

На правах рукописи

Буданков Алексей Сергеевич

**Идентификация параметров  
математической модели нелинейной  
динамической характеристики процесса  
резания металлов**

Специальность 01.02.06 — Динамика, прочность машин, приборов  
и аппаратуры

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико—математических наук

Нижний Новгород 2009 г.

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования “Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского”

Научные руководители:

д.т.н., проф. Ю.И. Городецкий  
д.т.н., проф. В.Н. Комаров

Официальные оппоненты:

д.ф—м.н., проф. М.И. Фейгин  
д.ф—м.н., проф. Д.В. Баландин

Ведущая организация:

Нижегородский филиал института машиноведения  
им. А.А. Благоднарова РАН

Защита диссертации состоится 3 июня 2009 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при ННГУ им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, Н.Новгород, пр. Гагарина 23, корп. 6

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского.

Автореферат разослан 30 апреля 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.166.09

д.ф—м.н., доц. Л.А. Игумнов

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследований.** Возникновение вибраций в процессе резания, при обработке на металлорежущих станках, приводит к снижению точности обработки, ухудшению качества обработанной поверхности детали, а также преждевременному износу и поломке режущего инструмента. Возникновение вибраций крайне нежелательно на конечных чистовых этапах обработки, когда резание происходит при малых глубинах и нарушенные безвибрационное движения детали и резца может приводить к браку в изделии. При металлообработке на станках с ЧПУ, кроме снижения производительности и точности обработки, вибрации в зоне резания могут приводить к выходу из строя дорогостоящего оборудования станка. Таким образом, актуальность темы исследования настоящей работы обусловлена необходимостью повышения качества, точности и производительности при обработке на металлорежущих станках.

Решение данной проблемы затруднено без адекватных математических моделей, описывающих колебания упругой системы детали под воздействием динамических сил резания, возникающих при обработке различных металлов и сплавов.

В большинстве случаев резание металлов происходит по следу, т.е. в условиях, когда изменение срезаемого объема металла зависит не только от характера колебаний резца и детали в данный момент, но и от следа, оставленного резцом на поверхности детали во время ее предыдущего оборота<sup>1</sup>. Следовательно, возникающие при обработке динамические силы резания можно разделить на силы первого рода, возникающие при срезании припуска (объем металла, предназначенного для удаления), и силы второго рода, возникающие при срезании следа с предыдущего оборота, причем второй тип сил является запаздывающим по отношению к первому на время полного оборота детали.

Для математического описания данных типов сил используется понятие о динамической характеристике резания (ДХР)<sup>2</sup> как о зависимости изменения силы резания от вызвавшего это изменение относительного смещения детали и резца в зоне резания. ДХР первого рода определяет зависимость изменения силы резания от относительного смещения детали и резца при срезании припуска, а

---

<sup>1</sup>Городецкий Ю.И. О колебаниях при резании металлов.—В кн: Динамика систем. Горький. ГГУ, 1974, вып. 3, с. 58—88

<sup>2</sup>Кудинов В.А. Динамическая характеристика резания // Станки и инструмент, 1963, №10, с. 1—7

ДХР второго рода — аналогичную зависимость при срезании следа с предыдущего оборота детали.

В общем случае процесс резания, при однолезвийной (обработка одним резцом) токарной обработке, является трехмерным и описывается матричными соотношениями, поэтому ДХР являются матрицами размерности  $3 \times 3$ , связывающими составляющие векторов динамических сил резания с составляющими вектора относительного смещения детали и резца в зоне резания при срезании припуска и следа соответственно.

К настоящему моменту решению проблемы вибраций при резании металлов посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых. Наиболее значимые результаты получены в работах Н.А. Дроздова, А.И. Каширина, А.П. Соколовского, И.С. Амосова, М.Е. Эльясберга, В.А. Кудинова, И. Глусты, Ю.И. Городецкого, Н.Н. Нанна, S.A. Tobias, H.E. Merrit и многих других.

Однако в научной и справочной литературе практически отсутствуют нелинейные математические модели ДХР, пригодные для описания динамических сил несвободного резания, возникающих при резании двумя или более режущими кромками резца одновременно, что характерно для подавляющего числа случаев металлообработки.

В виду сложности физических процессов, протекающих в зоне резания, обусловленных деформированием и разрушением срезаемого объема металла, построение математических моделей ДХР теоретическим путем затруднено и требует привлечения средств экспериментального исследования и получения данных о динамических силах резания. Поэтому необходимо развитие этих средств и выполнение расчетов параметров математических моделей ДХР с использованием экспериментальных данных о динамических силах резания.

Наконец, необходимо исследование устойчивости и автоколебаний в динамическом процессе резания с использованием нелинейных моделей ДХР, а именно: нахождение областей устойчивости безвибрационного движения детали и резца в пространстве параметров исследуемого процесса резания и нахождение амплитуд и частот возможных автоколебаний детали и резца при обработке.

Таким образом, **целью исследования** настоящей работы являлось:

1. Построение нелинейных математических моделей ДХР, учитывающих особенности несвободного резания, и создание алгоритмов расчета их параметров по экспериментальным дан-

ным о динамических силах резания.

2. Исследование устойчивости и автоколебаний в динамическом процессе резания металлов с использованием построенных моделей ДХР и выявление причин самовозбуждения колебаний резца и детали в случае несвободного резания.
3. Проведение экспериментальных исследований и получение данных о динамических силах несвободного резания; выявление особенностей, характерных для несвободного резания, и расчеты параметров построенных моделей ДХР по полученным экспериментальным данным.
4. Создание средств экспериментального исследования динамических сил несвободного резания, обеспечивающих автоматизированное получение их значений.

**Объектом исследования** в настоящей работе является динамический процесс резания при продольном точении.

**Научная новизна** диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Предложена нелинейная математическая модель ДХР несвободного резания по следу, учитывающая силы, препятствующие внедрению резца в деталь.
2. Разработан алгоритм расчета параметров предложенной модели ДХР по экспериментальным данным о динамических силах резания первого и второго рода. Представлены результаты расчета этих параметров, с использованием созданного алгоритма, по экспериментальным данным, полученным в работе.
3. Исследована дискретная нелинейная математическая модель процесса резания с применением предложенной модели ДХР. Найден условия существования, амплитуда и частота предельного цикла в системе. Установлено, что на величину амплитуды и частоты цикла влияет диссипативный параметр предложенной модели ДХР, являющийся произведением коэффициента вязкого сопротивления обрабатываемого материала на величину площади внедряемой поверхности при вершине резца.
4. Используя метод двойного преобразования Лапласа, при краевых условиях общего вида решена распределенная задача

об устойчивости точения длинного нежесткого вала с учетом масс, жесткостей и демпфирования в центрах закрепления вала. Указан способ нахождения границы устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца в пространстве параметра, определяющего глубину резания.

5. На базе технически реализованного экспериментального подхода разработано математическое и программное обеспечение информационной системы для получения экспериментальных значений составляющих векторов динамических сил резания первого и второго рода и относительного смещения детали и резца в зоне резания при продольном точении, позволяющее проводить исследования этих сил, начиная от металлообработки и заканчивая получением параметров предложенной в работе нелинейной математической модели ДХР несвободного резания по следу.
6. Получены экспериментальные данные о динамических силах резания первого и второго рода и относительном смещении детали и резца в зоне резания при продольном точении образцов стали 45 резцами с углами заточки, указанными в Таблице 1, при глубине резания 1 мм, скорости резания 150 м/мин, продольной подаче 0,12 мм/об, в условиях вибрационного воздействия в зоне резания в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи) с амплитудами в диапазоне от 50 до 100 мкм на частотах от 160 до 260 Гц с интервалом 20 Гц.

№	$\gamma(^{\circ})$	$\alpha(^{\circ})$	$\alpha_1(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$\varphi_1(^{\circ})$
1	5	5	5	30	45
2	0	5	5	30	45
3	0	8	8	30	45
4	5	8	8	45	30
5	5	8	8	60	30

Таблица 1: Геометрические параметры резцов, участвовавших в эксперименте

**Методы исследования.** В основу разработанной информационной системы положены методы<sup>3</sup>, предложенные Ю.И. Горо-

<sup>3</sup>Городецкий Ю.И., Продиус В.Я. Экспериментальное исследование динамических характеристик процесса резания с помощью ЭВМ // Станки и инструмент — 1980, №6, с. 25—27

децким, а также использованы методы преобразования Фурье<sup>4</sup> и цифровой фильтрации сигналов<sup>5</sup>. Программное обеспечение информационной системы реализовано на алгоритмических языках С, С++ и алгоритмическом языке системы аналитических вычислений MAPLE.

Алгоритм расчета параметров предложенной модели ДХР по экспериментальным данным о динамических силах резания построен с применением метода наименьших квадратов<sup>6</sup>.

Для исследования устойчивости и автоколебаний в динамическом процессе резания металлов, с помощью дискретной математической модели процесса резания, использован асимптотический метод Ван-дер-Поля<sup>7</sup>.

Нахождение областей устойчивости безвибрационного движения вала и резца в пространстве параметра, определяющего глубину резания выполнено с использованием методов двойного преобразования Лапласа<sup>8</sup> и  $D$ -разбиения<sup>9</sup>.

**Теоретическая и практическая значимость** диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Результаты, полученные при исследовании дискретной нелинейной модели процесса резания, выявили диссипативный параметр предложенной модели ДХР, являющийся произведением коэффициента вязкого сопротивления обрабатываемого материала на величину площади внедряемой поверхности при вершине резца, влияющий на амплитуду и частоту автоколебаний детали при резании.
2. На основе результатов, полученных при решении распределенной задачи об устойчивости течения длинного нежесткого вала, разработано программное обеспечение для расчета границы устойчивости безвибрационного движения вала и резца по заданным параметрам задачи.

---

<sup>4</sup>Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов, Пер. с англ. М.:Мир, 1982

<sup>5</sup>Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов, Пер. с англ. М.:Мир, 1978.

<sup>6</sup>Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. М.:Наука, 1971.

<sup>7</sup>Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний, М.:Наука, 1981, 568 с.

<sup>8</sup>Лурье А.И. Операционное исчисление. М.Л.:Наука, 1960, 260 с.

<sup>9</sup>Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.:Наука, 1978, 366 с.

3. Полученные в работе с помощью созданной информационной системы экспериментальные данные о динамических силах резания первого и второго рода предназначены для расчета параметров различных математических моделей ДХР несвободного резания по следу при продольном точении стали 45 резами с углами заточки, указанными в Таблице 1, с глубиной резания 1 мм, скоростью резания 150 м/мин, продольной подачей 0,12 мм/об.
4. Созданная информационная система позволяет получать данные о динамических силах как свободное (резание одной режущей кромкой резца), так и несвободного резания, избегая трудоемкой ручной операции по формированию следа на поверхности детали при проведении эксперимента.
5. Система предоставляет экспериментальные данные о динамических силах резания первого и второго рода, пригодные для численного моделирования динамических процессов резания металлов при продольном точении в широком диапазоне изменения скоростей резания, скоростей подач, глубин резания, амплитуд и частот внешнего колебания, при использовании различных типов резцов с разными углами заточки. Эти данные представляют интерес для машиностроительных КБ, занимающихся разработкой различных типов металлорежущих станков.

**Личный вклад соискателя.** Автором самостоятельно выполнены:

1. Обзор работ по проблеме вибраций при резании металлов.
2. Решение распределенной задачи об устойчивости точения длинного нежесткого вала и создание программы расчета границы устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца по заданным параметрам задачи.
3. Проведение экспериментальных исследований динамических сил резания первого и второго рода, результаты которых изложены в главе 3.
4. Создание программы расчета параметров предложенной математической модели ДХР по экспериментальным данным о динамических силах резания и расчеты этих параметров на основе данных, полученных в работе.



5. Разработка архитектуры и монтаж информационной системы. Создание программного обеспечения системы и его отладка.

Постановка задачи исследования, определение методологии проведения эксперимента в информационной системе и разработка математической модели ДХР несвободного резания по следу выполнены под руководством д.т.н, проф. Ю.И. Городецкого. В методическом плане алгоритм решения распределенной задачи об устойчивости течения длинного нежесткого вала основан на подходе, разработанном д.т.н., проф. Ю.И. Городецким.

Создание алгоритма расчета параметров разработанной математической модели ДХР и исследования устойчивости и автоколебаний в динамическом процессе резания с привлечением этой модели выполнены под руководством д.т.н., проф. В.Н. Комарова.

**Апробация результатов работы.** Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на Международной научно—практической конференции “Технология, автоматизация производственных систем и управление организационно—техническими системами машиностроительного кластера” (2008), IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (2006), VI, VII, IX Всероссийских научных конференциях по нелинейным колебаниям механических систем (2002, 2005, 2008), Всероссийской научно—технической конференции “Прогрессивные технологии в машиностроении” (2003), Второй Всероссийской научной конференции по волновой динамике машин и конструкций (2007), VIII, XI, XII Нижегородских сессиях молодых ученых (2003, 2006, 2007), семинаре Нижегородского филиала ИМАШ РАН, семинарах кафедры прикладной математики факультета ВМК Нижегородского государственного университета, совещаниях лаборатории динамики систем и процессов механической обработки НИИ ПМК при ННГУ, семинаре кафедры “Компьютерное проектирование металлообрабатывающих и инструментальных систем” факультета автоматизации машиностроения Нижегородского технического государственного университета.

**Публикации по теме диссертации.** По теме диссертации опубликовано 20 работ, список которых приводится в конце автореферата. Среди них 2 статьи опубликованы в рецензируемых научных журналах.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 87 наименований. Общий объем диссертации составляет 95

страниц машинописного текста, включая 36 рисунков и 9 таблиц. Основные результаты диссертационного исследования излагаются в главах 2, 3 и 4. Нумерация всех формул, рисунков и таблиц состоит из двух позиций, первая из которых указывает на номер главы, а вторая на номер формулы, рисунка или таблицы внутри главы.

## Краткое содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность темы, определены цели исследования, приведены структура работы и основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** приведен обзор работ по проблеме вибраций при резании металлов, а также постановка задачи и методики исследования.

*В разделе 1.1*, посвященном анализу состояния проблемы, отмечается весомый вклад в решение проблемы вибрации при резании металлов Н.А. Дроздова, А.И. Каширина, А.П. Соколовского, Р.Н. Арнольда, И.С. Амосова, М.Е. Эльясберга, В.А. Кудинова, И. Тлусты, В.Л. Вейца, Ю.И. Городецкого, В.Л. Заковоротного, И.Г. Жаркова, Ю.Н. Санкина, Н.Е. Merrit, S.A. Tobias и многих других.

Установлено, что, несмотря на обширные экспериментальные и теоретические исследования в данной области, к настоящему моменту остаются не решенными многие вопросы о физической сущности и природе самовозбуждения колебаний при резании металлов.

В настоящее время одной из основных причин возникновения автоколебаний в процессе резания считаются динамические силы резания второго рода, связанные со срезанием следа с предыдущего оборота детали, являющиеся основным источником энергии, идущей на самовозбуждение и поддержание колебаний при резании по следу (эффект регенерации колебаний при резании по следу, впервые исследованный И.С. Амосовым).

Анализ существующих математических моделей ДХР и сопоставление расчетных данных с экспериментальными результатами свидетельствуют, что наиболее близки к экспериментальным данным расчетные значения, полученные по математической модели ДХР, предложенной В.А. Кудиновым<sup>10</sup>. Однако в виду того что данная модель описывает лишь динамические процессы для свободного резания, остается неисследованной роль динамических

---

<sup>10</sup>Кудинов В.А. Динамическая характеристика резания // Станки и инструмент, 1963, №10, с. 1—7

сил резания и их характеристик в возбуждении автоколебаний в случае несвободного резания.

В разделе 1.2 отмечается, что в современном представлении металлорежущий станок представляет собой замкнутую многоконтурную динамическую систему с большим многообразием сил, включая динамические силы с запаздыванием. Замкнутая динамическая система станка (ЗДСС) является совокупностью упругой системы станка и рабочих процессов (резание, трение, процессы в двигателе и др.) в их взаимодействии. Упругая система станка (УСС) включает в себя станок, приспособление, инструмент и деталь. Рабочими процессами являются процессы, протекающие в подвижном соединении двух деталей станка. Одним из основных рабочих процессов во взаимодействии с УСС является динамический процесс резания, протекающий в подвижном соединении инструмента и обрабатываемой детали.

Математическая модель ЗДСС является совокупностью математической модели, описывающей колебания УСС и математической модели ДХР, описывающей динамические силы резания, воздействующие на упругую систему<sup>11</sup>.

Математическая модель УСС, в дискретной идеализации, с помощью формализма Лагранжа, без учета процессов в двигателях, записывается в стандартной форме:

$$M\ddot{q} + N\dot{q} + Rq = Q,$$

где,  $M$ ,  $N$ ,  $R$ —симметрические матрицы  $n \times n$ , характеризующие инерционные, диссипативные и жесткостные свойства станка, а  $q = [q_1 \dots q_n]^T$  и  $Q = [Q_1 \dots Q_n]^T$ —векторы обобщенных координат и сил, действующих на УСС. Коэффициенты указанных матриц являются функциями параметров конструкции станка.

Вектор обобщенных сил  $Q$  связан с вектором сил и моментов  $[F_i, M_k]^T$ , действующих в системе, с помощью матрицы  $B_1$ :

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-1} \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n-11} & b_{n-12} & b_{n-13} & b_{n-14} & b_{n-15} & b_{n-16} \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & b_{n4} & b_{n5} & b_{n6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix},$$

<sup>11</sup>Городецкий Ю.И. Создание математических моделей сложных автоколебательных систем в станкостроении.—В кн. Автоматизация проектирования.— М.:Машиностроение, 1986, Вып.1, с. 203—220

где  $b_{ij}$  являются функциями координат точек расчетной схемы УСС.

В свою очередь, вектор обобщенных координат  $q = [q_1 \dots q_n]^T$  можно выразить через вектор  $[u_i, \psi_k]^T$ , характеризующий относительные колебания детали и режущего инструмента, с помощью матрицы  $B_2$ :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2n} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \dots & \beta_{3n} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \dots & \beta_{4n} \\ \beta_{51} & \beta_{52} & \dots & \beta_{5n} \\ \beta_{61} & \beta_{62} & \dots & \beta_{6n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ q_n \end{pmatrix}.$$

В основе построения математических моделей ДХР и расчета их параметров лежат два обстоятельства. Первое из них связано с принципиальной возможностью разделения динамических сил резания на два базовых типа (силы первого и второго рода) в силу специфики обработки по следу, а второе с построением математических моделей ДХР для многолезвийных видов обработки (резание несколькими резаками одновременно) на основе моделей ДХР для однолезвийного продольного точения.

Динамическая характеристика резания для однолезвийного продольного точения является матричным коэффициентом передачи размерности  $3 \times 3$ <sup>12</sup>:

$$K(p) = K^{(1)}(p) - e^{-p\tau} K^{(2)}(p), \quad p = i\omega,$$

где,  $K^{(1)}(p)$ —матрица  $3 \times 3$  динамических характеристик резания первого рода, полученная при срезании припуска,  $K^{(2)}(p)$ —матрица ДХР второго рода размерности  $3 \times 3$ , полученная при срезании следа с предыдущего оборота детали.

Математическая модель ЗДСС, инвариантная к различным типам металлорежущих станков (токарных, фрезерных и др.), без учета процессов в двигателях, в классе изображений, может быть

<sup>12</sup>Городецкий Ю.И., Продиус В.Я. Экспериментальное исследование динамических характеристик процесса резания с помощью ЭВМ // Станки и инструмент 1980, №6, с. 25—27

записана в виде<sup>13, 14</sup>:

$$(Mp^2 + Np + R)q(p) + B_1 \left\{ \sum_{\nu=1}^{\tilde{z}} (\bar{\Gamma}_{\nu}^{(1)}(p) - e^{-p\tau} \bar{\Gamma}_{\nu}^{(2)}(p)) \right\} B_2 q(p) = \tilde{F},$$

где  $\bar{\Gamma}_{\nu}^{(\ell)}$  — матрицы усредненных динамических характеристик для многолезвийной обработки:

$$\bar{\Gamma}_{\nu}^{(\ell)} = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{\Gamma}_{\nu}^{(\ell)}(\theta, p) d\theta,$$

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} = \left\{ \sum_{\nu=1}^{\tilde{z}} (\tilde{\Gamma}_{\nu}^{(1)}(\theta, p) - e^{-p\tau} \tilde{\Gamma}_{\nu}^{(2)}(\theta, p)) \right\} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix},$$

где,  $\theta$  — угол поворота режущего инструмента,  $\tilde{z}$  — число одновременно режущих лезвий инструмента,  $F_i, M_k$  — силы и моменты, действующие на режущий инструмент, при его поступательных  $u_i$  и угловых  $\psi_k$  перемещениях,  $T = 60/nz$ ,  $n, z$  — циклическая частота вращения и общее число лезвий режущего инструмента.

Необходимо отметить, что данная математическая модель является линейной и может применяться лишь для решения задач устойчивости в динамическом процессе резания металлов. Изучение с ее помощью автоколебаний, возникающих в процессе резания, невозможно.

**Во второй главе** представлена разработанная информационная система экспериментального исследования динамических сил резания металлов первого и второго рода (Рис. 1).

В разделе 2.1 указывается, что в основе методики<sup>15</sup> экспериментального исследования динамической силы резания лежит принципиальная возможность разделения этой силы на две базовые, первого и второго рода, в силу специфики обработки по следу.

<sup>13</sup>Городецкий Ю.И. Создание математических моделей сложных автоколебательных систем в станкостроении.— В кн. Автоматизация проектирования.— М.:Машиностроение, 1986, Вып.1, с. 203—220

<sup>14</sup>Городецкий Ю.И. Система многокритериальной оптимизации для решения задач автоматизированного проектирования вертикальных консольно—фрезерных станков.— В кн.: Автоматизация проектирования и конструирования: Материалы 2-го Всесоюзн. совещания.— М.:ИПУ, 1983. с. 152—153

<sup>15</sup>Городецкий Ю.И., Продиус В.Я. Экспериментальное исследование динамических характеристик процесса резания с помощью ЭВМ // Станки и инструмент 1980, №6, с. 25—27

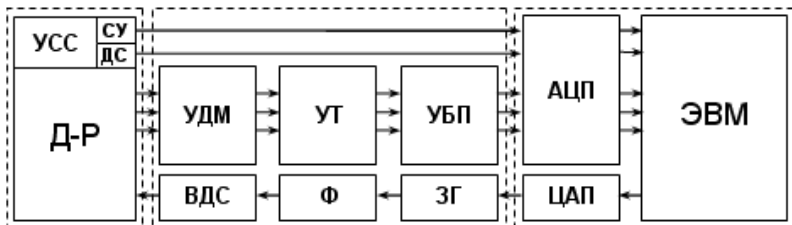


Рис. 1: Архитектура информационной системы: Д-Р—деталь с резцом, ДС—датчик смещения детали и резца в зоне резания, СУ—датчик управления экспериментом, УДМ/УТ—динамометр, ВДС—вибро—динамический стенд, УБП—усилитель, Ф—фильтры, ЗГ—генератор, АЦП/ЦАП—аналого—цифровой/цифро—аналоговый преобразователи, ЭВМ—персональный компьютер.

Для этого в процессе резания (Рис. 2), на некотором  $n$ —обороте детали, создается вибратором ее колебание с заданной амплитудой и частотой в одном из трех возможных направлений. Возникающие при этом значения составляющих  $F_x, F_y, F_z$  вектора динамической силы резания первого рода и смещение детали и резца измеряются с помощью динамометра и датчика смещения. Затем, на следующем  $n + 1$ —обороте, вибрация убирается и значения составляющих вектора динамической силы резания второго рода измеряются при срезании следа, оставленного резцом на поверхности детали во время ее предыдущего оборота, после чего эксперимент завершается.

Таким образом, экспериментальные значения составляющих векторов динамических сил резания первого и второго рода, возникающих при срезании припуска и следа соответственно, вместе с информацией об относительном смещении детали и резца в зоне резания измеряются и вводятся в ЭВМ.

*Раздел 2.2* включает описание архитектуры аппаратной части информационной системы и ее состав. Приводится временная диаграмма работы информационной системы и алгоритмы ее функционирования при проведении экспериментальных исследований динамических сил резания.

Указывается, что в соответствии с методикой экспериментального исследования данные о динамических силах резания и относительном смещении детали и резца вводятся в ЭВМ для последующей программной обработки.

На этапе программной обработки собранные данные подверга-

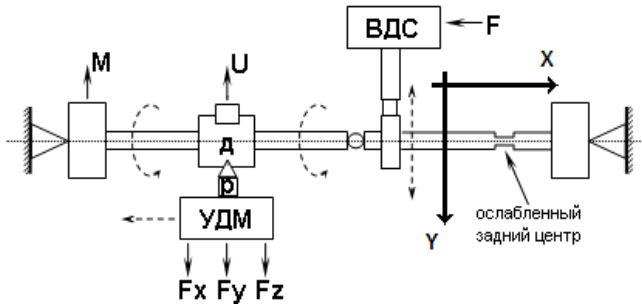


Рис. 2: Схема эксперимента с использованием информационной системы: Д—деталь, Р—резец, УДМ—динамометр,  $F_x, F_y, F_z$ —сигналы о составляющих силы резания, М—сигнал датчика управления, U—сигнал смещения детали и резца в зоне резания, ВДС—вибратор, F—сигнал на включение/выключение вибратора.

ются цифровой фильтрации с полосой пропускания рабочих частот от 100 до 300 Гц, так как экспериментально наблюдаемые частоты автоколебаний детали и резца при обработке, в основном, лежат в этом диапазоне. Затем, отфильтрованные экспериментальные данные проходят осреднение по числу целых периодов колебаний, уложившихся во вторые половины  $n$  и  $n + 1$  оборотов детали. Быстро затухающие переходные процессы, при переключении вибратора, фильтруются, так как данные, собранные в первых половинах  $n$  и  $n + 1$  оборотов из программной обработки исключаются.

На последнем этапе, обработанные экспериментальные данные о динамических силах резания первого и второго рода используются для расчета, с помощью созданного алгоритма, параметров предложенной в работе математической модели ДХР несвободного резания по следу. Разработанный алгоритм и модель ДХР представлены в главе 3.

В разделе 2.3 приводится описание программного обеспечения информационной системы (Рис. 3) с описанием его архитектуры, модулей и интерфейса системы для проведения экспериментальных исследований. Указываются характеристики созданного программного обеспечения и приводится руководство пользователя информационной системы.

Раздел 2.4 содержит описание метрологических характеристик системы и включает в себя паспортные данные и погрешности приборов, образующих измерительные цепи системы, тарифовочные данные измерительных каналов системы в целом и оценки точно-

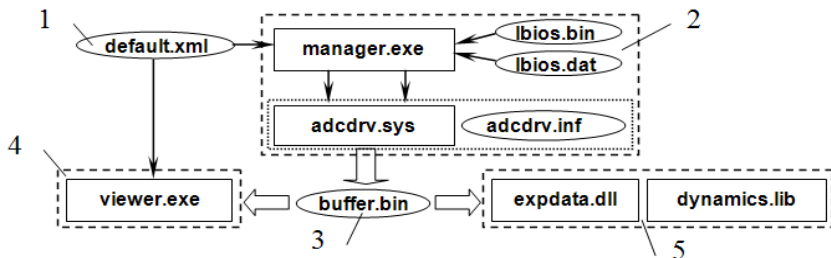


Рис. 3: Архитектура программного обеспечения информационной системы: 1 — файл параметров эксперимента, 2 — подсистема сбора экспериментальных данных о ДХР, 3 — файл экспериментальных данных о ДХР, 4 — комплекс графической визуализации экспериментальных данных, 5 — модуль экспорта и обработки экспериментальных данных для системы MAPLE.

сти измерения сил и относительного смещения детали и резца при колебаниях в зоне резания.

Точность измерительного канала  $F_y$  — составляющей вектора силы резания равна  $\approx 2$  кГс,  $F_z$  — составляющей вектора силы резания равна  $\approx 1,26$  кГс и относительного смещения резца и детали в зоне резания  $U \approx 11$  мкм.

**В третьей главе** представлены результаты экспериментальных исследований, с использованием разработанной информационной системы, динамических сил резания первого и второго рода. К моменту проведения эксперимента, различными авторами, например, А.В. Ключниковым и Ю.И. Городецким, уже были получены данные о динамических силах, но свободного резания. Однако для расчета параметров математических моделей ДХР несвободного резания представляется целесообразным использовать экспериментальные данные, полученные так же при несвободном резании.

В Разделе 3.1 указывается, что эксперимент был проведен для резцов с углами заточки, приведенными в Таблице 1. Резцы были выбраны таким образом, чтобы они отличались друг от друга лишь по одному параметру и можно было бы судить о влиянии этого параметра на динамическую силу резания.

Набор частот внешнего колебания был выбран от 160 до 260 Гц с интервалом 20 Гц, что попадает в диапазон экспериментально наблюдаемых частот автоколебаний детали и резца при обработке.

Амплитуда относительного колебания детали и резца в зоне резания варьировалась от 50 до 100 мкм при статической глубине



резания 1 мм, что также совпадает с экспериментально наблюдаемыми значениями амплитуд автоколебаний при точении.

На Рис. 4 приведены характерные кривые для  $F_y$ —составляющей вектора динамической силы резания первого рода при смещении детали и резца в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи), т.е. кривые ДХР, определяющие зависимость силы, отложенной по оси  $Y$ , от относительного смещения детали и резца, отложенного по оси  $X$ . Стрелка указывает направление обхода кривой при входе и выходе резца из металла.

Отличие форм данных кривых от гладкого эллипса свидетельствует о нелинейности соответствующих динамических характеристик резания.

Каждый график содержит две кривые, одна из которых (точечная) построена на основе снятых экспериментальных значений составляющей вектора динамической силы резания, а вторая (сплошная) кривая—результат аппроксимации этих значений с использо-

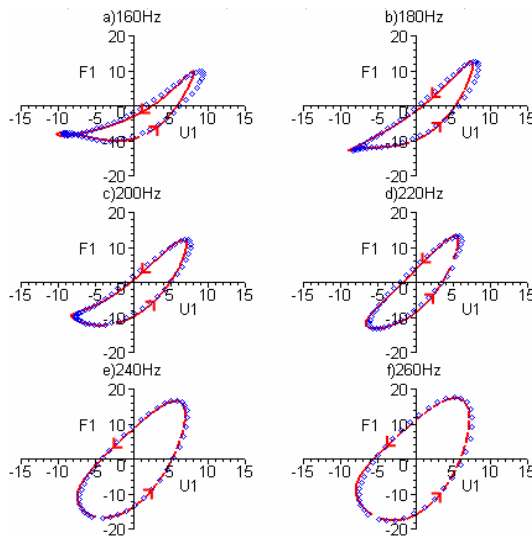


Рис. 4:  $F_y$ —составляющая вектора динамической силы резания первого рода и аппроксимирующая ДХР при колебаниях в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи) для резца:  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $\alpha_1 = 5^\circ$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\varphi_1 = 45^\circ$ ;  $h = 1$  мм,  $s = 0,12$  мм/об,  $V = 150$  м/мин; сталь 45.  $F_1$ —величина  $F_y$ —составляющей вектора силы резания,  $U_1$ —смещение детали и резца в зоне резания в направлении оси  $Y$ .

ванием математической модели ДХР.

Экспериментальные результаты свидетельствуют, что при смещении детали и резца в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи) и внедрении его в деталь, на рабочих поверхностях резца возникают силы, препятствующие этому внедрению. При обработке с малыми глубинами резания эти силы вносят основной вклад в значение  $F_y$ —составляющей вектора динамической силы резания первого рода и их необходимо учитывать при анализе механизмов самовозбуждения колебаний в случае несвободного резания.

При срезании следа, оставленного резцом на поверхности детали во время ее предыдущего оборота, при отсутствии внедрения резца в деталь и, следовательно, отсутствии сил, препятствующих этому внедрению,  $F_y$ —составляющая вектора динамической силы резания второго рода близка к линейной (Рис. 5). Этот результат согласуется с результатами, полученными другими авторами, например, Ю.И. Городецким.

Эксперимент показывает, что изменение углов заточки резца не

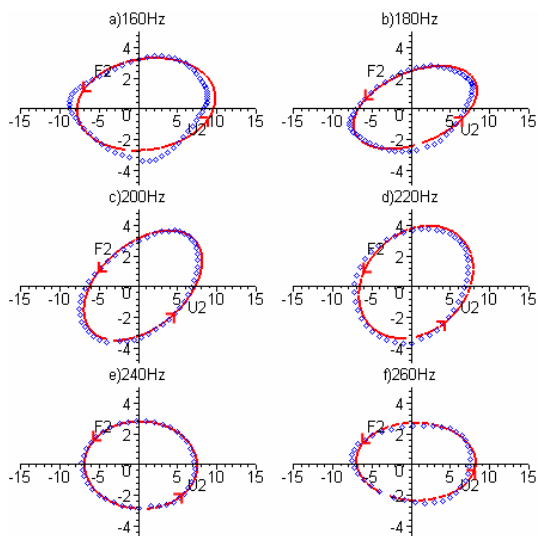


Рис. 5:  $F_y$ —составляющая вектора динамической силы резания второго рода и аппроксимирующая ДХР для резца:  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $\alpha_1 = 5^\circ$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\varphi_1 = 45^\circ$ ;  $h = 1$  мм,  $s = 0,12$  мм/об,  $V = 150$  м/мин; сталь 45.  $F_2$ —величина  $F_y$ —составляющей вектора силы резания,  $U_2$ —изменение глубины резания, обусловленное срезаемым следом.

приводит к существенному изменению  $F_z$ —составляющей вектора динамической силы резания первого рода при смещении детали и резца в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи).  $F_z$ —составляющая вектора динамической силы резания второго рода, так же, как и  $F_y$ —составляющая, близка к линейной.

Погрешность аппроксимации всех полученных в эксперименте кривых (Рис. 4,5 и др.) с помощью предложенной в работе математической модели ДХР, которая представлена ниже, находится, в основном, в пределах 5%, что свидетельствует о правомерности этой модели.

В Разделе 3.2 представлена нелинейная математическая модель ДХР несвободного резания, учитывающая силы, препятствующие внедрению резца в деталь.

Для описания этих сил в работе использована математическая модель Фойхта<sup>16</sup>, так как зона максимальных температур при резании находится вблизи режущей кромки и вершины резца<sup>17</sup> и обрабатываемый материал приобретает свойства среды, обладающей последействием и релаксацией:

$$\sigma = E\varepsilon + B\dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{y}{y_0}, \quad \sigma = \frac{\Delta\hat{F}_y}{S(y)}, \quad S(y) = ay^2 + by$$

где,  $\sigma$ —удельная величина силы, препятствующей внедрению резца в деталь,  $\varepsilon$ ,  $\dot{\varepsilon}$ —относительное приращение глубины резания и его производная по времени,  $E$ ,  $B$ —коэффициенты упругого и вязкого сопротивления обрабатываемого материала,  $y_0$ —абсолютная статическая глубина резания,  $y$ —абсолютное приращение статической глубины резания,  $S(y)$ —площадь поверхности контакта режущего инструмента с деталью,  $a$ ,  $b$ —коэффициенты, вычисляемые из углов заточки резца и определяющие площадь его внедряемой поверхности,  $\Delta\hat{F}_y$ —величина силы, препятствующей внедрению резца в обрабатываемую деталь.

В виду малости амплитуды возможных автоколебаний детали и резца в зоне резания упругие свойства и температура обрабатываемого материала полагаются постоянными:  $E, B, t^0C = const$ . Скорость резания считается постоянной. Резец полагается абсолютно жестким и твердым.

<sup>16</sup>Работнов Ю.Н., Сопротивление материалов. М.:Физматгиз, 1962, 456 с.

<sup>17</sup>Бобров В.Ф., Основы теории резания металлов. М.:Машиностроение, 1975, 344 с.

Используя модель Фойхта (1) и выражая эквивалентное напряжение  $\sigma$  и относительное приращение глубины резания  $\varepsilon$  через параметры обработки  $y_0, y, S(y)$ , находим зависимость изменения силы  $\Delta\widehat{F}_y$  от относительного приращения глубины резания  $\varepsilon$ :

$$\Delta\widehat{F}_y = \frac{1}{y_0}(aEy^3 + aBy^2\dot{y} + bEy^2 + bBy\dot{y})$$

при  $\dot{y} \neq 0$ .

Математическая модель ДХР несвободного резания по следу:

$$\Delta F_y = cy + d\dot{y} + \frac{1}{y_0}(aEy^3 + aBy^2\dot{y} + bEy^2 + bBy\dot{y}) + gy(t - \tau) + h\dot{y}(t - \tau), \quad (2)$$

при  $\dot{y} \neq 0$ , и

$$\Delta F_y = cy$$

при  $\dot{y} = 0$ ,

представлена в виде совокупности математической модели ДХР первого рода, описывающей динамические силы резания, возникающие при срезании припуска:

$$\Delta F_y^{(1)} = cy + d\dot{y} + \frac{1}{y_0}(aEy^3 + aBy^2\dot{y} + bEy^2 + bBy\dot{y}), \quad (3)$$

где  $cy + d\dot{y}$ —линейная часть модели ДХР первого рода, и математической модели ДХР второго рода:

$$\Delta F_y^{(2)} = gy + h\dot{y}, \quad (4)$$

описывающей запаздывающие силы резания второго рода, возникающие при срезании следа.

В Разделе 3.3 излагается алгоритм нахождения параметров  $c, d, \frac{aE}{y_0}, \frac{aB}{y_0}, \frac{bE}{y_0}, \frac{bB}{y_0}, g, h$  математической модели (2) на основе экспериментальных данных о динамических силах резания первого и второго рода, а также указаны способы вычисления погрешностей аппроксимации экспериментальных кривых динамических сил резания (Рис. 4, 5 и др.) с помощью моделей (3) и (4). Алгоритм построен с использованием метода наименьших квадратов.

Используя созданный алгоритм и полученные в работе экспериментальные данные, выполнены расчеты указанных выше параметров модели (2), характеризующих динамические силы резания для условий проведенного эксперимента. Таблицы с полученными численными значениями параметров модели (2) приведены в конце третьей главы.

**В четвертой главе** с помощью метода Ван—дер—Поля<sup>18</sup> исследована на наличие периодических режимов дискретная нелинейная математическая модель процесса резания с привлечением модели ДХР (2).

В Разделе 4.1 строится математическая модель процесса резания вида:

$$m \ddot{y} = F_y + F_{es} - h \dot{y}, \quad (5)$$

где,  $y$ —смещение детали в зоне резания,  $m$ —масса обрабатываемой детали,  $h$ —коэффициент сопротивления,  $F_y$ —динамическая сила резания,  $F_{es}$ —упругая сила. Обрабатываемая деталь полагается однородной и сбалансированной.

Для аппроксимации сил, действующих в системе (5), динамическая сила резания  $F_y$  описана с использованием модели (2):

$$F_y = -[d_0 y + d_1 \dot{y} + d_2 y \dot{y} + d_3 y^2 + d_4 y^2 \dot{y} + d_5 y^3 + d_6 y(t - \tau) + d_7 \dot{y}(t - \tau)] \quad (6)$$

упругая сила  $F_{es}$  представлена в виде полинома третьей степени относительно координаты, так как уже эта степень явилась достаточной для аппроксимации экспериментально снятой со станка упругой характеристики детали с погрешностью не более 1%:

$$F_{es} = -[\alpha_1 y + \alpha_2 y^2 + \alpha_3 y^3].$$

Окончательно, исследуемая нелинейная математическая модель процесса резания записана в виде:

$$m \ddot{y} = -d_0 y - d_1 \dot{y} - d_2 y \dot{y} - d_3 y^2 - d_4 y^2 \dot{y} - d_5 y^3 - d_6 y(t - \tau) - d_7 \dot{y}(t - \tau) - \alpha_1 y - \alpha_2 y^2 - \alpha_3 y^3 - h \dot{y}. \quad (7)$$

Методом Ван—дер—Поля найдено уравнение для амплитуды в системе (7), которое имеет вид:

$$\dot{A} = -(\alpha + \beta A^2)A, \quad (8)$$

где

$$\alpha = 1 - \frac{d_6 \sin \omega_0 \tau - d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau}{(h + d_1) \omega_0}, \quad \beta = \frac{d_4}{h + d_1}, \quad \omega_0^2 = \frac{d_0 + \alpha_1}{m},$$

$\tau = 1/n$ ,  $n$ —число оборотов детали в минуту (об/мин).

<sup>18</sup>Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний, М.:Наука, 1981, 568 с.

Правая часть дифференциального уравнения (8) при условии  $\alpha\beta < 0$  имеет три корня со следующими значениями:

$$A_1 = 0, \quad A_2 = 2\sqrt{\frac{d_6 \sin \omega_0 \tau - d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau - (h + d_1)\omega_0}{d_4 \omega_0}}, \quad (9)$$

$$A_3 = -2\sqrt{\frac{d_6 \sin \omega_0 \tau - d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau - (h + d_1)\omega_0}{d_4 \omega_0}}.$$

Таким образом, существуют два состояния равновесия системы укороченных уравнений Ван—дер—Поля, одно из которых соответствует состоянию равновесия исходной системы  $x = 0$  —  $A_1$ , а второе —  $A_2$ , характеризует предельный цикл с амплитудой, отличной от нуля (корень  $A_3$  определяет тот же предельный цикл, что и корень  $A_2$  только со смещением по фазе на  $\pi$ ).

Неустойчивость состояния равновесия  $A_1 = 0$  ( $\alpha < 0$ ) влечет устойчивость предельного цикла при условии его существования. Следовательно, устойчивый предельный цикл с ненулевой амплитудой в системе (7) будет существовать при условиях  $\alpha < 0$ ,  $\beta > 0$  или:

$$\frac{d_6 \sin \omega_0 \tau - d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau}{(h + d_1)\omega_0} > 1, \quad \frac{d_4}{h + d_1} > 0. \quad (10)$$

Совокупная картина качественного поведения системы (7) представлена в Таблице 2.

	$\beta < 0$	$\beta > 0$
$\alpha < 0$	предельного цикла не существует, нулевое состояние равновесия неустойчиво	предельный цикл существует и устойчив, нулевое состояние равновесия неустойчиво, автоколебания в системе
$\alpha > 0$	предельный цикл существует и неустойчив, нулевое состояние равновесия устойчиво	предельного цикла не существует, нулевое состояние равновесия устойчиво

Таблица 2: Варианты поведения системы в зависимости от параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .

Выражение для предельного цикла исследуемой системы (7) записывается в виде:

$$x = A_2 \cos((1 + \mu\Psi(A_2))t + \varphi_0),$$

где:

$$A_2 = 2\sqrt{\frac{d_6 \sin \omega_0 \tau - d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau - (h + d_1) \omega_0}{d_4 \omega_0}}, \quad \mu = \frac{h + d_1}{m \omega_0}$$

$$\Psi(A_2) = \frac{1}{2} \left[ 3(h + d_1)(\alpha_3 + d_5) \omega_0 + 3(\alpha_3 + d_5)(d_7 \omega_0 \cos \omega_0 \tau - \right.$$

$$\left. d_6 \sin \omega_0 \tau) - (d_6 \omega_0 \cos \omega_0 \tau + d_7 \omega_0^2 \sin \omega_0 \tau) d_4 \right] / \left[ d_4 (h + d_1) \omega_0^2 \right]. \quad (11)$$

При анализе полученных выражений (10), (11) выяснено, что параметрами, влияющими на устойчивость безвибрационного движения детали в системе (7) являются собственные инерционные, жесткостные и диссипативные параметры системы  $\omega_0$ ,  $h$ ,  $d_1$ , а также параметры модели ДХР второго рода  $d_6$ ,  $d_7$  и  $\tau$ , что подтверждает существенную роль динамических сил резания второго рода, связанных со срезанием следа, в самовозбуждении колебаний при обработке по следу и согласуется с результатами, полученными другими авторами (например, И.С. Амосовым).

Установлено, что на величину амплитуды и частоты предельного цикла влияет диссипативный параметр предложенной модели ДХР  $d_4$ , который, в физическом смысле, является произведением коэффициента, характеризующего площадь внедряемой поверхности при вершине резца, на коэффициент вязкого сопротивления обрабатываемого материала.

В разделе 4.2 ставится и решается задача об устойчивости точения длинного нежесткого вала при краевых условиях общего вида с учетом масс, жесткостей и демпфирования в центрах закрепления вала.

Полагается, что резец является абсолютно жестким и твердым. Вал является однородным, изотропным, сбалансированным и при колебаниях его поперечные сечения остаются плоскими. Скорость вращения вала постоянна. Внутренне трение вала не учитывается.

Рассмотрены лишь поперечные колебания вала, т.к. экспериментально установлено, что автоколебания при точении возникают на частоте, близкой к первой собственной частоте поперечных колебаний вала, при этом первые собственные частоты крутильных и продольных колебаний вала в три и более раза выше первой собственной частоты поперечных колебаний вала.

Учитывая экспериментальные результаты, полученные И.С. Амо-

совым<sup>19</sup> и Д.И. Рыжковым<sup>20</sup>, полагается, что центры поперечных сечений вала в процессе автоколебаний совершают движения в плоскости  $U$ , оставаясь на прямых, наклоненных под углом  $\beta$  к вертикальной оси  $Z$ . На основе этого полагается, что колебательные движения  $u(x, t) = y(x, t) \sin \beta + z(x, t) \cos \beta$  этих центров подчиняются уравнению с краевыми условиями:

$$EJ \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -F \delta(x - x_0), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u(x_0 - \varepsilon, t) &= u(x_0 + \varepsilon, t), & u'_x(x_0 - \varepsilon, t) &= u'_x(x_0 + \varepsilon, t), \\ m_0 \ddot{u}(0, t) + h_0 \dot{u}(0, t) + \gamma_0 u(0, t) &= -EJu''_x(0, t), & u''_x(0, t) &= 0, \\ m_1 \ddot{u}(\ell, t) + h_1 \dot{u}(\ell, t) + \gamma_1 u(\ell, t) &= EJ u'''_x(\ell, t), & u''_x(\ell, t) &= 0, \end{aligned}$$

где  $x \in [0, \ell]$ ,  $\ell$ —длина вала,  $u(x, t)$ —линейные перемещения упругой линии вала в плоскости колебаний  $U$ ,  $m$ —масса единицы длины вала,  $J$ —момент инерции поперечного сечения вала,  $E$ —модуль упругости материала вала на растяжение,  $m_0, m_1, h_0, h_1, \gamma_0, \gamma_1$ —параметры нежестких центров,  $F$ —сосредоточенная внешняя сила, действующая на вал со стороны резца и виброгасителя,  $x_0$ —точка приложения данной силы на оси вала,  $\delta(x - x_0)$ —дельта—функция.

Проекция сосредоточенной внешней силы  $F$ , действующей на вал со стороны резца и виброгасителя, на плоскость колебаний вала  $U$  представляется в виде:

$$F = F_y \sin \beta + F_z \cos \beta - (m_u \ddot{u}(x, t) + h_u \dot{u}(x, t) + \gamma_u u(x, t)), \quad (13)$$

где  $m_u, h_u, \gamma_u$ —параметры виброгасителя.

В разделе 4.3, используя метод двойного преобразования Лапласа и функции Крылова, найдено решение задачи (12) и его характеристическое уравнение в пространстве изображений:

$$u(\xi, p) = \left[ \frac{Y_2(\alpha \xi)}{\alpha} \frac{\Delta_1}{\Delta} + \left( \frac{Y_4(\alpha \xi)}{2\alpha^3} - \frac{EJ\ell^3 Y_1(\alpha \xi)}{m_0 p^2 + h_0 p + \gamma_0} \right) \frac{\Delta_2}{\Delta} \right] F(\xi_0, p) - \begin{cases} 0 & , \xi \leq \xi_0 \\ \frac{Y_4(\alpha(\xi - \xi_0))}{2\alpha^3} F(\xi_0, p) & , \xi > \xi_0 \end{cases}$$

<sup>19</sup>Амосов И.С. Осциллографическое исследование вибраций при резании металлов. В сб. "Точность механической обработки и пути ее повышения". М.—Л. Машгиз, 1951

<sup>20</sup>Рыжков Д.И. Вибрации при резании металлов и методы их устранения. М.: Машгиз, 1961, 172 с.



$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \alpha = \sqrt[4]{\frac{ap^2}{4}}, \quad a = \frac{m}{EJl^4}, \quad F(\xi, p) = \frac{F}{EJl^4}, \quad (14)$$

где,  $Y_i, i=\overline{1,4}$  – функции Крылова,

$$\Delta = \frac{1}{\alpha^2} Y_4^2(\alpha) + 8\alpha^4 C_1 C_2 Y_2(\alpha) Y_4(\alpha) + (C_1 - C_2) Y_1(\alpha) Y_4(\alpha) + \frac{1}{\alpha^2} Y_2^2(\alpha) + \frac{(C_1 - C_2)}{\alpha} Y_2(\alpha) Y_3(\alpha) - C_1 C_2 Y_3^2(\alpha),$$

$$\Delta_1 = -\frac{1}{2\alpha^4} Y_2(\alpha(1 - \xi_0)) Y_4(\alpha) - 4\alpha^2 C_1 C_2 Y_2(\alpha) Y_2(\alpha(1 - \xi_0)) - \frac{(C_1 - C_2)}{\alpha} Y_1(\alpha) Y_2(\alpha(1 - \xi_0)) + \frac{1}{2\alpha^4} Y_2(\alpha) Y_4(\alpha(1 - \xi_0)) - \frac{C_2}{\alpha} Y_1(\alpha(1 - \xi_0)) Y_2(\alpha) + \frac{C_1}{\alpha} Y_3(\alpha) Y_4(\alpha(1 - \xi_0)) - 2\alpha^2 C_1 C_2 Y_1(\alpha(1 - \xi_0)) Y_3(\alpha),$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{\alpha^2} Y_4(\alpha) Y_4(\alpha(1 - \xi_0)) - 2\alpha C_2 Y_1(\alpha(1 - \xi_0)) Y_4(\alpha) + \frac{1}{\alpha^2} Y_2(\alpha) Y_2(\alpha(1 - \xi_0)) - 2\alpha C_2 Y_2(\alpha(1 - \xi_0)) Y_3(\alpha),$$

$$C_1 = \frac{EJl^3}{m_0 p^2 + h_0 p + \gamma_0}, \quad C_2 = \frac{EJl^3}{m_1 p^2 + h_1 p + \gamma_1},$$

Полученное выражение  $u(\xi, p)$  (14) определяет прогиб вала в точке  $\xi$  на оси вала при действии на него силы  $F(\xi_0, p)$ , приложенной в точке  $\xi_0$ .

Выражение динамической силы резания  $F(\xi_0, p)$  в плоскости движения  $U$ , действующей на вал в точке  $\xi_0$ , с использованием обобщенной математической модели ДХР, предложенной Ю.И. Гордецким, записывается в виде:

$$F(\xi_0, p) = \left[ k_y \left( \frac{1 + T_{22}p + N_{22}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin^2 \beta + \frac{1}{2} k_z \left( \frac{1 + T_{23}p + N_{23}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin 2\beta + \frac{1}{2} k_y \left( \frac{1 + T_{32}p + N_{32}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin 2\beta + k_z \left( \frac{1 + T_{33}p + N_{33}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \cos^2 \beta + (m_u p^2 + h_u p + \gamma_u) \right] u(\xi_0, p), \quad (15)$$

где  $k_y, k_z$ —составляющие удельной силы резания,  $T_{ij}, N_{ij}, i, j=\overline{2,3}$ —коэффициенты, вычисляемые из постоянных времени переднего и заднего углов применяемого резца,  $T_r$ —постоянная времени стружкообразования,  $\tau$ —запаздывание (время полного оборота детали).

Подставляя значение для силы (15) в решение (14) и полагая  $\xi = \xi_0$ , находится характеристическое уравнение задачи (12) в виде:

$$1 - A(\alpha\xi_0) \Phi(p) = 0 \quad (16)$$

где,  $\Phi(p)$  равно коэффициенту перед  $u(\xi_0, p)$  в выражении (15), а  $A(\alpha\xi_0)$  — коэффициенту перед  $F(\xi_0, p)$  в выражении (14) после подстановки в него  $\xi = \xi_0$ .

В разделе 4.4 описывается способ нахождения границы устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца в пространстве параметра, определяющего глубину резания, с использованием полученного характеристического уравнения (16) задачи (12).

Учитывая экспериментальные факты о пропорциональности динамических сил резания глубине резания при обработке острозаточенными резцами, в характеристическом уравнении выделяется параметр  $h$ :

$$k_y = h\hat{k}_y, \quad k_z = h\hat{k}_z,$$

и оно преобразуется к виду:

$$-\frac{1}{h} = \frac{A(\alpha\xi_0)\hat{F}(p)}{A(\alpha\xi_0)P(p) - 1}, \quad p = i\omega, \quad \omega \in [0, +\infty), \quad (17)$$

где,

$$\begin{aligned} \hat{F}(p) &= \hat{k}_y \left( \frac{1 + T_{22}p + N_{22}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin^2 \beta + \\ &\frac{1}{2} \hat{k}_z \left( \frac{1 + T_{23}p + N_{23}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin 2\beta + \\ &\frac{1}{2} \hat{k}_y \left( \frac{1 + T_{32}p + N_{32}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \sin 2\beta + \\ &\hat{k}_z \left( \frac{1 + T_{33}p + N_{33}p^2 - e^{-p\tau}}{1 + T_r p} \right) \cos^2 \beta, \\ P(p) &= m_u p^2 + h_u p + \gamma_u. \end{aligned}$$

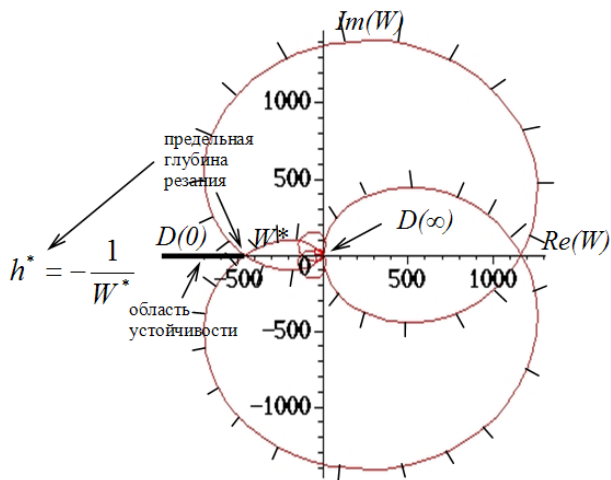


Рис. 6:  $D$ —разбиение плоскости параметра  $W$ :  $h^* = -\frac{1}{W^*}$ —граница устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца.

Затем, для отыскания границы устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца используется метод  $D$ —разбиения<sup>21</sup>. Обозначая левую часть уравнения (17):

$$-\frac{1}{h} = W$$

и считая  $h$  комплексным, осуществляем отображение левой комплексной полуплоскости параметра  $p$  в плоскость параметра  $W$ .

Общий вид  $D$ —разбиения плоскости параметра  $W$  при изменении  $\omega$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  изображен на Рис. 6. Абсцисса самой левой точки пересечения графика с действительной осью  $Re(W)$  определяет границу устойчивости безвибрационного движения вала и резца при точении.

**В заключении** приведены основные результаты, полученные в диссертационной работе. Они заключаются в следующем:

1. Предложена нелинейная математическая модель ДХР несвободного резания по следу, учитывающая силы, препятствующие внедрению резца в деталь. Разработан алгоритм расчета ее параметров на основе экспериментальных данных о

<sup>21</sup>Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978, 336 с.

динамических силах резания, предоставляемых информационной системой. Применяя разработанный алгоритм, выполнены расчеты параметров данной модели по экспериментальным данным, полученным в работе.

2. Исследована дискретная нелинейная математическая модель процесса резания с привлечением предложенной модели ДХР. Подтверждена существенная роль динамических сил резания второго рода, связанных со срезанием следа, в самовозбуждении колебаний в зоне резания при обработке по следу. Установлено, что в рассмотренной нелинейной модели процесса резания возможно возникновение устойчивого предельного цикла. Найдены условия его существования, амплитуда и частота автоколебаний детали. Установлено, что на величину амплитуды и частоты автоколебаний влияет диссипативный параметр предложенной модели ДХР, являющийся произведением коэффициента вязкого сопротивления обрабатываемого материала на величину площади внедряемой поверхности при вершине резца.
3. Методом двойного преобразования Лапласа, при краевых условиях общего вида, решена распределенная линейная задача об устойчивости течения нежесткого длинного вала с учетом масс, жесткостей и демпфирования в центрах закрепления вала. Указан способ нахождения границы устойчивости безвибрационного движения обрабатываемого вала и резца в пространстве параметра, определяющего глубину резания. Разработано программное обеспечение для расчета этой границы по заданным параметрам задачи.
4. На базе технически реализованного экспериментального подхода разработано математическое и программное обеспечение информационной системы для получения экспериментальных значений составляющих векторов динамических сил резания первого и второго рода и относительного смещения детали и резца в зоне резания при продольном тчении, позволяющее проводить исследования этих сил, начиная от металлообработки и заканчивая получением параметров предложенной в работе нелинейной математической модели ДХР несвободного резания по следу.
5. Используя созданную систему, получены экспериментальные данные о динамических силах резания первого и второго рода и относительном смещении детали и резца в зоне резания,

предназначенные для расчета параметров различных математических моделей ДХР несвободного резания по следу при продольном точении стали 45 резцами с углами заточки, указанными в Таблице 1, с глубиной резания 1 мм, скоростью резания 150 м/мин и продольной подачей 0,12 мм/об. Полученные данные показывают, что:

- (а) силы, противодействующие внедрению резца в деталь в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи), характерные для случая несвободного резания, обладают нелинейным характером, который при малых глубинах резания вносит основной вклад в значение  $F_y$ —составляющей вектора динамической силы резания первого рода.
- (б)  $F_z$ —составляющая вектора динамической силы резания первого рода при внедрении резца в деталь в направлении оси  $Y$  (поперечной подачи) изменяется мало при изменении углов заточки применяемого резца;
- (с)  $F_y, F_z$ —составляющие векторов динамических сил резания второго рода близки к линейным, что согласуется с результатами, полученными другими авторами.

## Список публикаций по теме диссертации

1. Городецкий Ю.И., Буданков А.С., Комаров В.Н. Об одной системе экспериментального исследования динамики процесса резания металлов // Проблемы машиностроения и надежности машин, РАН, 2008, №1, с. 80—86
2. Буданков А.С., Комаров В.Н. К вопросу об экспериментальном исследовании динамического процесса резания металлов как элемента замкнутой динамической системы металлорежущего станка // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2007, №4, с. 110—114
3. Буданков А.С., Комаров В.Н. Об одной системе экспериментального исследования динамического процесса резания металлов // Тез. докладов международной научно—практической конференции “Технология, автоматизация производственных систем и управление организационно—техническими системами машиностроительного кластера”, Н.Новгород, изд. НГТУ им. Р.А. Алексеева, 2008, 2 с.

4. Буданков А.С. Современные информационные технологии в экспериментальных исследованиях динамики резания металлов // Тез. докладов, V Юбилейная Международная молодежная научно—техническая конференция “Будущее технической науки”, Нижний Новгород, 2006, 1 с.
5. Буданков А.С., Городецкий Ю.И. О нелинейных математических моделях динамики процесса резания металлов // Сб. трудов VII Всероссийской научной конференции по нелинейным колебаниям механических систем, Н.Новгород, 2005, изд. ННГУ, с. 238—240
6. Городецкий Ю.И., Грезина А.В., Буданков А.С. Нелинейная динамика растачивания глубоких отверстий // Математика и кибернетика. Сборник научных статей. Издательство ННГУ, 2003, с. 121—126
7. Городецкий Ю.И., Буданков А.С. Динамика несвободного косоугольного резания // Сборник трудов научной конференции посвященной 40—летию факультета ВМК ННГУ, 2003, 5 с.
8. Буданков А.С., Комаров В.Н. Информационная система для экспериментального исследования динамики процесса резания металлов и упругой системы детали // Прикладная механика и технология машиностроения, ИМАШ РАН, НИЛИМ, Интелсервис, 2006, Нижний Новгород, 12 с.
9. Буданков А.С. Об одной модели динамической характеристики процесса несвободного косоугольного резания металлов // Моделирование динамических систем, ИМАШ РАН, НИЛИМ, Интелсервис, Нижний Новгород, 2007, 5 с.
10. Буданков А.С., Комаров В.Н. О силах, возникающих при несвободном косоугольном резании металлов и их динамических характеристиках // Сб. трудов научной конференции УНИК “Модели, методы и программные средства”, Нижний Новгород, 2007, 3 с.
11. Буданков А.С. Автоматизация исследования динамических процессов объектов машиностроения // Ученые записки Волго—Вятского отделения Международной Славянской академии наук, образования, искусства и культуры. Выпуск 14. Н.Новгород, Изд—во ННГУ, 2004, с. 73—79

12. Буданков А.С. Расчет устойчивости и автоколебаний при точении длинных нежестких валов с использованием нелинейной динамической характеристики резания // Тез. докладов, IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Н.Новгород, 2006, 2 с.
13. Буданков А.С., Комаров В.Н. К вопросу об экспериментальном исследовании динамических сил резания при обработке на металлорежущих станках // Сб. трудов IX Всероссийской научной конференции по нелинейным колебаниям механических систем, Н.Новгород, 2008, изд. ННГУ, 5 с.
14. Городецкий Ю.И., Стребуляев С.Н., Буданков А.С. Разработка экспериментальных комплексов и информационных технологий для изучения динамических процессов различной физической природы // Тез. докладов VI всероссийской научной конференции по нелинейным колебаниям механических систем, Н. Новгород, 2002, Изд. ННГУ с. 55–57
15. Буданков А.С., Комаров В.Н. Математическое моделирование процесса вибрационного резания металлов // Тез. докладов Второй Всероссийской научной конференции по волновой динамике машин и конструкций, Нижний Новгород, ИМАШ РАН, 2007, 1 с.
16. Буданков А.С., Комаров В.Н. О роли сил, препятствующих внедрению трехгранного клина вершины резца при вибрационном резании металлов // Тез. докладов Второй Всероссийской научной конференции по волновой динамике машин и конструкций, Нижний Новгород, ИМАШ РАН, 2007, 1 с.
17. Буданков А.С., Городецкий Ю.И. О динамических характеристиках процесса резания металлов и объектной модели их базы данных // Тез. докладов, всероссийская научно–техническая конференция “Прогрессивные технологии в машино- и приборостроении” ”ПТ–2003”, 2003, 5 с.
18. Буданков А.С. Исследование устойчивости процесса точения длинных нежестких валов с применением двойного преобразования Лапласа // Тез. докладов, XI Нижегородская сессия молодых ученых (технические науки), 2006, 2 с.
19. Буданков А.С. Экспериментальное исследование динамики процесса несвободного косоугольного резания металлов // Тез.

докладов, XII Нижегородская сессия молодых ученых (математические науки), Красный Плес, 2007, 2 с.

20. Буданков А.С. Информационная система для изучения динамики процесса резания металлов // Тез. докладов, VIII Нижегородская сессия молодых ученых (технические науки), 2003, 2 с.