

На правах рукописи

Семенов Евгений Сергеевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРИТЕЛЬНОЙ СЕКЦИИ
КОЛЛАЙДЕРА И ОПТИМИЗАЦИЯ ЕЁ ПАРАМЕТРОВ**

05.13.18 — математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2009

Работа выполнена в Институте прикладной физики Российской академии наук, г. Нижний Новгород

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Юнаковский А. Д., зав. лаб. ИПФ РАН, г. Н. Новгород
yun@appl.sci-nnov.ru, (831) 436-74-51

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Шалфеев В. Д., зав. каф. ННГУ им. Лобачевского, г. Н. Новгород

доктор физико-математических наук, Абубакиров Э. Б., зав. лаб. ИПФ РАН, г. Н. Новгород

Ведущая организация: Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, Институт ядерной энергетики и технической физики, г. Н. Новгород

Защита состоится 08 октября 2009 г. в 14:40 на заседании диссертационного совета Д 212.166.13 при Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского (603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского

Автореферат разослан _____ 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
к.ф.-м.н., доцент



Савельев В. П.

Актуальность исследования.

Создание линейного электрон-позитронного суперколлайдера — одна из фундаментальных проблем энергетики. Составной его частью является создание линейной ускорительной структуры, для расчета которой может потребоваться моделирование сверхразмерных электродинамических систем нового типа, обеспечивающих формирование волнового поля с возможно большей амплитудой пространственной гармоника, синхронной инжектируемым электронам, и проведение их оптимизации.

В последнее время повышенное внимание специалистов, работающих в области ускорителей заряженных частиц, уделяется проектированию электрон-позитронных коллайдеров, питаемых мощными потоками когерентного электромагнитного излучения с частотами до 35 ГГц (см., например, [3, 9, 10, 12, 13]). В миллиметровом диапазоне длин волн использование сверхразмерных, в частности квазиоптических, элементов становится все более целесообразным. В связи с этим в работе [11] было предложено использовать в качестве элементарной секции накопления микроволновой энергии и ускорения заряженных частиц квазиоптическую структуру в виде радиального брэгговского рефлектора.

Для теории важны не только удачные формулировки соответствующих задач (спектральных, краевых, рассеяния, возбуждения), но и разработка эффективных алгоритмов решения и получения конкретных результатов, которым можно было бы придать ясный физический смысл.

Несмотря на совершенствование ЭВМ и усложнение математических моделей, вычислительных методов, алгоритмов и программ, общие требования простоты, универсальности, эффективности всей цепочки модель — алгоритм — программа оставались всегда актуальными и неизменными.

К важным свойствам алгоритмов относятся удобство и естественность распараллеливания вычислений, простота логической организации процесса вычислений и возможность быстрой визуализации. Успех решения задачи в основном связан с правильным и корректным построением всего цикла алгоритмического процесса получения численного решения и его интерпретации.

Объект и предмет исследования.

Объектом исследования является модель ускорительной секции будущего электрон-позитронного коллайдера.

Предметом исследования является электромагнитное поле с заданными свойствами и характеристиками, формируемое в модели ускорительной секции коллайдера.

Цель и задачи.

Целью диссертационной работы является синтез оптимальной структуры ускорительной секции коллайдера, обеспечивающей накопление энергии и ускорение заряженных частиц, а также оптимизация параметров микроволновых резонаторов квазиоптического типа для получения максимальной однородной продольной компоненты электрического поля на оси проектируемого коллайдера.

Основными **задачами** диссертации являются:

- построение математической модели нового типа электродинамической структуры накопления энергии, предназначенной для эффективного ускорения частиц в электрон-позитронных коллайдерах;
- создание алгоритмов решения различных задач электродинамики квазиоптических резонаторов;
- проведение при помощи этих алгоритмов оптимизации элементов ускорительной секции коллайдера.

Положения, выносимые на защиту.

- Разработана модификация метода дискретных источников (ДИ), заключающаяся в выборе конструкции источников и способе размещения точек коллокации и источников. В качестве источника предложено брать функцию Грина минимально объемлющей области, для которой её удастся записать явным образом и которая позволяет максимально учесть выполнение граничных условий. Методика протестирована на задаче рассеяния на поверхности, для которой известно аналитическое решение.
- Установлена численная сходимость приближенного решения задачи рассеяния:
 - а) для гладких профилей при увеличении количества источников на фиксированной линии их расположения;
 - б) в окрестности угла (с уменьшением шага), когда производная от решения имеет особенность.
- Для задачи рассеяния в плоском волноводе с ребрами и узкими каналами предложен экономичный (по количеству источников) способ размещения ДИ на дополнительном петлевом контуре в окрестности ребер поверхности. Продемонстрировано стремление численного решения к асимптотическому при уменьшении ширины волновода.

- В азимутально-симметричном случае найдено несколько классов профилей, преобразующих падающую из бесконечности цилиндрическую волну в требуемую структуру π -моды. Показано, что выбор профиля, формирующего структуры полей, оптимальных по одному из критериев, может приводить к неустойчивости рабочего режима ускорительной секции при малых возмущениях.
- Решена обратная спектральная задача: найдены области, являющиеся резонаторами на заданной частоте. Решение задачи проверено сравнением с результатами других авторов, полученными методом интегральных уравнений (совпадение резонансных областей) и сеточным методом (совпадение значений полей и функционалов).
- Для варианта электрон-позитронного коллайдера синтезирована конфигурация ускорительного канала, максимизирующая ускорительный градиент при неразрушающих напряженностях высокочастотного электромагнитного поля на металлической поверхности.
- Создан комплекс программ, реализующий вышеописанную модификацию метода ДИ. Комплекс снабжен графическим интерфейсом пользователя и способен работать на многопроцессорных ЭВМ, в том числе и кластерного типа.

Практическое значение.

Полученные в процессе выполнения диссертационной работы результаты могут быть использованы при разработке эффективных ускорительных секций новых электрон-позитронных коллайдеров и исследовании их работоспособности.

В настоящее время автором реализована математическая модель системы электродов электронной пушки релятивистских гиротронов. В основе численных алгоритмов, позволяющих находить значения полей и потенциалов, создаваемых катодом, анодом и пространственным зарядом релятивистских электронов, лежит близкая к описанной в диссертации версия метода дискретных источников.

Личный вклад автора.

Все приведенные в диссертации результаты получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. При выполнении работы соискатель принимал участие в постановке и решении задач, обработке и обсуждении результатов, написании статей.

Автору диссертации принадлежит создание комплекса программ, реализующих алгоритмы, описанные в диссертации, а также проведение численных расчётов. Препринт [17] написан самостоятельно, вклад автора во всех совместных печатных работах равноценен.

Апробация работы и публикации.

Диссертация выполнена в Институте прикладной физики Российской академии наук. Её результаты опубликованы в 22 работах [14–35]: 3 статьях в отечественных рецензируемых журналах [14–16], 1 препринте [17], 2 статьях в сборниках научных трудов [30,33], 1 статье в сборнике трудов международной конференции [20] и 15 аннотациях докладов на российских и международных конференциях и школах.

Представленные в диссертации научные результаты обсуждались на семинарах ИПФ РАН и докладывались на следующих конференциях: Международной конференции по некорректным и обратным задачам, посвященной профессору М. М. Лаврентьеву по случаю его 70-летнего юбилея (Новосибирск, Институт Соболева, 2002) [18], Международных семинарах «Дни дифракции» (С.-Петербург, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008) [19,24,32,34,35], Третьей всероссийской молодежной научной школе-конференции «Лобачевские чтения» (Казань, 2003) [21], IX Всероссийской Школе-Семинаре «Волны — 2004» (Москва, 2004) [22], IX и X Нижегородских сессиях молодых ученых по математическим наукам (Саров, 2004, 2005) [23, 28], VI Международном конгрессе по математическому моделированию (Н. Новгород, 2004) [25], Воронежской зимней математической школе «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (Воронеж, 2005) [27], Международных конференциях по нелинейным уравнениям в частных производных (Алушта, 2003, 2005 [29]), Крымских осенних математических школах-симпозиумах по спектральным и эволюционным задачам (Симферополь, 2003, 2005), Воронежской зимней математической школе С. Г. Крейна (Воронеж, 2006) [31].

Исследования, составившие основу диссертации, выполнены при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №01-01-00577), а также программы поддержки ведущих научных школ.

Структура и объём диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Общий объём диссертации составляет 156 страниц, включая 86 иллюстраций и 8 таблиц. Список литературы содержит 78 наименований, в том числе 22 работы автора.

Краткое содержание работы.

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследований, формулируются цель работы и положения выносимые на защиту, приводятся сведения об апробации работы, а также кратко излагается её содержание.

Первая глава содержит общие положения диссертации. В п. 1.1 сформулирована исходная физическая задача, описана предложенная М. И. Петелиным [9] структура ускорительной секции линейного коллайдера.

Структуры, ускоряющие электроны (позитроны) привлекательно запитывать волновым потоком, сходящимся к оси системы [8]. Соответствующая структура могла бы представлять собой периодический набор коаксиальных радиально-гофрированных металлических дисков [5, 9] (Рис. 1). На боковых сторонах этих дисков расположены проточки различной ширины, обеспечивающие брэгговское отражение. При этом осевое электрическое поле в двух соседних промежутках между дисками имеет противоположное направление, что соответствует π -моду E -типа.

Главной задачей является оптимизация параметров рассматриваемой электродинамической системы. Цель — накапливать минимум СВЧ энергии в приосевой области при заданном ускорительном градиенте (величине гармоники, синхронной электрическому полю). Эта главная задача вызывает множество специальных.

В п. 1.2 проведен обзор модельных задач (краевых, спектральных, рассеяния), решенных автором в рамках диссертации.

В системе металлических дисков образуются междисковые волноводные каналы, по которым возможна накачка энергии в приосевую область. В [1, 7] предложено использовать в каналах систему несимметричных Брэгговских резонаторов для создания на выходе двух соседних каналов противофазных полей. Эти резонаторы представляют собой уступы (проточки), разная ширина и расположение которых и формируют требуемые поля. В диссертации рассмотрены две плоских задачи рассеяния \mathcal{P}_f : на стыке двух бесконечных прямоугольных волноводов разной ширины и последовательное соединение

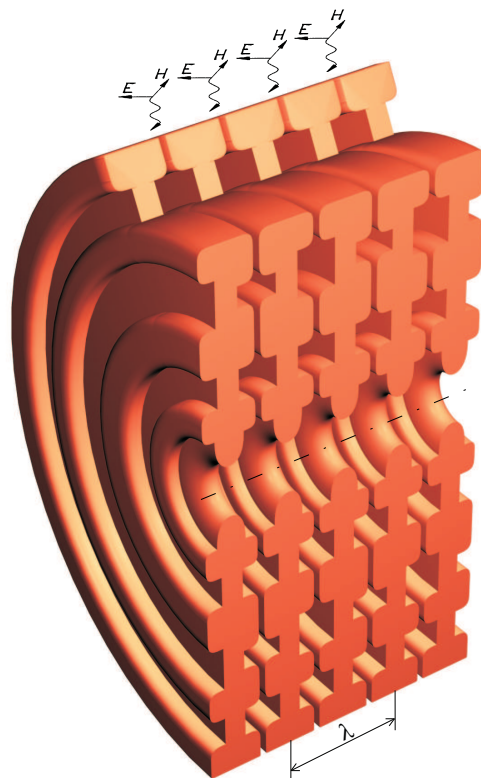


Рис. 1: Ускорительная структура квазиоптического коллайдера. Период структуры равен длине волны в свободном пространстве λ .

трех волноводов. Их решение позволяет делать все оценки погрешности изготовления каналов (ширины, глубины, расположения проточек — Брэгговских рефлекторов) с помощью возмущения параметров асимптотического решения.

Следующая модельная задача — согласование питающего волнового потока минимальной возможной амплитуды со стоячей волной заданной структуры и амплитуды в приосевой области. Это соединение обеспечивается системой двух соседних каналов с несимметричными проточками (брэгговскими рефлекторами). В диссертации создана численная процедура, позволяющая корректировать параметры соседних проточек в случае цилиндрической симметрии.

Другая модельная задача — спектральная: найти профили металлических дисков (Рис. 1), обеспечивающие существование нулевого собственного числа оператора типа Гельмгольца с однородными граничными условиями. Рассмотрены несколько типов граничных профилей усиливающих волноводных каналов. Для этих профилей получены оптимальные параметры. Показана возможность обойтись без Брэгговских рефлекторов, что становится важным при уменьшении рабочей длины волны λ , т. к. создание рефлекторов требует повышенной точности изготовления.

В случае азимутальной симметрии рассмотрена задача рассеяния, в которой профили металлических дисков содержат секцию питания, подводящие каналы и приосевую область в предположении [30], что питающая электромагнитная волна является цилиндрической и поступает равномерно по азимутальной координате. В заданном классе профилей металлических дисков синтезирован оптимальный, позволяющий сформировать на оси системы структуру поля π -моды большой амплитуды.

Оптимизация проводилась по нескольким критериям: максимизация ускорительного градиента, минимизация отнормированных на ускорительный градиент максимумов электрического и магнитного полей, максимизация сопротивления связи (пропорционального отношению квадрата ускорительного градиента к величине электромагнитного поля), минимизация отклонений значений функционалов при малых возмущениях профилей.

В п. 1.3 описан способ решения модельных задач, описанных в п. 1.2, основанный на методе дискретных источников (МДИ).

Суть метода дискретных источников для задачи рассеяния заключается в представлении приближенного решения граничной задачи дифракции в виде конечной линейной комбинации полей элементарных источников, удовлетворяющих всюду в рассматриваемой области системе Максвелла (или уравнению Гельмгольца) и условиям на бесконечности (или на внешней границе

области). Неизвестные амплитуды дискретных источников (ДИ) определяются из граничных условий на поверхностях разрыва характеристик среды. Таким образом, решение граничной задачи дифракции сводится к задаче аппроксимации полей на поверхности рассеивателя полями ДИ. Полнота системы полей ДИ обеспечивает сходимость приближенного решения к точному решению граничной задачи всюду вне рассеивателя.

Обычно метод дискретных источников используется для расчета полей в так называемой «дальней зоне». Использование в качестве источников функции Грина минимальной объемлющей области позволило свести задачу только к нахождению зарядов на диске, с естественным выполнением граничных условий на внешней трубе и «заметаллизированных» участках ускорительной ячейки. Важным следствием оказалась возможность работать в так называемой «ближней» зоне на границе узких подводящих каналов.

В п. 1.3.2 предложен новый принцип размещения точек коллокации и дискретных источников. Согласно [4], используя продолжение волновых полей за границу области, в так называемую «нефизическую» область, и локализуя особенности полученных продолжений, источники можно размещать на достаточном удалении от гладких участков границы. Это позволяет ограничиться небольшим числом слагаемых. На гладких участках границы наиболее естественным является равномерное с шагом h размещение точек коллокации. Одним из возможных вариантов [6, 7, 20] является размещение источников (Рис. 2) в вершинах равнобедренных треугольников, основанием которых являются отрезки между соседними точками коллокации.

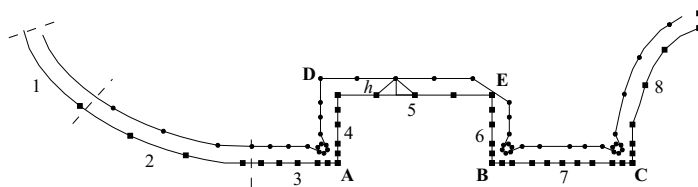


Рис. 2: Схема размещения источников (круги) и точек коллокации (квадраты).

Одним из возможных вариантов [6, 7, 20] является размещение источников (Рис. 2) в вершинах равнобедренных треугольников, основанием которых являются отрезки между соседними точками коллокации.

Вдоль гладких участков границы допускается разрежение точек коллокации и источников (участки 2, 5, 8 на Рис. 2) и даже их полное отсутствие (участок 1 на Рис. 2). В то же время, часто бывает полезным их сгущение в районе внешних угловых точек (A, B, C на Рис. 2). Кроме того, естественной выглядит двукратная проверка граничного условия в угловых точках (A, B, C, D, E на Рис. 2), поскольку в этих точках имеется два касательных направления и, следовательно, выполняются два граничных условия.

Новизна подхода состоит в размещении источников не на границе области моделируемого поля, а на контуре, сдвинутом во «внешнюю» часть области (внутри металлических дисков, составляющих конструкцию суперколлайдера). Оказалось возможным использовать этот подход и в окрестности угловых точек (A, B, C на Рис. 2) или ребер поверхности. Источники здесь следует размещать на кривой (например, равномерно на окружности),

окаймляющей точку особенности. Таким образом односвязному участку периодической границы области ставится в соответствие внутренний контур с петлей на нем (двусвязный контур). Это позволило избавиться от накопления источников и точек коллокации к угловой точке и существенно сократить их число для описания поля с особенностью в окрестности угловой точки. Так, например, система из шести источников позволила смоделировать поля в окрестностях угловых точек [6, 7].

В п. 1.3.3 описан алгоритм применения МДИ: представление приближенного решения в виде линейной комбинации функций Грина (источников) с неизвестными коэффициентами и нахождение этих коэффициентов путём решения системы линейных алгебраических уравнений, получаемых из граничного условия на поверхности металла.

В п. 1.4 рассмотрены особенности применения процедуры сингулярного разложения матриц (Singular Value Decomposition, SVD), которая основана на следующей теореме линейной алгебры: любую матрицу $A(N \times N)$ можно представить в виде произведения ортогональной матрицы U , диагональной матрицы W с неотрицательными элементами (сингулярными значениями), и транспонированной ортогональной матрицы V :

$$A = U W V^T, \quad U^T U = V^T V = I. \quad (1)$$

Разложение (1) всегда может быть сделано, независимо от того, является ли матрица сингулярной, оно единственно с точностью до перестановки столбцов матриц U , V и элементов в W .

SVD позволяет эффективно решать системы однородных линейных алгебраических уравнений (СОЛАУ) в случае сингулярной матрицы. Более того, решение немедленно получается посредством SVD: любой столбец V , соответствующий нулевому элементу W , дает решение СОЛАУ. Вот почему мы выбрали процедуру SVD в качестве инструмента для решения обратной спектральной задачи.

Применение процедуры SVD к решению СЛАУ с ненулевой правой частью также является полезным, поскольку эта процедура позволяет получать в явном виде резонансную и обычную составляющие решения, что особенно бывает полезным при наличии у системы нескольких выделенных близких к нулю собственных значений (близость к ситуации кратного нулевого собственного значения).

Во **второй** главе рассматриваются математические постановки задач. В п. 2.1 описана постановка плоской модельной задачи рассеяния. В бесконечной прямоугольной полосе волна H -поляризации удовлетворяет скалярному уравнению Гельмгольца

$$H_{xx} + H_{yy} + \kappa^2 H = 0 \quad (2)$$

(κ — волновое число) и граничному условию идеально проводящей границы

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0. \quad (3)$$

Обозначим символом \mathcal{P}_f задачу отыскания функции $H = H_{\text{in}} + H_{\text{sc}}$, $H(x, y) \in \mathbb{C}$, $(x, y) \in D$, удовлетворяющей уравнению (2) с граничным условием (3), и условиям излучения Зоммерфельда

$$\frac{\partial H_{\text{sc}}}{\partial x} \mp i\kappa H_{\text{sc}} = O(1), \quad x \rightarrow \pm\infty, \quad (4)$$

наложенным для единственности решения H , на уходящую в бесконечность отраженную волну H_{sc} , отыскание которой составляет сущность задачи рассеяния, при заданной падающей справа (из бесконечности) волне

$$H_{\text{in}}(x, y) = \frac{1}{2i\kappa} \exp(-ih_n x) \cos(\mu_n y), \quad (5)$$

где $\mu_n = \frac{\pi n}{d_y}$, $h_n^2 = \kappa^2 - \mu_n^2$.

В п. 2.2 рассмотрены математические постановки прямых задач (спектральной, краевой, рассеяния, возбуждения) в азимутально-симметричном случае геометрии и электромагнитных полей. Задан вид границы металлического профиля, определена рабочая и объемлющая области.

Уравнения Максвелла для осесимметричной π -моды сводятся к скалярному уравнению типа Гельмгольца относительно азимутальной компоненты магнитного поля H_φ :

$$\Delta H_\varphi + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) H_\varphi = 0, \quad (6)$$

где $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}\right)$ — оператор Лапласа, $\rho = 2\pi r/\lambda$ и $\zeta = 2\pi z/\lambda$ — обезразмеренные радиальная и осевая (продольная) координаты, λ — длина волны.

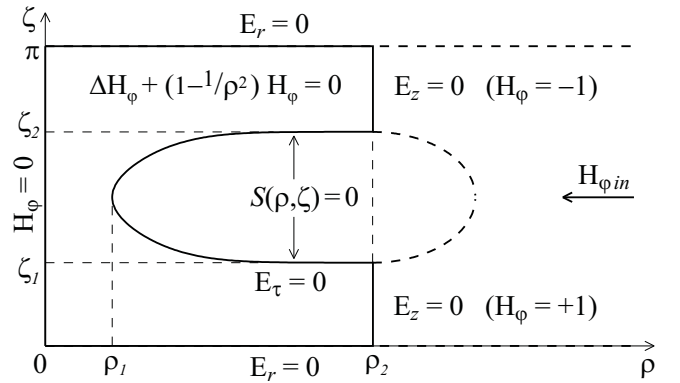


Рис. 3: Модельные эллиптические задачи.

Продольная E_z и радиальная E_r компоненты электрического поля выражаются через H_φ и ее производные:

$$i E_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{H_\varphi}{\rho}, \quad i E_r = -\frac{\partial H_\varphi}{\partial \zeta}. \quad (7)$$

Рассматриваются четыре типа модельных задач, имеющих как общие, так и различные граничные условия. Общие для всех задач граничные условия отражают:

1) равенство нулю тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности металла

$$(\vec{E}, \vec{\tau})|_S = 0; \quad (8)$$

2) трансляционную симметрию структуры (в соответствии с π -модой E -типа)

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0,\pi} = 0; \quad (9)$$

3) азимутальную симметрию

$$H_\varphi|_{\rho=0} = 0. \quad (10)$$

Еще одно граничное условие определяется типом рассматриваемой задачи (см. Рис. 3).

- Для **спектральной задачи** (как и для задачи возбуждения) это однородное условие на металлической границе цилиндра $\rho = b$

$$\left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} H_\varphi \right) \Big|_{\rho=b} = 0. \quad (11)$$

Обозначим символом \mathcal{P}_s задачу отыскания функции $H_\varphi(\rho, \zeta) \in \mathbb{R}$, $(\rho, \zeta) \in D$, $b < \infty$, удовлетворяющей уравнению (6) с граничными условиями (8)–(10), а также условию (11), определяющему металлическую поверхность на границе цилиндра.

- Для **краевой задачи** дополнительное граничное условие задается в виде

$$H_\varphi|_{\rho=b} = 1. \quad (12)$$

Обозначим символом \mathcal{P}_b задачу отыскания функции $H_\varphi(\rho, \zeta) \in \mathbb{R}$, $(\rho, \zeta) \in D$, $b < \infty$, удовлетворяющей уравнению (6) с граничными условиями (8)–(10), а также условию (12).

- Обозначим символом \mathcal{P}_c **задачу рассеяния** по отысканию функции $H_\varphi = H_{\varphi\text{in}} + H_{\varphi\text{sc}}$, $H_\varphi(\rho, \zeta) \in \mathbb{C}$, $(\rho, \zeta) \in D$, $b = \infty$, удовлетворяющей уравнению (6) с граничными условиями (8)–(10), условию излучения Зоммерфельда

$$\frac{\partial H_{\varphi\text{sc}}}{\partial \rho} - i H_{\varphi\text{sc}} = O\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty, \quad (13)$$

наложенному на расходящуюся в бесконечность отраженную волну $H_{\varphi\text{sc}}$ для нахождения единственного решения H_φ при заданной падающей (из бесконечности) сходящейся цилиндрической волне

$$H_{\varphi\text{in}}(\rho) = \frac{i}{4} H_1^{(2)}(\rho) \equiv \frac{1}{4} [Y_1(\rho) + i J_1(\rho)]. \quad (14)$$

- Постановка **задачи возбуждения** единичным источником [5]. Пусть в точке (ζ^*, ρ^*) задан единичный источник, определяемый функцией Грина $G_E(\rho, \zeta, \zeta^*, \rho^*)$ в объемлющей области Π для уравнения (10) с граничными условиями (8)–(11). Обозначим символом \mathcal{P}_e задачу отыскания функции $H_\varphi(\rho, \zeta) \in \mathbb{R}$, $(\rho, \zeta) \in D$, $b < \infty$, удовлетворяющей уравнению

$$\Delta H_\varphi(\rho, \zeta) + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) H_\varphi(\rho, \zeta) = G_E(\rho, \zeta, \zeta^*, \rho^*),$$

с граничными условиями (8)–(11).

В пп. 2.3, 2.4 поставлены обратные задачи (\mathcal{P}_s^b , \mathcal{P}_e^b , \mathcal{P}_b^b и \mathcal{P}_c^b) по поиску параметров профиля металлических дисков для заданной структуры электромагнитных полей и оптимизации этих параметров по различным критериям.

В **третьей** главе рассматриваются модельные задачи в декартовых координатах, решение которых необходимо для отладки методов и лучшего понимания процессов, происходящих в подводных каналах ускорительной секции коллайдера. В п. 3.1 приведено описание модельных областей «ступенька» (стык двух бесконечных прямоугольных волноводов разной ширины) и «выступ» (последовательное соединение трех волноводов). В п. 3.2 показано применение МДИ для решения задачи рассеяния в областях «ступенька» и «выступ»; в п. 3.3 приведено асимптотическое решение этих задач при малой высоте волноводных каналов. В п. 3.4 представлены результаты численных экспериментов. Рассмотрены особенности применения техники SVD в целях регуляризации численного решения. Получена сходимость приближенных численных решений к асимптотическим при узких каналах.

В **четвертой** главе рассмотрен азимутально-симметричный случай электродинамической системы, при котором можно решать задачи (краевую (\mathcal{P}_b), спектральную (\mathcal{P}_s), рассеяния (\mathcal{P}_c), возбуждения (\mathcal{P}_e)) в цилиндрической геометрии, ограничиваясь решением, независимым от азимутальной координаты φ . В п. 4.1 описаны 15 типов профилей металлических дисков, для которых решались эти задачи.

Для получения оптимальных электродинамических характеристик требуется, чтобы поле имело вид стоячей волны по продольной координате, а продольная компонента электрического поля в приосевой области была однородной (по радиальной координате). Такое поле формируется металлической поверхностью, уравнение которой

$$\rho^2 = \rho_0^2 - 2 \ln(\sin^2 \zeta), \quad \zeta \in (0, \pi) \quad (15)$$

получено в [7].

В п. 4.2 рассмотрено применение МДИ для решения прямых задач ($\mathcal{P}_s, \mathcal{P}_b, \mathcal{P}_c, \mathcal{P}_e$); в п. 4.3 выписаны функции Грина для этих задач.

В п. 4.5 представлены результаты численных экспериментов по решению прямых и обратных задач, а также задач оптимизации функционалов. В пп. 4.4–4.5.7 обсуждаются результаты численных экспериментов по решению спектральной задачи \mathcal{P}_s : представлен алгоритм решения обратной спектральной задачи \mathcal{P}_s^b , метод сглаживания весов источников; описаны типы полученных решений (симметричные и кососимметричные), результаты по исследованию сходимости численных решений и аналитический тест; представлены результаты оптимизации профиля приосевой области по минимизации максимума электромагнитного поля на нём и по максимизации сопротивления связи; для профиля с двумя резонаторами исследовано поведение полей при скруглении углов.

В п. 4.5.8 представлены результаты численных экспериментов по решению краевой задачи \mathcal{P}_b , в частности, описан алгоритм нахождения геометрических параметров проточек в металлическом диске, при которых электромагнитное поле, проходя через секцию усиления и переворота фазы, получает структуру π -моды большей амплитуды, чем однородная (по продольной координате) падающая волна.

В п. 4.5.9 для задачи рассеяния \mathcal{P}_c показана численная сходимость приближенных решений, проведен аналитический тест на профиле специального вида; синтезирован оптимальный профиль металлических дисков, позволяющий сформировать на оси системы структуру поля π -моды большой амплитуды.

В п. 4.5.10 представлены результаты численных экспериментов по возбуждению электромагнитного поля электрическим током. Для рассмотрен-

ных типов дисков в найденных для каждого диска резонансных областях появление дополнительного «возбуждающего» источника практически не меняло ни структуру полей, ни величин выводимых интегральных характеристик, так как оставались неизменными все собственные моды.

Также в этом п. описаны результаты малого возмущения границы приосевого объёма (которое может быть связано как с точностью изготовления системы, так и с разрушением её ускоряемыми частицами) дефектами в окрестности максимального значения электрического поля на невозмущённых профилях. Сравнение двух типов профилей граничной поверхности приосевого объёма ускорительной секции электрон-позитронного коллайдера — эллиптического и «резонансного» (15) — показывает большую устойчивость последних по отношению к незначительным возмущениям профилей. Таким образом, выбор профиля, формирующего структуры полей, оптимальных по одному из критериев, может приводить к неустойчивости рабочего режима ускорительной секции при малых возмущениях.

В **Заключении** перечислены основные результаты диссертации.

Приложение содержит описание комплекса программ «SuperCol», который реализует численные алгоритмы, рассмотренные в предыдущих частях. Представлена общая характеристика комплекса программ, а также дано краткое описание графического интерфейса пользователя и программных модулей, составляющих комплекс.

Заключение

Смоделирована электродинамическая система накопления энергии нового типа, обеспечивающая формирование волнового поля с возможно большей величиной пространственной гармоника, синхронной инжектируемым частицам (с целью эффективного их ускорения); проведена оптимизация этой системы.

На основе метода дискретных источников разработан алгоритм решения двумерного эллиптического уравнения типа уравнения Гельмгольца в цилиндрической геометрии. Источник представлен функцией Грина минимально объемлющей области, для которой её удается записать явным образом и которая позволяет максимально учесть выполнение граничных условий. При этом создана новая методика расположения дискретных источников как в окрестности регулярных участков границы, так и в окрестности угловых точек, позволившая существенно уменьшить число дискретных источников, необходимых для проведения моделирования полей [2]. Так, например, система из шести источников позволила смоделировать поля в окрестностях угловых точек [20].

Предложен и программно реализован алгоритм решения плоской двумерной задачи рассеяния для каналов с уступами (область внешней части кольцевых дисков), использующий новое, более удобное во внешней области представление полей, создаваемых дискретными источниками, а также их производных.

Разработанные алгоритмы позволили численно решить задачу рассеяния электромагнитных волн в узких каналах с нерегулярностями в виде ступеньки и выступа. Исследованы различные способы расположения дискретных источников и точек коллокации. На основе техники SVD построена процедура регуляризации численных решений.

Показано, что в окрестности сочленения двух волноводов решение является неоднородным по координате y , однако при удалении от уступа по координате x эта неоднородность экспоненциально спадает; это спадание тем быстрее, чем уже канал. При этом в случае, когда зазоры узкого и широкого каналов стремятся к нулю, имеет место сходимость численного решения задачи рассеяния к асимптотическому.

Полученные результаты позволяют при синтезировании одного из возможных вариантов квазиоптической ускорительной структуры делать оценки погрешности изготовления волноводных каналов: ширины, глубины и расположения проточек, обеспечивающих брэгговское отражение.

Создан комплекс программ, который позволяет решать различные типы эллиптических задач (спектральные, краевые, рассеяния) в областях произвольной формы для исследования и оптимизации параметров микроволновых резонаторов квазиоптического типа. Комплекс снабжен графическим интерфейсом пользователя и способен работать на многопроцессорных ЭВМ, в том числе и кластерного типа.

Решен ряд модельных эллиптических задач различного типа (краевые, спектральные, рассеяния), связанных с синтезированием оптимальной элементарной ускорительной секции электрон-позитронных коллайдеров. Разработаны, протестированы и апробированы на модельных задачах основанные на методе дискретных источников и сингулярном разложении матриц численные алгоритмы.

Создана методика решения спектральной задачи на основе свойств сингулярного разложения матрицы системы линейных алгебраических уравнений, получаемых из граничного условия на поверхности металла [2], [6]. Представлен алгоритм решения обратной спектральной задачи, обеспечивающий нахождение резонансных параметров профиля [20]. Решение этой задачи проверено сравнением с результатами других авторов, полученными методом интегральных уравнений (совпадение резонансных областей) и точным методом (совпадение значений полей и функционалов).

Проведены расчеты различных классов систем, образующих резонаторы в приосевой области для определения качества формируемых ими полей (структуры и величины требуемой составляющей поля, максимума полного поля на границе и т. п.)

Получены профили областей (граничных поверхностей металлических дисков), обеспечивающие требуемые свойства полей в электродинамических системах: максимальный ускорительный градиент при неразрушающих напряженностях высокочастотного электромагнитного поля на металлической поверхности.

Численные эксперименты по малому возмущению границы приосевого объема дефектами (в окрестности максимального значения электрического поля на невозмущенных профилях) показали, что выбор профиля, формирующего структуры полей, оптимальных по одному из критериев, может приводить к неустойчивости рабочего режима ускорительной секции при малых возмущениях.

Методом дискретных источников смоделирована полная задача рассеяния и достигнут устойчивый режим формирования требуемых электромагнитных полей, когда малые отклонения параметров системы (взаимное расположение проточек и их положение по отношению к внешней кромке колец) не вызывают разрушения требуемой структуры полей.

Список литературы

1. *Богомоллов Я. Л., Петелин М. И., Тай М. Л., Юнаковский А. Д.* О синтезе брэгговских рефлекторов для электронных ускорительных структур с квазиоптическим вводом излучения. // Известия ВУЗов. Радиофизика. Том XLVI, № 5–6, 2003, с. 472–481.
2. *Богомоллов Я. Л., Юнаковский А. Д.* Рассеяние электромагнитных волн в каналах коллайдера. // Нелинейные граничные задачи. Сборник научных трудов. Выпуск 13. Донецк, 2003, с. 18–30.
3. *Гадьильшин Р. Р.* Системы резонаторов. Известия РАН, Математическая серия, 2000. Том 64, № 3, с. 51–96.
4. *Кюркчан А. Г., Суков А. И., Клеев А. Г.* Особенности волновых полей и численные методы решения краевых задач для уравнения Гельмгольца. // Успехи современной радиоэлектроники. Зарубежная электроника, 2000. Vol. 5, с. 14–33.
5. *Лебедев А. Н., Шальнов А. В.* Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат. 1991, 528 с.
6. *Bogomolov Ya. L., Yunakovsky A. D.* Scattering of Electromagnetic Waves in a Channel with a Step-like Boundary. // Proceedings of the International Seminar "Day on Diffraction — 2001". Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2001, pp. 26–37.
7. *Bogomolov Ya. L., Yunakovsky A. D.* Modelling Electrodynamic Systems of Energy Accumulation. // J. of Math. Series, 2007. Vol. 142, № 3, pp. 2059–2066.
8. *Petelin M. I.* Quasi-optical Collider Concept. // Proceedings of the Advanced Accelerator Concepts, Tenth Workshop, 2002, pp. 459–468.
9. *Petelin M. I.* A Quasi-optical Electron-positron Colliders? // Proceedings of the Fifth Int. Workshop "Strong Microwaves in Plasmas", N. Novgorod, 2003, pp. 82–89.
10. *Petelin M. I.* Quasi-Optics in High Power Millimeter Wave systems. // Proceedings of Radio Frequences 2003 Workshop, Coolfont Resort in Berkeley Springs, West Virginia, June 22–26, 2003.
11. *Petelin M. I., Caryotakis G., Tolkachev A. A., Kuzikov S. V., Postoenko G. K., Tai M. L., Yunakovsky A. D.* Quasi-Optical Components for MMW Fed Radars and Particle Accelerators. High Energy Density Microwaves

(editor Robert M. Philips), American Institute of Physics, Woodbury, New York, (presented to RF-98 Workshop, Pajaro Dunes, California, October 5–9), 1998, pp. 304–315.

12. *Ruth R. D. et al.* The Next Linear Collider Test Accelerator. Proc. of the IEEE Particle Accelerator Conference, Washington DC, May 1993, pp. 543–545.
13. *Wilson P. B.* Application of High Power Microwave Sources to TeV Linear Colliders. Applications of High Power Microwaves / Ed. by A. V. Gaponov-Grekhov, V. L. Granatstein, Boston, London: Artech House, 1994, pp. 229–317.

Список научных трудов

14. *Богомолов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Оптимизация профиля приосевой области квазиоптического ускорителя электронов. // Журнал технической физики. С.-Петербург, 2007. Том 77, вып. 5, с. 135–138.
15. *Богомолов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Синтезирование ускорительной секции электрон-позитронного коллайдера. // Математическое моделирование. Москва, 2008. Том 20, № 7, с. 45–56.
16. *Богомолов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* О выборе профиля приосевой области в ускорительной ячейке электрон-позитронного коллайдера. // Письма в ЖТФ. Санкт-Петербург, 2009. Том 35, вып. 13, с. 25–32.
17. *Семенов Е. С.* Плоская модельная задача рассеяния для синтеза ускорительной секции коллайдера. Препринт ИПФ РАН № 735. Н. Новгород, 2007. 28 с.
18. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Ill-posed problems for irregular channels of a supercollider. // Abstracts of the International conference "Ill-posed and Inverse Problems" dedicated to prof. M. M. Lavrent'ev on the occasion of his 70th anniversary. Novosibirsk: Sobolev Institute press, August 5–9, 2002, p. 36.
19. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Singular value decomposition as a tool for solving of spectral problems arisen in supercollider simulation. // Abstracts of the International Seminar "Day On Diffraction — 2003". Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2003, p. 19.

20. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Singular value decomposition as a tool for solving of spectral problems arisen in supercollider simulation. // Proceedings of the International Seminar "Day on Diffraction — 2003", Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2003, pp. 22–32.
21. *Богомоллов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Метод дискретных источников для синтезирования секций ускорителя. // Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. Том 21 / Материалы третьей всероссийской молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения — 2003». Казань: изд-во Казанского мат. общества, 2003, с. 82–84.
22. *Богомоллов Я. Л., Петелин М. И., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Моделирование квазиоптических электрон-позитронных коллайдеров. // IX Всероссийская Школа-Семинар «Волны — 2004». Москва: МГУ, 2004, секция 4, с. 26 (электронный документ).
23. *Богомоллов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Решение обратной задачи рассеяния, возникающей при моделировании коллайдера. // Тезисы докладов IX Нижегородской сессии молодых ученых (математические науки). Саров, 2004, с. 31–32.
24. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Scattering problem for an accelerating part of a linear collider. // Abstracts of the International Seminar «Day On Diffraction — 2004». Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2004, p. 20.
25. *Bogomolov Ya. L., Petelin M. I., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Mathematical Simulation of Quasi-Optical Electron-Positron Colliders. // VI International Congress on Mathematical Modeling / Book of abstracts. N. Novgorod: NNSU, 2004, p. 147.
26. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Method of Discrete Sources for Inverse Scattering Problem Arising in Collider Simulation. // Abstracts of the International V.Ya.Skorobohatko Mathematical Conference. Lviv, 2004, p. 27.
27. *Богомоллов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Математическое моделирование ускорительной секции коллайдера. // Современные методы теории функций и смежные проблемы: Материалы Воронежской зимней математической школы. Воронеж: ВГУ, 2005, с. 40–41.

28. *Богомоллов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Спектральная задача для синтеза ускорительной секции суперколлайдера. // Тезисы докладов X Нижегородской сессии молодых ученых (математические науки). Саров, 2005, с. 24–26.
29. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Inverse spectral problem of elliptic type for synthesis of optimal structures of energy accumulation. // Abstracts of the International Conference «Nonlinear Partial Differential Equation». Alushta, September 17–23, 2005, p. 17.
30. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Method of discrete sources for elliptic problems arising in supercollider simulation. // Нелинейные граничные задачи. Сборник научных трудов. Выпуск 15. Донецк, 2005, с. 31–40.
31. *Богомоллов Я. Л., Семенов Е. С., Юнаковский А. Д.* Симметричные и кососимметричные решения, возникающие в ускорительной секции коллайдера. // Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна — 2006. Тезисы докладов. Воронеж: ВорГУ, 2006, с. 24.
32. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Symmetric and skew-symmetric solutions arising in an accelerating channel of a supercollider. // Abstracts of the International Seminar «Day On Diffraction — 2006». Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2006, p. 15.
33. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Scattering of electromagnetic waves in an accelerating section of a supercollider. // Нелинейные граничные задачи. Сборник научных трудов. Выпуск 16. Донецк, 2006, с. 27–35.
34. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Optimization of paraxial region for quasi-optical electron accelerator. // Abstracts of the International Conference "Days On Diffraction — 2007". Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2007, p. 20.
35. *Bogomolov Ya. L., Semenov E. S., Yunakovsky A. D.* Synthesis of an optimal accelerating section for an electron-positron collider. // Abstracts of the International Conference "Days On Diffraction — 2008". Saint Petersburg: Universitas Petropolitana, 2008, p. 107–108.

Оглавление диссертации.

Введение	4
1 Исследованные задачи и методы их решения	12
1.1 Структура ускорительной секции линейного коллайдера	12
1.2 Развитие модельных задач	18
1.3 Основные идеи метода дискретных источников (МДИ) и его возможности	22
1.3.1 История развития МДИ	22
1.3.2 Размещение точек коллокации и ДИ	25
1.3.3 Особенности применения МДИ для расчетов ускорительных секций коллайдеров	28
1.4 Применение сингулярного разложения матриц в методе ДИ . . .	30
2 Математическая постановка задач, возникающих при синтезе секции коллайдера	33
2.1 Плоская модельная задача рассеяния \mathcal{P}_f	34
2.2 Задачи в цилиндрической геометрии	37
2.3 Обратные задачи поиска параметров профиля	42
2.4 Многокритериальные задачи оптимизации	43
3 Усиление и фазирование волн в плоской задаче рассеяния	47
3.1 Конструкция профилей «ступенька» и «выступ»	47
3.2 Особенности реализации метода дискретных источников	49
3.3 Асимптотические решения модельных задач	52
3.4 Модель поля на ребре и процедура регуляризации	56
3.4.1 Результаты расчётов для профиля «Ступенька»	56
3.4.2 Результаты расчётов для профиля «Выступ»	60

4 Нахождение резонансного профиля границы ускорительной ячейки	66
4.1 Исследованные классы профилей металлических дисков	66
4.1.1 Нерегулярная граница рабочей области	67
4.1.2 Незамкнутые профили для спектральных и краевых задач	75
4.1.3 Замкнутые профили для задач рассеяния и возбуждения	80
4.2 Особенности применения МДИ для решения спектральной и краевой задач, а также задач рассеяния и возбуждения полей электрическим током	82
4.3 Реализация в качестве ДИ функций Грина объемлющей области	87
4.4 Алгоритм решения обратной спектральной задачи \mathcal{P}_s^b	95
4.5 Оптимизация профиля границы ускорительной ячейки	98
4.5.1 Сглаживание весов источников	98
4.5.2 Простейший аналитический тест	98
4.5.3 Симметричное и кососимметричное решения	101
4.5.4 Сходимость численных решений	103
4.5.5 Оптимизация профиля по сопротивлению связи	105
4.5.6 Оптимизация профиля по максимуму поля на нём	107
4.5.7 Профиль с двумя резонаторами	110
4.5.8 Использование краевой задачи для поиска параметров резонансного профиля	113
4.5.9 Применение задачи рассеяния в оптимизации профиля .	116
Тест на профиле, допускающем аналитическое решение	117
Сходимость численного алгоритма	119
Синтез оптимального профиля	120
4.5.10 Устойчивость полей при возмущении резонансных профилей дефектами	123
Заключение	128
Список литературы	131
Приложение А. Комплекс программ «SuperCol»	142

Евгений Сергеевич Семенов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРИТЕЛЬНОЙ СЕКЦИИ
КОЛЛАЙДЕРА И ОПТИМИЗАЦИЯ ЕЁ ПАРАМЕТРОВ**

А в т о р е ф е р а т

Ответственный за выпуск

Е. С. Семенов

Подписано к печати 21.07.2009 г.

Формат $60 \times 90 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная № 1.

Усл. печ. л. 1,5. Тираж 120 экз. Заказ № 83 (2009).

Отпечатано в типографии Института прикладной физики РАН,
903950, г. Н. Новгород, ул. Ульянова, 46.