. 292-294.

[5] Гуревич Е.Я. Реализация графа Пейксото диффеоморфизмами Морса-Смейла на многообразиях размерности большей чем три 3/ Е. Я. Гуревич// Сборник тезисов докладов международной конференции "Дифференциальные уравнения и топология посвященной Л.С. Понтрягину, Москва, 2008. - С. 121.

[6] Гуревич Е.Я. Полный топологический инвариант в классе диффеоморфизмах Морса-Смейла на многообразиях размерности большей 3/ Е. Я. Гуревич// Сборник тезисов докладов международной конференции "Дифференциальные уравнения и смежные вопросы посвященной И.Г. Петровскому, Москва, 2007. - С. 114.

[7] Gurevich. E. Y. Smale graph as a complete invariant of Morse-Smale diffeomorphisms on a manifolds of large dimension/ E. Y. Gurevich// Тезисы докладов международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, 2006. - С. 265-266.

[8] Гуревич Е.Я. О диффеоморфизмах Морса-Смейла сферы S^n/ Е. Я. Гуревич// Тезисы докладов международной конференции "Тихонов и современная математика 2006. - С. 91-92.

[9] Гуревич Е.Я. О реализации диффеоморфизмов Морса-Смейла на многообразиях размерности большей трех/ Е. Я. Гуревич// Сборник трудов 7 всероссийской научной конференции "Нелинейные колебания механических систем Нижний Новгород, 2005. - С. 78.

[10] Гуревич Е.Я. Классификация диффеоморфизмов Морса-Смейла с одномерным множеством неустойчивых сепаратрис / Е. Я. Гуревич// Тезисы докладов международной конференции, посвященной семидесятилетию Л.П. Шильникова "Динамика, бифуркации и хаос Нижний Новгород, 2005. - С. 51.

[11] Гуревич Е.Я. О вложении пучка одномерных сепаратрис диффеоморфизмов Морса-Смейла в многообразие размерности большей трех/ Е. Я. Гуревич// Труды средневолжского математического общества, 2005. - Т. 7, № 1. - С. 184-192.

[12] Гуревич Е.Я. Условия топологической сопряженности диффеоморфизмов Морса-Смейла с одномерным множеством неустойчивых сепаратрис/ Е. Я. Гуревич// Труды средневолжского математического общества, Саранск, 2004. - Т. 6, № 1. - С. 180-181.

[13] Гуревич Е.Я. О вложении сепаратрис диффеоморфизмов Морса-Смейла в несущее многообразие/ Е. Я. Гуревич// Тезисы докладов международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, 2004. - С. 119-120.

[14] Гуревич Е.Я. О классификации диффеоморфизмов Морса-Смейла на многообразиях размерности большей 3/ Е. Я. Гуревич// Тезисы докладов конференции "Колмогоров и современная математика Москва, 2003. - С. 99-100.

[15] Гуревич Е.Я. Критерий топологической сопряженности диффеоморфизмов Морса-Смейла с седловыми периодическими точками коразмерности 1/ Е. Я. Гуревич// Тезисы докладов международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, Суздаль, 2002. - С. 47-48.

[16] Гуревич Е.Я. О топологической сопряженности диффеоморфизмов Морса-Смейла на n-мерных многообразиях без гетероклинических пересечений/ Е. Я. Гуревич// Труды средневолжского математического общества, Саранск, 2002. - Т.3-4, № 1. - С. 252-254.