ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ НИЖЕГОРОДСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

На правах рукописи

Соловьев Сергей Геннадьевич

Стабилизирующее управление дискретными стохастическими и неопределенными системами с обратной связью по выходу

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2009 г.

Работа выполнена на кафедре прикладной теории вероятностей факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор, Пакшин Павел Владимирович

Официальные оппоненты:
д.ф.-м.н. , профессор, Баландин Дмитрий Владимирович
д.ф.-м.н. , профессор, Коган Марк Михайлович

Ведущая организация Институт Проблем Управления РАН им. В.А.Трапезникова

Защита состоится 11 июня на заседании диссертационного совета Д 212.166.13 при Нижегородском Государственном Университете им. Н.И. Лобачевского, 603950, г.Нижний Новгород, проспект Гагарина, 23

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Нижегородского Государственного Университета им. Н.И. Лобачевского

Автореферат разослан 6 мая

Ученый секретарь диссертационного совета
к.ф.-м.н. , доцент, Савельев Владимир Петрович ______________________

Актуальность проблемы. Вычисление матрицы усиления управления со статической обратной связью по выходу, стабилизирующего линейную систему остается нерешенной до конца проблемой, несмотря на то, что получены разнообразные формы необходимых и достаточных условий существования такого управления. В то же время теория и практика современной теории управления приводят к необходимости решения этой проблемы в условиях неопределенности параметров объекта [1], и действия случайных возмущений [2]. В этих случаях слабо изучены также и сами условия существования стабилизирующего управления. В частности для систем с параметрическими шумами какие-либо конструктивные результаты в этом направлении вообще отсутствуют. В литературе утверждается, что алгоритмическая разрешимость задачи стабилизации по выходу, относится к числу NP-трудных задач [3] , хотя строгое и полное доказательство этого факта не приводится.

Цель работы состоит в создании методов, алгоритмов и программного обеспечения синтеза стабилизирующих управлений со статической обратной связью по выходу для дискретных линейных систем с мультипликативными шумами и марковскими переключениями структуры и изучение возможности применения полученных результатов к задачам робастной стабилизации.

Задачи работы. Исходя из целей работы были поставлены следующие задачи.

1. Разработать методы и алгоритмы синтеза управлений для задачи одновременной стабилизации по выходу множества линейных дискретных систем с мультипликативными шумами.

2. Описать в параметрической форме множество всех стабилизирующих управлений со статической обратной связью по выходу для дискретных линейных систем с мультипликативными шумами и марковскими переключениями структуры.

3. Исследовать возможность применения полученных результатов к задачам робастной стабилизации, в частности найти условия при которых управление, стабилизирующее стохастическую систему будет обеспечивать робастную стабилизацию системы с неопределенными параметрами.

4. Для численной реализации алгоритмов синтеза стабилизирующих управлений создать программное приложение к свободно распространяемому пакету для научных расчетов SCILAB с удобным пользовательским интерфейсом.

Методы исследования. Можно выделить два крупных направления в рамках

[1] *Crusius C. A. R., Trofino A.* Sufficient LMI Conditions for Output Feedback Control Problems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. V. 44. P. 1053–1057.

[2] *Pakshin P.V., Mitrofanov I. N.* Parametrization of stabilizing controllers and robust stabilization via static output feedback for jump linear systems // Proceedings of the 6-th IFAC Symposium Nonlinear Control Systems. Stuttgart. Germany. 2004.V. 3. P. 1151 - 1156.

[3] *Blondel V. and Tsitsiklis J. N. NP-hardness of some linear control design problems SIAM J. Control Optimization. // 1997 V. 35. P. 2118–2127.*

которых решается задача нахождения матрицы усиления стабилизирующего управления со статической обратной связью по выходу. Первое связано с построением итерационных процедур и выпуклых аппроксимаций с применением алгоритмов решения линейных матричных неравенств (ЛМН), второе основано на разработке специальных алгоритмов нелинейного программирования для решения билинейных матричных неравенств (БМН).

Первое направление предполагает использование программного обеспечения для решения ЛМН. К настоящему времени для этой цели разработано множество эффективных коммерческих и некоммерческих программ называемых решателями ЛМН. Список решателей постоянно пополняется и его текущий вариант можно найти на сайте YALMIP. Что касается второго направления, здесь можно отметить лишь единственную универсальную коммерческую программу для решения БМН - PENBMI [4], которая применялась со средним успехом для задач невысокой размерности. Данная работа выполнена в рамках первого из указанных направлений. Для теоретических исследований здесь используются метод функций Ляпунова и его стохастический аналог, методы выпуклого анализа и полуопределенного программирования. Для численного анализа и моделирования использованы среды MATLAB с решателями SeDuMi, CSDP, SDPA и синтаксическим анализатором YALMIP и SCILAB с решателями CSDP, SDPA и разработанным автором синтаксическим анализатором SCIYALMIP.

Научная новизна. В работе получены и выносятся на защиту следующие новые научные результаты.

1. Метод и локально сходящийся итерационный алгоритм вычисления матрицы усиления управления со статической обратной связью по выходу, одновременно стабилизирующего множество дискретных линейных систем с мультипликативными шумами.

2. Метод и локально сходящийся итерационный алгоритм вычисления матрицы усиления стабилизирующего управления со статической обратной связью по выходу одновременно стабилизирующего множество дискретных линейных систем с неопределенными параметрами.

3. Параметрическое описание множества всех стабилизирующих управлений со статической обратной связью по выходу для дискретных линейных систем с мультипликативными шумами и марковскими переключениями.

4. Алгоритмы вычисления матрицы усиления стабилизирующего управления со статической обратной связью по выходу без использования итераций, полученные на основе достаточных условий стабилизации, следующих из предложенного парамет-

[4] *Henrion D., Lofberg J., Kocvara M., Stingl M. Solving polynomial static output feedback problems with PENBMI // Proceedings of the joint IEEE Conference on Decision and Control Sevilla, Spain, December 2005. P. 7581 - 7586*

рического описания.

5. Язык описания задач полуопределенного программирования - SCIYALMIP, совместимый со свободно распространяемым пакетом для научных вычислений SCILAB.

Практическая ценность. Главным практическим результатом диссертации является разработанное программное приложение SCIYALMIP к свободно распространяемому пакету SCILAB, позволяющее решать задачи полуопределенного программирования с предоставлением интерфейса, аналогичного используемому в популярном синтаксическом анализаторе YALMIP для пакета MATLAB.

Апробация полученных результатов. Основные результаты были представлены на следующих научных мероприятиях.

1. 9th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, Санкт-Петербург, 29-31 августа 2007 г.

2. III Всероссийская научная конференция "Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB" , Санкт-Петербург, 23-26 октября 2007 г.

3. Научная конференция учебно-научного инновационного комплекса "Модели, методы и программные средства" Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 27-30 ноября 2007 г.

4. 16th International Conference on Systems Science, Вроцлав, Польша 4-6 сентября 2007 г.

5. X Международный семинар им. Е.С. Пятницкого, Москва, ИПУ РАН, 3-6 июня 2008 г.

6. 17th International Congress of IFAC, Сеул, Корея, 6-11 июля 2008 г.

7. 14th International Congress on Cybernetics and Systems Science of WOSC, Вроцлав, Польша, 9-12 сентября 2008 г..

8. XV международная конференция по автоматическому управлению, Одесса, Украина, 23-26 сентября 2008 г.

Работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты №-№ 07-01-92166-НЦНИ_а, 08-01-97036-р_поволжье_а) и программой Национального центра научных исследований Франции PICS №.4281.

Публикации и личный вклад автора. Основное содержание диссертации отражено в 7 печатных работах. В совместных работах научному руководителю принадлежат постановки задач и идеи доказательств и алгоритмов. Доказательства теорем, разработка методов, алгоритмов и программного обеспечения принадлежат автору.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения 5 глав и заключения. Объем работы 124 страницы, в тексте содержится 8 рисунков и 5 таблиц; библиографический список включает 55 источников.

В первой главе дается обзор состояния проблемы, обоснование актуальности проблемы, формулировка цели и задач исследования и приводятся основные понятия и определения, используемые в работе.

Во второй главе строятся алгоритмы вычисления матрицы усиления стабилизирующего управления со статической обратной связью по выходу для дискретных линейных систем с параметрическими шумами и дискретных линейных систем с неопределенными параметрами. Модель стохастической системы имеет вид

$$x_{n+1} = Ax_n + Bu_n + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i (A_i x_n + B_i u_n) v_i(n),\ y_n = Cx_n, \tag{1}$$

где x_n – m-мерный вектор состояния; u_n – k-мерный вектор управления; y_n – r-мерный вектор выхода; $A, A_i \quad (i = 1, \ldots, p)$ – матрицы размеров $m \times m$; $B, B_i \quad (i = 1, \ldots, p)$ – матрицы размеров $m \times k$; C–матрица размера $r \times m$; $v_i(n)$ - компоненты p-мерного дискретного гауссовского белого шума $v(n)$ с единичной ковариационной матрицей, γ_i - положительные скаляры; принимается стандартное предположение, что шум $v(n)$ не зависит от начального состояния системы. Модель системы с неопределенными параметрами задается уравнениями

$$x_{n+1} = Ax_n + Bu_n + \sum_{i=0}^{p} \sigma_i(n)(A_i x_n + B_i u_n),\ y_n = Cx_n, \tag{2}$$

где $\sigma_i(n)$–переменные, описывающие неопределенности параметров, о которых известно только, что они ограничены сверху:

$$|\sigma_i(n)| \leqslant \delta_i \qquad i = 1, \ldots, p. \tag{3}$$

Теорема 1. *Пусть существует решение матричного неравенства*

$$A_{c\alpha}^T P A_{c\alpha} - P + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i^2 A_{ci}^T P A_{ci} < 0 \tag{4}$$

относительно матрицы $P = P^T > 0$ *и матрицы усиления* F, *где* $A_{c\alpha} = (1+\alpha)^{1/2} A_c, \quad A_c = A - BFC,\ A_{ci} = A_i - B_i FC$ *и параметр* $\alpha > 0$ *удовлетворяет условию*

$$\alpha - \sum_{i=1}^{p} \frac{\delta_i^2}{\Gamma_i} > 0,\ 0 < \Gamma_i \leqslant \gamma_i^2 - \delta_i \left(\sum_{j \neq i}^{p} \delta_j + \delta_i \right), \quad i = 1, \ldots, p. \tag{5}$$

Тогда управление

$$u_n = -Fy_n, \tag{6}$$

с указанной выше матрицей усиления обеспечивает экспоненциальную устойчивость в среднем квадратическом системы

$$x_{n+1} = A_\alpha x_n + B_\alpha u_n + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i (A_i x_n + B_i u_n) v_i(n),\ y_n = Cx_n, \tag{7}$$

где $A_\alpha = (1+\alpha)^{1/2}A, B_\alpha = (1+\alpha)^{1/2}B$ *и экспоненциальную устойчивость системы* (2) *при любых неопределенностях параметров, удовлетворяющих ограничениям* (3).

Таким образом, стохастическая система вида (7) может служить моделью сравнения в задаче стабилизации системы (2) с неопределенными параметрами в том смысле, что выбирая интенсивности шумов в соответствии с (5) и находя управление вида (6), обеспечивающее экспоненциальную устойчивость в среднем квадратическом (ЭУСК) одновременно получим робастное стабилизирующее управление для системы (2), т.е управление обеспечивающее экспоненциальную устойчивость системы (2) при любых неопределенностях параметров, удовлетворяющих ограничениям (3). Это управление обеспечивает также ЭУСК системы (1).

Запишем сингулярное разложение для матрицы C :

$$C = USV^T,\ U^TU = I,\ V^TV = I, \tag{8}$$

где U и V – ортогональные матрицы, S – прямоугольная матрица, элементы которой с равными индексами являются сингулярными числами C, а остальные элементы нулевые. Представим матрицу V в блочной форме: $V = [V_1\ V_2]$, где $V_1 \in \mathbb{R}^{m\times r}$ $V_2 \in \mathbb{R}^{m\times(m-r)}$. Справедливо следующее утверждение

Теорема 2. *Пусть для некоторых заданных матриц* $Q = Q^T \geqslant 0, R = R^T > 0, X = X^T \geqslant 0$ *существует решение* $Y = Y^T > 0,\ \ P = P^T > 0$ *системы уравнений*

$$\begin{gathered}(A_\alpha - B_\alpha K)Y(A_\alpha - B_\alpha K)^T - Y + \sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2(A_i - B_iK)Y(A_i - B_iK)^T + X = 0,\\ (A_\alpha - B_\alpha K)^TP(A_\alpha - B_\alpha K) - P + \\ \sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2(A_i - B_iK)^TP(A_i - B_iK) + K^TRK + Q = 0,\end{gathered} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}K = [R + B_\alpha^TPB_\alpha + \sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2B_i^TPB_i]^{-1}[B_\alpha^TPA_\alpha + \sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2B_i^TPA_i][I - \\ V_2(V_2^TY^{-1}V_2)^{-1}V_2^TY^{-1}],\\ KV_2 = 0,\end{gathered}$$

удовлетворяющее условиям

$$\begin{gathered}Y > 0,\ \ (A_\alpha - B_\alpha K)Y(A_\alpha - B_\alpha K)^T - Y + \\ + \sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2(A_i - B_iK)Y(A_i - B_iK)^T < 0.\end{gathered} \tag{10}$$

Тогда управление (6) *с матрицей усиления* $F = KC^+$, *где верхний индекс* $+$ *означает псевдообращение по Муру-Пенроузу, обеспечивает ЭУСК системы* (7).

Алгоритм 1.

1. Задаем матрицы $Q \geqslant 0,\ R > 0,\ X > 0$ и начальное значение матрицы усиления K. Эта матрица находится из условия стабилизации системы (7) в среднем квадратическом как $K = WS^{-1}$, где W и S решение системы линейных матричных неравенств

$$S > 0, \quad \begin{bmatrix} S & Z \\ Z^T & D(S) \end{bmatrix} > 0, \tag{11}$$

где $Z = [(A_\alpha S - B_\alpha W)^T \ \gamma_1(A_1 S - B_1 W)^T \dots \gamma_p(A_p S - B_p W)^T,]\ D(S) = \mathrm{diag}[S]_1^{p+1}$. относительно переменных S и W.

2. Решаем уравнения Сильвестра для Y_i и P_i :

$$(A_\alpha - B_\alpha K_i)Y_i(A_\alpha - B_\alpha K_i)^T + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j^2 (A_j - B_j K_i)Y_i(A_j - B_j K_i)^T + X - Y_i = 0,$$

$$(A_\alpha - B_\alpha K_i)^T P_i (A_\alpha - B_\alpha K_i) + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j^2 (A_j - B_j K_i)^T P_i (A_j - B_j K_i) + K_i^T R K_i + Q - P_i = 0.$$

Вычисляем приращение

$$\Delta K_i = [R + B_\alpha^T P_i B_\alpha + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j^2 B_j^T P_i B_j]^{-1} [B_\alpha^T P_i A_\alpha + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i^2 B_i^T P A_i][I - V_2(V_2^T Y_i^{-1} V_2)^{-1} V_2^T Y_i^{-1}] - K_i$$

и находим $K_{i+1} = K_i + \beta_i \Delta K_i$, где $0 < \beta_i < 2$, выбирается из условия устойчивости системы (7) в среднем квадратическом на данном шаге. Полагаем $i = i + 1$.

3. Если $\| K_i V_2 \| < \epsilon$, то вычисления заканчиваем и полагаем $F = KC^+$, иначе переходим к шагу 2.

Следующая теорема дает метод нахождения параметра β, гарантирующего устойчивость системы (7) в среднем квадратическом на каждом шаге алгоритма 1 и сходимость этого алгоритма. Введем обозначения

$$M_1 = A_\alpha - B_\alpha K_i, \quad W = Y_i,$$

$$M_2 = -B_\alpha \Delta K_i, \quad N_j = A_j - B_j K_i, \quad \widetilde{N_j} = -B_i \Delta K_i, \quad j = 1, \dots, p,$$

$$a = \| X^{-1/2}(M_2 W M_2^T + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j^2 \widetilde{N_j} W \widetilde{N_j}^T) X^{-1/2} \|_2,$$

$$b = 2 \| X^{-1/2}(M_1 W M_2^T + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j^2 N_j W \widetilde{N_j}^T) X^{-1/2} \|_2 .$$

Теорема 3 (Сходимость алгоритма 1). *Пусть на каждом шаге алгоритма 1 параметр β_i выбирается из условия $\beta_i < \min\{\beta_+, 2\}$, где β_+ – положительный корень квадратного уравнения $a\beta^2 + b\beta - 1 = 0$. Тогда алгоритм 1 сходится и управление*

$$u_n = -Kx_n, \tag{12}$$

с матрицей усиления $K = K_i,\ i = 1, 2, \dots$ гарантирует ЭУСК системы (7).

Существенно отметить, что приведенные результаты являются новыми и для детерминировнных систем.

Разработанный итерационный алгоритм был проверен на числовых данных из библиотеки Фридмана Лейбфрица[5], где собраны наиболее характерные задачи управления со статической обратной связью по выходу из различных областей. При этом решалась задача стабилизации детерминированной системы

$$x_{n+1} = Ax_n + Bu_n,\ y_n = Cx_n \tag{13}$$

управлением (6). Результаты вычислений в среде MATLAB/SeDuMi при относительной погрешности ϵ =1e-7 представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты тестирования итерационного алгоритма на численных данных из библиотеки COMPLeib

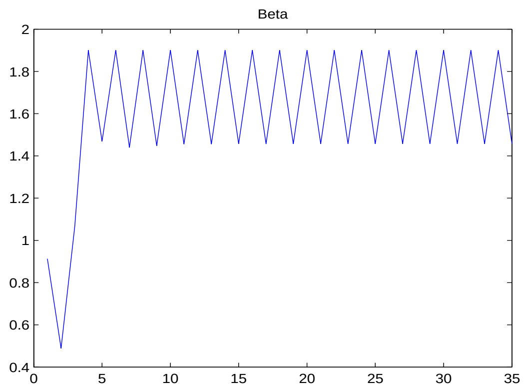
тест	max |λ(A-BFC)|	число итераций	тест	max |λ(A-BFC)|	число итераций
AC1	0.9959	59	AC9	inf	inf
AC3	0.9892	132	AC10	inf	inf
AC4	0.9990	90	AC11	inf	inf
AC5	0.9876	156	AC12	0.9960	1
AC6	0.9978	62	AC15	0.9979	139
AC7	inf	inf	AC16	0.9869	1
AC8	0.9938	41	AC17	0.9878	143

Алгоритм синтеза робастного управления на основе сравнения со стохастической моделью проверялся на примере угловой стабилизации движения летательного аппарата, линеаризованная модель которого, задается дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \omega_z, \\ \dot{\omega}_z &= -a^{\alpha}_{mz}\vartheta - a^{\omega z}_{mz}\omega_z + a^{\alpha}_{mz}\Theta + a^{\delta}_{mz}\delta, \\ \dot{\Theta} &= -a^{\alpha}_{y}\vartheta + a^{\alpha}_{y}\Theta, \end{aligned} \tag{14}$$

где ϑ – угол тангажа, ω_z – угловая скорость тангажа, $\Theta = \vartheta - \alpha$ – угол наклона траектории, α – угол атаки, δ – угол отклонения руля высоты.

[5] COMPleib: COnstraint Matrix-optimization Problem library, http://www.complib.de/



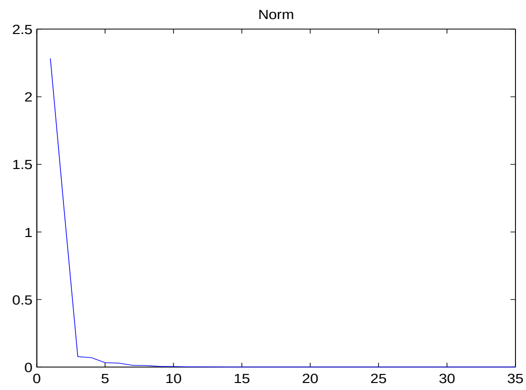


Рис. 1. Изменение параметра β Рис. 2. Изменение нормы KV_2

Переменными состояния и управления системы будут соответственно

$$x(t) = [\vartheta \ \omega_z \ \Theta]^T, \quad u(t) = \delta(t).$$

Обычно непосредственному измерению доступны только ϑ и ω_z, тогда вектор выхода будет иметь вид:

$$y(t) = [\vartheta \ \omega_z]^T.$$

Неопределенности параметров задаются в виде допустимых отклонений от номинальных значений:

$$\begin{aligned} a_{mz}^{\alpha} &\in [a_{mz0}^{\alpha} - \Delta a_{mz}^{\alpha}, \ a_{mz0}^{\alpha} + \Delta a_{mz}^{\alpha}], \ \ a_{y}^{\alpha} \in [a_{y0}^{\alpha} - \Delta a_{y}^{\alpha}, \ a_{y0}^{\alpha} + \Delta a_{y}^{\alpha}], \\ a_{mz}^{\omega z} &\in [a_{mz0}^{\omega z} - \Delta a_{mz}^{\omega z}, \ a_{mz0}^{\omega z} + \Delta a_{mz}^{\omega z}], \ a_{mz}^{\delta} \in [a_{mz0}^{\delta} - \Delta a_{mz}^{\delta}, \ a_{mz0}^{\delta} + \Delta a_{mz}^{\delta}], \end{aligned}$$

где $\Delta a_{mz}^{\alpha}, = \delta_1 a_{mz0}^{\alpha} \ \Delta a_{y}^{\alpha} = \delta_2 a_{y0}^{\alpha}, \ \Delta a_{mz}^{\omega z} = \delta_3 a_{mz0}^{\omega z}, \ \Delta a_{mz}^{\delta} = \delta_4 a_{mz0}^{\delta}$.

Предполагается, что управление формируется с помощью бортовой ЦВМ, при этом

$$u(t) = u(nT) = u_n, \ nT \leqslant t < (n+1)T, \ n = 0, 1, \ldots,$$

где T – период дискретности ЦВМ. По заданным границам отклонений параметров в соответствии с (5) вычислялись интенсивности шумов и находились параметры стохастической модели (7), после чего применялся алгоритм 1. В результате вычислений с периодом дискретности $T = 0,02$с. была получена матрица коэффициентов усиления обратной связи по выходу $F = [-23,56 \ \ -0,97]$. На рисунках 1 и 2 показаны графики изменения нормы и параметра β в зависимости от числа итераций. Здесь, параметры δ_i выбирались из расчета 15% максимального отклонения от номинальных величин. При вычислениях использовались синтаксический анализатор YALMIP с решателем SeDuMi в среде MATLAB. Числовые значения номинальных параметров брались для гипотетического легкого сверхзвукового самолета [6]

[6] *Красовский А. А* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973.

К сожалению, среди известных программ решателей удалось добиться сходмости итерационного алгоритма лишь используя решатель SeDuMi, который существует только в среде MATLAB, поэтому пакет SCIYALMIP написаный в среде SCILAB не может быть использован в данном случае. В этой связи весьма перспективной представляется разработка группой ученых из Франции среды для научных расчетов, известной как NSP или Tumbai, которая является совместимой со SCILAB, и при этом обеспечивает также большие совместимости с MATLAB, что дает возможность эффективно встраивать в среду NSP программы-решатели, написаные под MATLAB. В настоящее время создана версия SeDuMi для работы в этой среде, что открывает перспективу создания YALMIP интерфейса для NSP в ближайшем будущем.

В третьей главе результаты в главе 2 обобщаются на случай одновременной стабилизации множества дискретных систем вида

$$x_{n+1} = A_i x_n + B_i u_n + \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij}(n)(A_{ij}x_n + B_{ij}u_n),\ y_n = Cx_n,\ \ i = 1, \ldots, \nu, \qquad (15)$$

где x_n - m - мерный вектор состояния; u_n- k - мерный вектор управления; y_n - r - мерный вектор выхода; A_i, A_{ij} $(i = 1, \ldots, \nu,\ \ j = 1, \ldots, N)$ матрицы размеров $m \times m$; B_i, B_{ij} $(i = 1, \ldots, \nu,\ \ j = 1, \ldots, N)$ матрицы размеров $m \times k$; C– матрица размера $r \times m$; $\sigma_{ij}(n)$ $(i = 1, \ldots, \nu,\ \ j = 1, \ldots, N)$ переменные, описывающие неопределенности параметров, о которых известно только, что они ограничены сверху:

$$|\sigma_{ij}(n)| \leqslant \delta_{ij} \qquad i = 1, \ldots, \nu,\ \ j = 1, \ldots, N. \qquad (16)$$

Одновременно с (15) рассматривается множество стохастических дискретных систем:

$$x_{n+1} = A_{\alpha i} x_n + B_{\alpha i} u_n + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij}(A_{ij}x_n + B_{ij}u_n)v_i(n), \qquad (17)$$

$$y_n = Cx_n, i = 1, \ldots, \nu$$

где $A_{\alpha_i} = (1 + \alpha_i)^{1/2} A_i,\quad B_{\alpha_i} = (1 + \alpha_i)^{1/2} B_i$, $v_i(n)$ компоненты N - мерного дискретного гауссовского белого шума $v(n)$ с единичной ковариационной матрицей, γ_{ij} - положительные скаляры.

Т е о р е м а 4. *Пусть при некоторых $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ найдется положительно определенное решение $P = P^T$ матричного уравнения*

$$(1+\alpha_i)(A_i - B_iFC)^T P(A_i - B_iFC) - P + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij}^2 (A_{ij} - B_{ij}FC)^T P(A_{ij} - B_{ij}FC) + \beta_i I = 0,$$

удовлетворяющее условиям

$$\alpha_i - \sum_{j=1}^{N} \frac{\delta_{ij}^2}{\Gamma_{ij}} > 0,\ 0 < \Gamma_{ij} \leqslant \gamma_{ij}^2 - \delta_{ij}(\sum_{l \neq j}^{N} \delta_{il} + \delta_{ij}) \quad i = 1, \ldots, \nu.$$

Тогда управление (6) *обеспечивает ЭУСК всех систем из множества* (17) *и робастную устойчивость всех систем из множества* (15).

Для задачи стабилизации по выходу по аналогии с главой 2 разработан итерационный алгоритм, основанный на одновременном решении семейства ЛМН на каждом шаге алгоритма, получены достаточные условия сходимости метода, обеспечивающие ЭУСК одновременно для всех систем из рассматриваемого множества на каждом шаге алгоритма.

Алгоритм 2.

1. Назначаем матрицы $Q_i \geqslant 0,\ R_i > 0,\ X > 0$ и получаем начальное значение матрицы усиления K_0 . Эта матрица обеспечивает ЭУСК системы (17) и находится из ЛМН, аналогичных (11).

2. Решаем неравенство относительно Y_n и систему неравенств относительно P_n :

$$\sum_{i=1}^{\nu}(A_{\alpha i} - B_{\alpha i}K_n)Y_n(A_{\alpha i} - B_{\alpha i}K_n)^T + \sum_{j=1}^{N}\gamma_{ij}^2(A_{ij} - B_{ij}K_n)Y_n(A_{ij} - \\ -B_{ij}K_n)^T + X - \nu Y_n < 0,$$

$$(A_{\alpha i} - B_{\alpha i}K_n)^T P_n(A_{\alpha i} - B_{\alpha i}K_n) + \sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}^2(A_{ij} - B_{ij}K_n)^T P_n(A_{ij} - \\ -B_{ij}K_n) + K_n^T R_i K_n + Q_i - P_n < -I,\ i = 1, \ldots, \nu.$$

3. Вычисляем приращение

$$\Delta K_n = [\sum_{i=1}^{\nu} R_i + B_{\alpha i}^T P_n B_{\alpha i} + \sum_{j=1}^{N}\gamma_{ij}^2 B_{ij}^T P_n B_{ij}]^{-1}[\sum_{i=1}^{\nu} B_{\alpha i}^T P_n A_{\alpha i} + \\ + \sum_{j=1}^{N}\gamma_i^2 B_{ij}^T P_n A_{ij}][I - V_2(V_2^T Y_n^{-1} V_2)^{-1} V_2^T Y_n^{-1}] - K_n$$

и находим $K_{n+1} = K_n + \beta_n \Delta K_n$, где $0 < \beta_n < 2$ и β_n выбирается из условия ЭУСК системы (17) на данном шаге. Полагаем $n = n + 1$.

4. Если $\|K_n V_2\| < \varepsilon$, то вычисления заканчиваем и полагаем $F = KC^+$, иначе переходим к шагу 2.

Следующая теорема дает метод вычисления таких β_n, чтобы обеспечивались ЭУСК системы (17) на каждом шаге алгоритма и сходимость алгоритма. Введем следующие

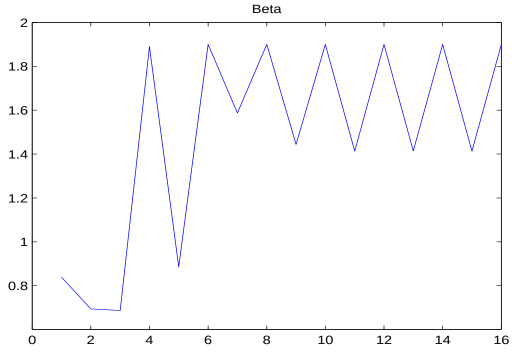


Рис. 3. Изменение параметра β

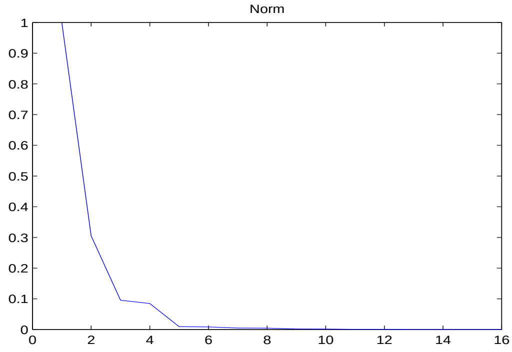


Рис. 4. Изменение нормы KV_2

обозначения

$$M_{1i} = A_{\alpha i} - B_{\alpha i} K_n, \quad M_{2i} = -B_{\alpha i} \Delta K_n, N_{ij} = A_{ij} - B_{ij} K_n, \ \widetilde{N_{ij}} = -B_{ij} \Delta K_n,$$

$$Z_i = Q_i + K_n^T R_i K_n + I, \quad a_i = \| Z_i^{-1/2} (M_{2i}^T P_n M_{2i} + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij}^2 \widetilde{N_{ij}}^T P_n \widetilde{N_{ij}}) Z_i^{-1/2} \|_2,$$

$$b_i = 2 \| Z_i^{-1/2} (M_{1i}^T P_n M_{2i}^T + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij}^2 N_{ij}^T P_n \widetilde{N_{ij}}) Z_i^{-1/2} \|_2, \ i = 1, \ldots, \nu, \ j = 1, \ldots, N.$$

Теорема 5 (Сходимость алгоритма 2). *Пусть параметр β_n удовлетворяет на каждом шаге условию $\beta_n < \min_i \ \min\{\beta_{ni}^+, 2\}$, где β_{ni}^+ – положительный корень квадратного уравнения*

$$a_i \beta^2 + b_i \beta - 1 = 0.$$

Тогда алгоритм 2 сходится, и управление (12) *с матрицей усиления $K = K_n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ обеспечивает ЭУСК системы* (17).

В качестве примера применения итерационного алгоритма была рассмотрена задача одновременной робастной стабилизации гипотетического легкого сверхзвукового самолета для девяти характерных режимов полета с параметрами $\delta_i = 0.0572$, $\gamma_i = 1.256$, $\alpha = 0.008375$ для каждой системы. В результате вычислений с периодом дискретности $T = 0,02$с была получена матрица коэффициентов усиления обратной связи по выходу $F = [-16.9714 - 2.0773]$. На рисунках 3 и 4 показаны графики изменения нормы и параметра β в зависимости от числа итераций, на рисунке 6 переходные процессы по режимам. Интересно отметить, что итерационный процесс в данном примере сходится за меньшее число итераций чем в задаче стабилизации одной системы.

В четвертой главе предлагается параметрическое описание множеств стабилизирующих управлений со статической обратной связью по выходу. Чтобы сделать такое описание конструктивным необходимо соответствующим образом выбрать параметры. В качестве таковых в современной теории управления широко используются

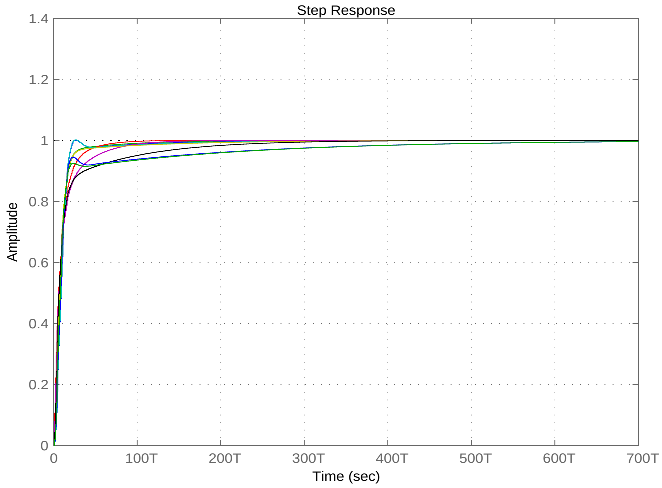


Рис. 5. Переходные процессы по режимам

матрицы, аналогичные весовым матрицам в задаче линейно-квадратичного регулятора (LQR параметры) или моды системы (набор собственных значений и векторов). В данной работе используются LQR параметры. Их использование приводит к описанию, включающему решение нестандартных квадратных матричных уравнений или неравенств, методы решения которых неизвестны, однако удается найти выпуклую аппроксимацию множества всех стабилизирующих управлений. Последнее позволяет получить эффективные алгоритмы вычисления матрицы стабилизирующего управления без использования итерационных процедур на основе решения задач полуопределенного программирования.

Теорема 6. *Матрица усиления F, обеспечивающая ЭУСК системы* (1) *с управлением* (6) *существует тогда и только тогда, когда найдутся матрицы параметров $Q = Q^T \geqslant 0$, $R = R^T > 0$ и L такие, что*

$$FC = [B^T PB + \Gamma(P) + R]^{-1}[B^T PA + \Theta^T(P) + L], \tag{18}$$

где $P = P^T > 0$ – решение квадратного матричного неравенства

$$A^T PA - P - [A^T PB + \Theta(P)][B^T PB + \Gamma(P) + R]^{-1}[B^T PA + \Theta(P)^T] + \\ + \Delta(P) + Q + L^T[B^T PB + \Gamma(P) + R]^{-1}L < 0, \tag{19}$$

$$\Gamma(P) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i^2 B_i^T PB_i,\ \Delta(P) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i^2 A_i^T PA_i,\ \Theta(P) = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i^2 A_i^T PB_i.$$

Методы решения неравенства (19) неизвестны. Следующее утверждение дает достаточные условия, приводящие к вычислимым соотношениям.

Следствие 1. *Пусть для некоторого скаляра $\mu > 0$ и матриц параметров*

$Q = Q^T \geqslant 0,\ R = R^T > 0$ *и* L *обобщенное уравнение Риккати*

$$A^TPA - P - [A^TPB + \Theta(P)][B^TPB + \Gamma(P) + R]^{-1}[B^TPA + \Theta(P)^T] + \Delta(P) + (1+\mu)Q = 0. \tag{20}$$

имеет положительно определенное решение $P = P^T$, *удовлетворяющее соотношениям*

$$\begin{bmatrix} \mu Q & L^T \\ L & B^TPB + \Gamma(P) + R \end{bmatrix} > 0 \tag{21}$$

и

$$[B^TPA + \Theta(P) + L]V_2 = 0. \tag{22}$$

Тогда управление (6) *с матрицей усиления, определяемой по формуле*

$$F = [B^TPB + \Gamma(P) + R]^{-1}[B^TPA + \Theta^T(P) + L]C^+ \tag{23}$$

обеспечивает ЭУСК системы (1)

Матрица $P = P^T > 0$, удовлетворяющая (20) может быть найдена как решение следующей задачи оптимизации при ограничениях в виде ЛМН [7]

$$\begin{aligned} &\operatorname{trace} P \to \max, \\ &P = P^T > 0,\ \begin{bmatrix} A^TPA - P + \Delta(P) + (1+\mu)Q & A^TPB + \Theta(P) \\ B^TPA + \Theta(P)^T & B^TPB + \Gamma(P) + R \end{bmatrix} \geqslant 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Таким образом можно сформулировать следующий алгоритм вычисления матрицы стабилизирующего управления по выходу

А л г о р и т м 3.

1. Задаем $Q = Q^T \geqslant 0,\ R = R^T > 0,\ \mu > 0$.

2. Решаем задачу (24) и находим $P = P^T > 0$.

3. Решаем систему линейных матричных уравнений и неравенств относительно матрицы L:

$$\begin{bmatrix} \mu Q & L^T \\ L & B^TPB + \Gamma(P) + R \end{bmatrix} > 0, \quad [B^TPA + \Theta(P) + L]V_2 = 0. \tag{25}$$

4. Если система (25) совместна, то вычисляем F по формуле (23).

5. *Проверка.* Если система линейных матричных неравенств относительно матрицы H

$$H = H^T > 0,\ (A - BFC)^T H (A - BFC) - H + \sum_{i=1}^{N} \gamma_i^2 (A_i - B_iFC)^T H (A_i - B_iFC) < 0$$

совместна, то F является искомой матрицей стабилизирующего управления.

[7] *Ait Rami M., El Ghaoui L.* LMI optimization for nonstandard Riccati equation arising in stochastic control // IEEE Trans. Automat. Control. 1996. V. 41. P. 1666–1671.

Дается обобщение результата для систем случайной структуры

$$x_{n+1} = A(r_n)x_n + B(r_n)u_n + \sum_{j=1}^{N} \gamma_j(r_n)[A_j(r_n)x_n + B_j(r_n)u_n]v_j(n),\ y_n = C(r_n)x_n, \quad (26)$$

где r_n – однородный марковский процесс, принимающий значения из множества состояний $\mathbb{N}\{1, ..., \nu\}$ с матрицей вероятностей перехода $\Pi = (\pi_{ij})_1^v$, где $\pi_{ij} \geqslant 0$ и $\sum_{j=1}^{\nu} \pi_{ij} = 1$ для любого $i \in \mathbb{N}$.

Теорема 7. *Матрица усиления F_i, обеспечивающая ЭУСК системы* (26) *с управлением* (6) *существует тогда и только тогда, когда найдутся матрицы параметров $Q_i = Q_i^T \geqslant 0,\ R_i = R_i^T > 0$ и L_i такие, что*

$$F_iC_i = [B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P_i) + R_i]^{-1}[B_i^T P_i A_i + \Theta_i^T(P_i) + L_i],$$

где $P_i = \sum\limits_{j=1}^{\nu} \pi_{ij} H_j,\ H_i = H_i^T$ – решение системы квадратных матричных неравенств

$$A_i^T P_i A_i - H_i - [A_i^T P_i B_i + \Theta_i(P_i)][B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P_i) + R_i]^{-1}[B_i^T P_i A_i + \Theta_i(P_i)^T] +$$
$$\Delta_i(P_i) + Q_i + L_i^T[B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P_i) + R_i]^{-1} L_i < 0,$$

$$\Gamma_i(P_i) = \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ji}^2 B_{ji}^T P_i B_{ji},\ \Delta_i(P_i) = \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ji}^2 A_{ji}^T P_i A_{ji},\ \Theta_i(P_i) = \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ji}^2 A_{ji}^T P_i B_{ji}, \quad i \in \mathbb{N}.$$

Следствие 2. *Пусть для некоторого скаляра $\mu_i > 0$ и матриц параметров $Q_i = Q_i^T \geqslant 0,\ R_i = R_i^T > 0$ система матричных квадратных уравнений*

$$A_i^T P_i A_i - H_i - [A_i^T P_i B_i + \Theta_i(P_i)][B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P_i) + R_i]^{-1}[B_i^T P_i A_i + \Theta_i(P_i)^T] +$$
$$\Delta_i(P_i) + (1 + \mu_i)Q_i = 0,$$

имеет положительно определенное решение $H_i = H_i^T$, удовлетворяющее линейным матричным неравенствам

$$\begin{bmatrix} \mu_i Q_i & L_i^T \\ L_i & B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P_i) + R \end{bmatrix}_i > 0, \quad [B_i^T P_i A_i + \Theta_i(P_i) + L_i]V_{i2} = 0$$

относительно матрицы параметров L_i. Тогда матрица усиления управления с обратной связью по выходу дается выражением

$$F_i = [B_i^T P_i B_i + \Gamma_i(P)_i + R_i]^{-1}[B_i^T P_i A_i + \Theta_i(P_i) + L_i]C_i^+, \quad i \in \mathbb{N}.$$

Результаты теоремы 7 и следствия 2 приводят к алгоритмам аналогичным алгоритму 3. Кроме того важное значение имеют следующие частные случаи.

1. При $\Pi = I_\nu$ и $F_i = F,\ (i \in \mathbb{N})$ получаем алгоритм без итераций, аналогичный алгоритму 3 для вычисления матрицы усиления управления (6) с обратной связью по выходу, обеспечивающего одновременную стабилизацию множества систем (15).

2. Рассмотрим дискретную систему с неопределенными параметрами

$$x_{n+1} = \sum_{i=1}^{\nu} \xi_i(n)(A_i x_n + B_i u_n) \;\; y_n = C x_n, \tag{27}$$

где $\xi_i(n) \geqslant 0, \;\; (i \in \mathbb{N})$ и $\sum_{i=1}^{\nu} \xi_i(n) = 1$ и поставим задачу найти управление со статической обратной связью по выходу вида (6), обеспечивающее квадратичную устойчивость системы (27). Алгоритм решения этой задачи аналогичный алгоритму 3 получается при $H_i = H, \; F_i = F, (i \in \mathbb{N})$.

Последний результат обобщается на класс так называемых повторяющихся процессов с неопределенными параметрами, описываемых следующими уравнениями

$$x_k(p+1) = \sum_{i=1}^{N} \xi_i(k,p)(A_i x_k(p) + B_i u_k(p) + B_{0i} y_{k-1}(p)), \tag{28}$$

$$y_k(p) = \sum_{i=1}^{N} \xi_i(k,p)(C_i x_k(p) + D_i u_k(p) + D_{0i} y_{k-1}).$$

Название таких процессов обусловлено тем, что они описывают серию повторяющихся действий, называемых проходами, длительность которых ограничена некоторой постоянной величиной $\alpha < +\infty$, называемой длительностью прохода (в отечественной литературе такие процессы не рассматривались и здесь используются просто дословные переводы английских терминов) $y_k(p), 0 \leqslant p \leqslant \alpha$ вектор размерности $m \times 1$ называется профилем k-го прохода, $x_k(p) = [y_k(p-1) \quad y_k(p-2) \quad y_{k-1}(p-1) \quad y_{k-1}(p-2)]^T$ - вектор состояния размерности $n \times 1$, $u_k(p)$ - вектор управления на k-ом проходе размерности l. Параметры $\xi_i(k,p)$ описывают неопределенности и удовлетворяют условиям $\xi_i(k,p) \geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{N} \xi_i(k,p) = 1$. Начальные условия для вектора состояния и профиля прохода следующие

$$x_{k+1}(0) = d_{k+1}, k \geqslant 0 \; y_0(p) = f(p), 0 \leqslant p \leqslant \alpha - 1, \tag{29}$$

где d_{k+1} есть числовой вектор размерности n, $f(p)$ - вектор размерности m, компоненты которого являются заданными функциями аргумента p. Закон управления задается в виде

$$u_{k+1}(p) = -K_1 x_{k+1}(p) - K_2 y_k(p) \tag{30}$$

для всех $0 \leqslant p \leqslant \alpha, k \geqslant 0$ Обозначим $\overline{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & B_{0i} \\ C & D_{0i} \end{bmatrix}$, $\overline{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ D_i \end{bmatrix}$, $K = [K_1 \quad K_2]$, $i = 1, ..., N$.

Для анализа таких систем используется понятие квадратичной устойчивости относительно прохода, дополняющее обычное понятие асимптотической устойчивости по Ляпунову требованием монотонности процессов.

Т е о р е м а 8. *Управление* (30) *обеспечивает квадратичную устойчивость относительно прохода, если найдутся матрицы параметров* $Q_i = Q_i^T \geqslant 0$, $R_i = R_i^T > 0$ *и* L_i *(i=1,...,N), такие что*

$$(\overline{B}_i^T W \overline{B}_i + R_i)K = \overline{B}_i^T W \overline{A}_i + L_i, i = 1, ..., N, \tag{31}$$

где $W = \mathrm{diag}(W_1, W_2) > 0$ *– решение неравенства*

$$\overline{A}_i^T W \overline{A}_i - W - \overline{A}_i^T W \overline{B}_i (\overline{B}_i^T W \overline{B}_i + R_i)^{-1} \overline{B}_i^T W \overline{A}_i + L_i^T (\overline{B}_i^T W \overline{B}_i + R_i)^{-1} L_i + Q_i < 0$$

На основе этой теоремы был получен алгоритм вычисления матрицы усиления K, аналогичный алгоритму 3.

Таблица 2. Результаты тестирования алгоритма без итераций на численных данных из библиотеки COMPLeib

название теста	max $\vert\lambda$(A-BFC)$\vert$	время решения (сек.мсек)
AC1 / SDPA	0.995132	1.859
AC3 / SDPA	0.986342	1.344
AC4 / SDPA	0.999	1.453
AC5 / SeDuMi	0.998	1.257
AC6 / SDPA	0.992872	1.484
AC7 / SDPA	0.999349	1.531
AC8 / SDPA	0.996102	1.468
AC9 / SDPA	0.991674	1.657
AC10 / SeDuMi	0.982341	100.24
AC11 /SDPA	0.994438	1.407
AC12 /SDPA	0.936176	1.219
AC15 /SDPA	0.994612	1.328
AC16 / SDPA	0.979623	1.312
AC17 /SDPA	0.986671	1.265
AC18 /SDPA	0.998461	1.344

Было проведено тестирование алгоритмов без итераций на числовых данных из библиотеки COMPleib , с использованием программных пакетов SCIYALMIP/SDPA и YALMIP/SeDuMi, Рассматривалась задача стабилизации детерминированной дискретной системы (13) управлением с обратной связью по выходу (6). Результаты представлены в таблице 2. Как видно из сравнения таблиц 1 и 2, алгоритм без итераций дает подходящее решение для всех числовых данных, более того, время, затрачиваемое на решение алгоритмом без итераций в среднем равно времени одной итерации итерационного алгоритма. В то же время, недостаток параметризации состоит в том, что мы, вообще говоря, не можем гарантировать здесь существование

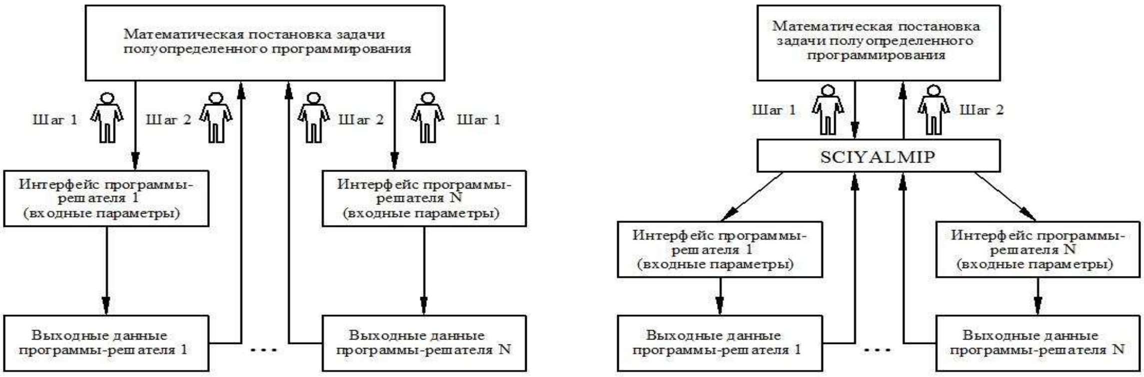


Рис. 6. Схема численного исследования задачи полуопределенного программирования

решения (используются достаточные условия), что сохраняет необходимость иметь альтернативные итерационные методы решения.

В пятой главе дается описание разработанного автором языка описания задач полуопределенного программирования - SCIYALMIP, совместимого со свободно распространяемым пакетом для научных вычислений SCILAB. Предложен универсальный интерфейс, естественный и удобный для любого пользователя, знакомого с математическими аспектами задачи. В главе приводится иллюстрация возможностей предложенного интерфейса, на задачах полуопределенного программирования. Кроме того, примеры, приводимые в качестве численных результатов разработанных методов и алгоритмов в данной работе, были выполнены с использованием SCIYALMIP. В главе приводится описание основных функций работы с интерфейсом SCIYALMIP, особенности его внутренней структуры и реализации.

На рисунке 6 представлены процессы численного исследования задачи полуопределенного программирования. Термин "шаг" указывает на то, что данный этап численного исследования проходит при непосредственном участии пользователя. В левой части рисунка "шаг 1" состоит в преобразовании математической формулировки задачи в формат входных данных для соответствующей программы-решателя и "шаг 2" это интерпретация выходных данных решенной задачи снова на уровень математических представлений. Важно отметить, что этот процесс требует довольно существенных затрат времени. Второй сложностью здесь является миграция пользователя между различными решателями,поскольку каждый из них имеет свой интерфейс и свои особенности, которые необходимо знать для эффективного его использования. С правой стороны рисунка представлен тот же процесс, но с использованием SCIYALMIP. "шаг 1" и "шаг 2" отличаются тем, что на вход принимаются данные в наиболее близком их представлении к математическому описанию задачи. Пользователь работает с матрицами, матричными уравнениями и неравенствами, т.е. со структурами данных самого высокого уровня представления, в то время как SCIYALMIP берет на себя работу по моделированию на более низком уровне. При миграции от одного решателя к другому пользователю всего лишь требуется поменять имя необходимого ему решателя в настройках SCIYALMIP и пакет сам обратится к нужному решателю. Недостатком SCIYALMIP является дополнительные затраты времени, связанные с преобразованием задачи к входным данным конкретной программы-решателя, особенно если размерность задачи доходит до нескольких сотен. Однако в выходных данных пакета всегда можно выяснить как общее время работы пакета, так и то время, которое было затрачено непосредственно на решение задачи.

Интерфейс подразумевается расширять дальше, в том смысле, что на данный момент он поддерживает в основном возможность решения задач полуопределенного программирования и оптимизации, и наибольшее внимание при тестировании пакета уделялось именно задачам этого класса. В дальнейшем планируется расширение класса поддерживаемых для решения задач.

Заключение. В работе решается задача нахождения матрицы усиления стабилизирующего управления со статической обратной связью по выходу для следующих классов систем:

- дискретные линейные системы с мультипликативными шумами, зависящими от состояния и управления;

- дискретные линейные системы с аффинными и политопными неопределенностями.

Для этих классов систем получены следующие результаты.

1. Методы и локально сходящиеся алгоритмы нахождения матрицы усиления управления, обеспечивающего одновременную и робастную стабилизацию.

2. Описание множества регуляторов в задачах одновременной и робастной стабилизации в терминах матриц параметров аналогичных весовым матрицам в задаче линейно-квадратичного регулятора.

3. Методы и алгоритмы нахождения матрицы усиления управления, обеспечивающего одновременную и робастную стабилизацию, не использующие итерационные процедуры.

Разработан программный комплекс SCIYALMIP, являющийся аналогом популярного в среде MATLAB синтаксического анализатора YALMIP, предназначенный для работы в среде SCILAB. Это дает удобный инструментарий для решения задач полуопределенного программирования, линейного и квадратичного программирования на базе свободно распространяемого программного обеспечения. Эффективность

SCIYALMIP подтверждена его использованием при решении указанных выше задач.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статья в журнале из списка периодических изданий рекомендованных ВАК

1. Пакшин П. В., Соловьев С. Г., *Синтез робастных дискретных систем на основе сравнения со стохастической моделью.* // Известия РАН.Теория и системы управления - 2007.- №6.-С. 5–15.

Публикации в других изданиях

2. Pakshin P. V., Soloviev S. G. *Synthesis of robust discrete-time systems based on comparison with stochastic model* // Adaptation and Learning in Control and Signal Processing. 2007. - V.9. - Pt.1. - P.1–6. [Электронный ресурс] // http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/30232.html.

3. Pakshin P. V., Soloviev S. G. *Robust Simultaneous Stabilization of uncertain discrete-time systems.* // Proceeding of the 16th International Conference on Systems Science (Wroclaw, Poland, 4-6 September 2007) Wroclaw: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej.- 2007. - V 1.- P.- 230–239.

4. Pavel Pakshin, Sergey Soloviev *Exponential Dissipativity of Discrete-Time Stochastic Systems and Robust Simultaneous Stabilization.* // Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control (Seoul, Korea, July 6-11) - 2008. P. 14180–14185. [Электронный ресурс] // http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/38086.html

5. Pavel Pakshin, Krzysztof Galkowski, Sergey Soloviev, Eric Rogers *Parameterization of static feedback stabilizing controllers for uncertain discrete linear repetitive processes.* // Proceedings of the 14th international congress of cybernetics and systems of WOSC (Wroclaw, Poland, September 9-12) - 2008. CDROM.- P. 303–311.

6. Pakshin P. V., Soloviev S. G. *Parameterization of Stabilizing Controllers of Stochastic Discrete-Time Systems and its Application to Robust Output Feedback Design.* // Proceedings of the 14th international congress of cybernetics and systems of WOSC (Wroclaw, Poland, September 9-12) - 2008. CDROM.- P. 409-417.

7. Pakshin P., Soloviev S. *Robust simultaneous stabilization of uncertain discrete-time systems.* // Systems Science. - 2008. - V. 34.- No. 1. - P. 39-48.

8. Soloviev S. G. , Pakshin P. V. *SCIYALMIP tool homepage.* [Электронный ресурс] //(http://www.laas.fr/OLOCEP/SciYalmip/index.html)

Подписано к печати 28.04.2009. Формат 60x84 1/20.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1. Тир. 100. Зак.
Типография Нижегородского госуниверситета
Лицензия №18-0099, 603600, г. Н.Новгород, ул. Б.Покровская, 37.