

На правах рукописи

КРИЧИГИН Алексей Владимирович

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНЕРЦИОННОГО
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ШУМА И СИГНАЛА
НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ**

01.04.03 – Радиофизика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2010

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель:

К.ф.-м.н., доцент кафедры бионики и статистической радиофизики радиофизического факультета ННГУ Н.В.Агудов

Официальные оппоненты:

Д.ф.-м.н., заведующий кафедрой теории колебаний и автоматического регулирования радиофизического факультета ННГУ В.Д.Шалфеев

Д.ф.-м.н., старший научный сотрудник ИФМ РАН А.Л.Панкратов

Ведущая организация:

ФГУП ФНПЦ НИИИС им. Ю.Е.Седакова.

Защита состоится « 03 » ноября 2010 г. в 15⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.07 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского.

Автореферат разослан « _____ » _____ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент



В.В. Черепенников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Одним из важнейших направлений современной радиофизики является исследование статистических характеристик случайных процессов в нелинейных инерционных системах. В этой области активно ведутся как теоретические, так и экспериментальные исследования. Актуальность подобных исследований обусловлена важностью большого числа приложений, возникающих в многочисленных разделах науки и техники.

Представление любой сложной системы зависит от правильного учета информационного обмена между ее компонентами. Практически во всех естественных и искусственных системах информация о сигнале смешивается с шумом. Традиционно считается, что воздействие шумов затрудняет обнаружение сигналов, так как с точки зрения классической радиотехники наличие флуктуаций в системе может только ухудшать ее характеристики. Широко известны проблемы, связанные с ограничением чувствительности усилителей и конечностью ширины спектральной линии генераторов, что обусловлено воздействием естественных и технических шумов. В силу дискретности строения материи флуктуационные явления присущи всем реальным системам и принципиально неустранимы.

Более того, задача о влиянии шумов на поведение реальных электронных систем с каждым годом становится все актуальнее. Например, плотность размещения транзисторов на кристаллах микросхем в полном соответствии с законом Мура удваивается каждые 24 месяца. Одновременно с увеличением числа транзисторов снижается их напряжение питания, становясь сравнимым с уровнем шума. Таким образом, шумы оказывают все большее влияние на работу микросхем.

С другой стороны, в последние десятилетия в литературе большое внимание стало уделяться флуктуационным явлениям в нелинейных системах, которые невозможно объяснить на основе классической теории, где шум является мало возмущенным фактором, приводящим лишь к отклонениям от среднего. Множество накопившихся экспериментальных фактов указывает на наличие достаточно большого количества неравновесных систем, где источники шума могут не только мешать работе нелинейных устройств, но и, наоборот, играть конструктивную роль. Например, существенно увеличивать чувствительность систем, увеличивать упорядоченность в системах и вызывать возникновение более регулярных структур, подавлять внутренние шумы с помощью внешнего шумового сигнала, синхронизировать фазу в системах с несколькими степенями свободы, синхронизировать хаотические колебания и хаотизировать периодические колебания. Шум может индуцировать некоторые режимы, которые в отсутствие флуктуаций принципиально нереализуемы. В частности, индуцированный шумом хаос представляет собой явление, при котором шум является причиной возникновения хаотического аттрактора,

когда динамически связываются два инвариантных состояния: периодический аттрактор и неустойчивое шумовое состояние. Изменение уровня шума может значительно изменять (в том числе минимизировать и максимизировать) выходные характеристики нелинейной системы, на вход которой поступает слабый сигнал. Шум может вызывать и оптимизировать временную регулярность динамической системы, невзирая на присутствие других внешних сил, так называемый когерентный резонанс.

Также при определенных параметрах шум может выступать в роли переносчика информации. Существенна роль флуктуаций в процессах детектирования, кодирования, а также дальнейшей передачи информации по нейронным сетям. Известно, что при квантовании амплитуды аналогового сигнала неизбежны искажения и потеря информации о форме сигнала. Для уменьшения искажений и восстановления формы сигнала еще с 1950-х годов перед квантованием к аналоговому сигналу подмешивали шум малой величины. Данный технологический прием получил название «размывание» или подмешивание псевдослучайного шума.

Одним из наиболее ярких примеров, иллюстрирующих конструктивную роль шума в нелинейных системах, является стохастический резонанс. Стохастический резонанс – это кооперативный эффект в нелинейных системах, при котором энергия шума, распределенная по широкому спектру, перекачивается в выходную энергию на частоте входного сигнала. Эффект стохастического резонанса определяет группу явлений, в которых отклик нелинейной системы на слабый внешний периодический сигнал (обычно в бистабильной системе) может быть усилен аддитивным внешним шумом определенной оптимальной интенсивности. То есть стохастический резонанс предоставляет возможность усиливать за счет шума сигналы с амплитудой существенно меньшей его интенсивности. При этом интегральные характеристики на выходе системы имеют отчетливо выраженные максимумы при некотором оптимальном («резонансном») уровне шума.

За прошедшие 30 лет с момента открытия данного явления количество работ по проблеме стохастического резонанса достигло большого числа и продолжает с каждым годом увеличиваться весьма быстрыми темпами (в настоящее время более 4000 журнальных статей). По проблеме стохастического резонанса кроме международных конференций и рабочих совещаний изданы монографии, специальные выпуски научных журналов и опубликованы обзорные статьи. Состоялись международные форумы, целиком посвященные данному явлению в г. Сан-Диего (США, 1992 г.), в г. Эльба (Италия, 1994 г.), в г. Дрезден (Германия, 2004 г.), в г. Перуджа (Италия, 2008 г.). Неослабевающий интерес объясняется существенным расширением области приложения эффекта, а также одновременным возникновением множества разновидностей явления, таких как двойной стохастический резонанс, когерентный стохастический резонанс, аperiodический стохастический резонанс, адаптивный стохастический

резонанс, стохастический резонанс, возникающий при изменении размеров системы и др.

Характеристики стохастического резонанса как качественные, так и количественные во многом определяются свойствами конкретных нелинейных систем. К настоящему времени явление стохастического резонанса обнаружено и исследовано во многих бистабильных динамических системах: в лазерах, в электронных системах, в магнитных системах, в системах магнитных субмикронных частиц, в пассивных оптических бистабильных системах, в системах с электронным парамагнитным резонансом, в экспериментах с броуновскими частицами, в экспериментах с магнитно-упругой лентой, в туннельном диоде, в сверхпроводящих квантовых интерферометрах, в ферромагнетиках и сегнетоэлектриках в Джозефсоновских переходах, в связи и обработке сигналов, в теории информации и др.

Эффект стохастического резонанса наблюдается также в биологии, медицине, химии, социологии. В частности, это явление было обнаружено в моделях одиночных нейронов и нейронных сетях. Кроме этого стохастический резонанс наблюдается в человеческом восприятии и случайно-связанных потенциалах мозга.

Происхождение стохастического резонанса во всех этих, на первый взгляд, совершенно различных системах основано на том факте, что периодическая сила модулирует вероятности флуктуационных переходов между сосуществующими устойчивыми состояниями. Другими словами, это является причиной сравнительно сильной модуляции координаты системы с амплитудой, пропорциональной расстоянию между устойчивыми состояниями. Следовательно, вероятность переходов резко увеличивается в зависимости от интенсивности шума.

По мнению некоторых исследователей, суть явления стохастического резонанса состоит в наличии двух характерных временных масштабов. Первый масштаб обусловлен случайными блужданиями частицы и характеризует средний период (частоту) переключений самой бистабильной системы. Ему отвечает среднее время (или частота) выхода из метастабильного состояния – время Крамерса τ_k . Второй определяется внешним периодом (частотой) периодического сигнала T .

Если предположить, что параметры системы и сигнала фиксированы, то время Крамерса τ_k зависит лишь от интенсивности входного шума q . При малой интенсивности шума время перехода чрезвычайно велико и намного превышает период модуляции T . При высоком уровне шума за время одного периода сигнала система с высокой степенью вероятности совершит многократные переключения. Изменяя интенсивность шума, можно обеспечить режим, когда среднее время переходов через барьер близко к периоду модуляции. Переключения системы будут происходить в среднем в фазе с внешней периодической силой. Таким образом, варьируя интенсивность шума, можно настроить стохастическую бистабильную

систему в режим максимального усиления сигнала модуляции и отношения сигнал-шум:

$$T = 2\tau_k(q_{opt}). \quad (1)$$

Теоретические и экспериментальные исследования бистабильных систем подтверждают, что условие (1) выполняется приближенно.

С другой стороны, существует ряд работ, ставящих под сомнение выводы вышеописанной феноменологической теории равенства временных масштабов и вообще данного объяснения стохастического резонанса. Например, утверждается, что нахождение оптимального значения интенсивности шума из равенства среднего времени преодоления барьера в невозмущенном состоянии и периода внешнего воздействия не является верным, так как в этом случае характеристики системы, например, коэффициент усиления по мощности, должны достигать максимального значения не только при вариации интенсивности входного шума (то есть при изменении первого временного масштаба, определяющего локальную динамику), но и при изменении частоты входного воздействия (то есть при изменении второго временного масштаба, определяющего глобальную динамику). Вместе с тем, экспериментально установлено, что коэффициент усиления по мощности имеет монотонный характер, как функция частоты входного сигнала. Однако, несмотря на этот и подобные факты, в подавляющем большинстве работ по стохастическому резонансу соотношение (1) рассматривается, как основное условие, при котором это явление возникает.

При более детальном анализе явления стохастического резонанса приходится сталкиваться с рядом сложностей принципиального характера. Даже в простейшем варианте отсутствия внешнего гармонического сигнала, на сегодняшний день, не удастся отыскать точные аналитические выражения для плотностей вероятности в общем случае, следовательно, не удастся точно вычислить корреляционную функцию и спектральную плотность мощности. При добавлении в систему внешнего периодического сигнала появляются дополнительные сложности из-за возникающей неоднородности соответствующих случайных процессов во времени.

Сложности первой группы не связаны непосредственно с эффектом стохастического резонанса и подробно рассматривались в теории случайных процессов. Бурное развитие исследований в области стохастического резонанса выявило сложности второй группы и послужило причиной создания общей теории стохастических диффузионных процессов с периодически меняющимися во времени коэффициентами сноса и диффузии. Тем не менее, аналитические выражения для характеристик стохастического резонанса удается получить лишь при использовании некоторых аппроксимаций. В качестве основного метода можно назвать приближение малого входного сигнала, когда отклик на него можно считать линейным. Кроме этого используются приближения, накладывающие ограничения на частоту сигнала. Таким образом, наиболее широко применяемыми являются

две приближенные теории: теория двух состояний (адиабатическое приближение) и теория линейного отклика.

Цель работы

Целью настоящей работы является:

- разработка нового приближенного метода для получения основных статистических характеристик (функции корреляции, спектральной плотности мощности, коэффициента усиления, отношения сигнал-шум) на выходе нелинейной инерционной системы при произвольной интенсивности входного шума в рамках теории линейного отклика;

- проверка и подтверждение эффективности метода путем сопоставления с известными точными выражениями и результатами, полученными путем численного моделирования;

- использование предложенного метода для исследования моностабильных нелинейных систем, где потенциальный барьер принципиально отсутствует и другие методы анализа, известные на сегодняшний день, неприменимы или требуют громоздких вычислений.

Методика исследования

Для решения поставленной задачи разработан новый метод нахождения спектральной плотности мощности и функции корреляции сигнала на выходе возмущаемой шумом нелинейной инерционной системы, основанный на общих методах спектрального анализа и статистической радиофизики. Также использовались теория линейного отклика и элементы теории вероятностей, теоретической радиотехники, математическое и имитационное компьютерное моделирование с использованием специальных программ.

Достоверность результатов работы подтверждается их непротиворечивостью с известными в литературе: воспроизводимостью результатов при рассмотрении различных математических моделей, в отдельных случаях строгими доказательствами, а также согласованием полученных теоретических оценок с результатами численного моделирования.

Научная новизна

Предложен новый приближенный метод расчета спектральной плотности мощности и функции корреляции на выходе нелинейной инерционной динамической системы, возмущаемой белым гауссовским шумом.

Результаты, полученные с помощью нового метода, сравнивались с точными выражениями, полученными для ряда модельных нелинейных функций. Данные сравнения показали хорошее соответствие между точными и приближенными выражениями. В результате был сделан вывод о возможности использования предложенного метода для описания не только качественных, но, во многих случаях, и количественных характеристик поведения нелинейных систем.

К преимуществам данного метода кроме эффективности и простоты применения следует отнести возможность использования его для систем с произвольной высотой потенциального барьера и даже для исследования моностабильных систем.

При помощи нового метода впервые обнаружена возможность существования и проведено систематическое исследование явления стохастического резонанса в моностабильных инерционных нелинейных системах. Механизм данного стохастического резонанса коренным образом отличается от классического, наблюдаемого в бистабильных системах, так как наличие максимума зависимости отношения сигнал-шум не всегда сопровождается наличием максимума коэффициента усиления сигнала на выходе системы по мощности.

Впервые исследована система, для которой функция коэффициента усиления выходного сигнала от интенсивности входного шума имеет минимум, то есть наблюдается явление, обратное стохастическому резонансу, так называемый стохастический антирезонанс, который до этого предполагался лишь на основе качественного анализа.

Впервые показано, что существуют нелинейные моностабильные системы, для которых коэффициент усиления по мощности выходного сигнала, как функция интенсивности входного шума, может иметь несколько локальных максимумов и минимумов, то есть наблюдается явление стохастического мультirezонанса.

Научная и практическая значимость

Полученные в работе результаты имеют как теоретическую, так и практическую значимость. Они могут быть использованы при анализе статистических характеристик для широкого круга физических (а также биологических, химических и др.) нелинейных систем, поведение которых описывается на основе модели броуновской диффузии. В частности, предложенный в работе метод может быть применен при анализе явления стохастического резонанса, который обнаружен в огромном количестве самых разнообразных систем во многих областях науки и техники.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Функция корреляции и спектральная плотность мощности случайного процесса на выходе произвольной нелинейной инерционной системы с белым гауссовским шумом на входе могут быть вычислены с помощью нового приближенного метода. Для использования данного метода необходимо получить точные аналитические выражения для среднего значения, дисперсии и времени корреляции, которые могут быть вычислены из стационарного распределения. Предложенный метод обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими на сегодняшний день.

2. Коэффициент усиления сигнала по мощности и отношение сигнал-шум на выходе системы в зависимости от интенсивности входного шума и амплитуды гармонического сигнала на входе могут быть вычислены на

основе нового метода, теории линейного отклика и флуктуационно-диссипационной теоремы.

3. В моностабильных нелинейных инерционных системах при преобразовании аддитивной смеси гармонического сигнала и белого гауссовского шума может существовать новый тип явления стохастического резонанса, свойства которого значительно отличаются от известных свойств стохастического резонанса в бистабильных системах.

4. Зависимость коэффициента усиления по мощности в моностабильной нелинейной системе от интенсивности входного шума может иметь как максимум, так и минимум. Кроме этого существуют нелинейные системы, для которых коэффициент усиления выходного сигнала по мощности, как функция интенсивности входного шума, имеет несколько локальных максимумов и минимумов.

5. Впервые обнаружено явление стохастического резонанса в инерционной (сверхвязкой) системе, где условие (1) не выполняется. Кроме того, впервые показано, что максимумы коэффициента усиления и отношения сигнал-шум могут наблюдаться не одновременно, а по отдельности при различных параметрах системы, и при этом ни один набор параметров не следует из условия (1).

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы отражены в 13 научных публикациях, в том числе 6 статьях и 7 докладах на конференциях: на ежегодных научных конференциях по Радиофизике в ННГУ, на международных конференциях International Workshop «Critical Phenomena and Diffusion in Complex Systems» (Нижний Новгород, 2006) и «Stochastic Resonance 1998SR2008» (Перуджа, 2008).

Личный вклад автора

Диссертант принимал непосредственное участие как в постановке задачи, так и в расчетах, обсуждении и физической интерпретации результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 106 страниц и 44 рисунка. Библиография содержит 165 ссылок на литературные источники.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** рассмотрена актуальность нелинейных систем в современной радиофизике и описана роль флуктуаций в них. В частности, показано, что наличие шума не всегда приводит к ухудшению характеристик системы, но может нести и конструктивную роль. В нелинейных системах при определенных условиях могут существовать явления, которые невозможно реализовать в отсутствие флуктуаций.

Подробно описано явление стохастического резонанса, как наиболее яркий пример, иллюстрирующий конструктивную роль шума в нелинейных системах. Приведена история открытия, физическая основа и области, в которых наблюдается данный эффект. Стохастический резонанс обнаружен на сегодняшний день не только в физике, но и во многих других областях науки, таких как: биология, медицина, химия, социология и т.д. Приведены основные сложности, которые возникают при изучении данного явления.

Приведено описание нелинейной инерционной системы, которая изучается в рамках данной работы, перечислены области применения рассматриваемой модели. Рассмотрены основные характеристики, используемые в работе для исследования входных и выходных процессов, а также свойств самой системы.

Также приведена постановка задачи, методика исследования, научная и практическая значимость, выносимые на защиту положения и описание общей структуры работы в целом.

Первая глава посвящена исследованию преобразования белого шума нелинейной инерционной динамической системой, которое может быть описано уравнением Ланжевена:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi(x)}{dx} + \xi(t),$$

где $\xi(t)$ – белый Гауссовский шум с нулевым средним и интенсивностью $2q$, $\Phi(x)$ – некоторая постоянная во времени потенциальная функция, характеризующая систему, и $x(t)$ – сигнал на выходе. Известно, что уравнению Ланжевена соответствует уравнение Фоккера-Планка для плотности вероятности $W(x,t)$:

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \left[\frac{d}{dx} \frac{d\Phi(x)}{dx} + q \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] W(x,t)$$

Решив уравнение Фоккера-Планка, можно получить статистические характеристики выходного процесса.

Проанализированы некоторые применяемые на сегодняшний день точный и приближенный методы вычисления функции корреляции и спектральной плотности мощности процесса на выходе системы. Приближенный метод гауссовской аппроксимации позволяет достаточно просто без относительно сложных математических вычислений получить оценочные соотношения для характеристик системы. Однако, результаты, полученные с помощью данного метода, обладают низкой точностью, а в некоторых случаях и вовсе не могут быть применены для описания систем, например, бистабильных, где и возникает классический стохастический резонанс.

Метод решения уравнения Фоккера-Планка на основе преобразования Лапласа, напротив, позволяет точно описать поведение характеристик системы. К сожалению, получение точных аналитических выражений сопряжено с большими вычислительными сложностями и на сегодняшний

день реализуемо лишь для некоторых систем, например, описываемых кусочно-линейными потенциалами.

На основе общих закономерностей поведения спектров и известных точных выражений для среднего значения, дисперсии и времени корреляции предложен новый приближенный метод нахождения функции корреляции и спектральной плотности мощности процесса на выходе системы, возмущаемой белым гауссовским шумом. Основное преимущество данного метода заключается в том, что он позволяет получать более точные характеристики сигнала по сравнению с методом гауссовской аппроксимации и при этом требует намного меньше вычислительных затрат, чем точный метод преобразования Лапласа.

Проведено сравнение результатов, полученных с помощью нового метода, с известными в литературе точными выражениями: для линейной системы, для мягкой системы, для жесткой системы и для мягко-жесткой системы. В ходе данных сравнений, показавших хорошее соответствие между точными и приближенными выражениями, сделан вывод о возможности использования предложенного метода для качественного и количественного описания характеристик процессов в системах, для которых точное решение неизвестно.

Вторая глава посвящена исследованию преобразования аддитивной смеси гармонического сигнала $s(t)$ и белого гауссовского шума нелинейной инерционной динамической системой:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi(x)}{dx} + s(t) + \xi(t),$$

В настоящее время известно несколько характеристик, которые рассматриваются (вычисляются аналитически, моделируются на компьютере или измеряются в физическом эксперименте) при анализе стохастического резонанса. В данной работе в качестве основных характеристик стохастического резонанса используются коэффициент усиления выходного сигнала по мощности η и отношение сигнал-шум R .

На основе теории линейного отклика, то есть в приближении малой амплитуды входного сигнала, спектральная плотность мощности выходного сигнала состоит из суммы шумовой платформы и дельта-функций на частоте входного сигнала. В данном приближении получено выражение для коэффициента усиления выходного сигнала по мощности и отношения сигнал-шум на выходе системы.

При помощи предложенного в предыдущей главе приближенного и известного точного методов исследованы зависимости выходных спектральных характеристик сигнала (коэффициент усиления выходного сигнала и отношение сигнал-шум) от интенсивности входного шума для систем, описываемых различными кусочно-линейными моностабильными потенциалами, а именно: мягким, жестким, мягко-жестким, жестко-мягким, мягко-мягким и жестко-жестким. Для этого впервые получены и проанализированы лаплас-образы точных решений уравнения Фоккера-

Планка для жестко-мягкого, мягко-мягкого и жестко-жесткого потенциальных профилей.

Коэффициент усиления выходного сигнала как функция интенсивности входного шума в системах ведет себя качественно различным образом. При рассмотрении наиболее простых систем эта зависимость монотонная: возрастает в мягкой системе, убывает в жесткой системе. При переходе к более сложным системам наблюдается наличие экстремума: максимум в мягко-жесткой системе, минимум в жестко-мягкой системе. В других рассматриваемых случаях в зависимости от параметров самих систем кроме монотонного режима: возрастание в мягко-мягкой, убывание в жестко-жесткой – существует режим, когда коэффициент усиления сигнала на выходе системы имеет локальные экстремумы.

В литературе наличие максимума зависимости коэффициента усиления выходного сигнала по мощности от интенсивности входного шума получило название стохастического резонанса, а наличие минимума данной зависимости – стохастического антирезонанса. Таким образом, анализ поведения усиления выходного сигнала по мощности показал возможность существования в моностабильных системах явления стохастического резонанса и стохастического антирезонанса. Отметим, что последний эффект до этого лишь предполагался в литературе на основе качественного анализа и демонстрируется впервые.

Исследование кусочно-линейных моностабильных систем позволяет сделать вывод, что возможно существование нелинейных систем, для которых коэффициент усиления выходного сигнала по мощности как функция интенсивности входного шума может иметь несколько локальных максимумов и минимумов, то есть наблюдается явление стохастического мультirezонанса.

Поведение отношения сигнал-шум на выходе моностабильной системы коренным образом зависит от вида нелинейности и параметров самой системы. В мягкой, жесткой и мягко-жесткой системах отношение сигнал-шум монотонно убывает при увеличении интенсивности входного шума, а в жестко-мягкой, мягко-мягкой и жестко-жесткой системах возможно наличие максимума функции отношения сигнал-шум.

Таким образом, впервые установлено, что на выходе моностабильной системы, на вход которой поступает аддитивная смесь гармонического сигнала и белого гауссовского шума, может наблюдаться явление классического стохастического резонанса. Однако механизм стохастического резонанса в моностабильных системах коренным образом отличен от механизма классического стохастического резонанса в бистабильных системах хотя бы потому, что в моностабильной системе не существует потенциального барьера.

Совместные исследования интегральных характеристик на выходе показали, что существуют системы, в которых наличие максимума зависимости отношения сигнал-шум не сопровождается максимумом зависимости коэффициента усиления по мощности.

Кроме кусочно-линейных систем представлен анализ моностабильной системы, описываемой гладким потенциалом, который встречается при описании оптических ловушек. Показано, что в подобной системе имеет место явление стохастического резонанса как максимум зависимости отношения сигнал-шум на выходе системы от интенсивности входного шума.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложен новый приближенный метод вычисления функции корреляции и спектральной плотности мощности процесса на выходе нелинейной инерционной системы, на вход которой поступает белый гауссовский шум. Проведено сравнение результатов, полученных на основе нового метода, с точными выражениями. Для этого впервые получены и проанализированы лаплас-образы точных решений уравнения Фоккера-Планка для ряда модельных потенциальных профилей. Сравнение показало, что предложенный метод с успехом может применяться для оценки спектральной плотности мощности и функции корреляции и обладает рядом преимуществ: по сравнению с точными методами он требует меньших вычислительных затрат и приводит к более простым аналитическим выражениям, а по сравнению с методом гауссовой аппроксимации точнее описывает поведение системы в области низких частот и может быть использован для более широкого класса систем, например, для мультитабильных, вероятностное распределение которых, в отличие от гауссовского, принципиально должно иметь несколько максимумов, соответствующих локально устойчивым состояниям нелинейной системы.

2. На основе предложенного метода, теории линейного отклика и флуктуационно-диссипационной теоремы впервые получены и проанализированы характеристики для ряда инерционных нелинейных систем, на вход которых поступает аддитивная смесь сигнала и белого гауссовского шума. Особое внимание уделено изучению следующих выходных характеристик: функции корреляции, спектральной плотности мощности, усилению мощности сигнала и отношению сигнал-шум на выходе системы в зависимости от интенсивности входного шума.

3. Обнаружен и проанализирован новый тип явления стохастического резонанса, который наблюдается при преобразовании сигнала и белого гауссовского шума в моностабильных нелинейных системах.

4. Впервые обнаружено явление стохастического резонанса в инерционной (сверхвязкой) системе, где условие (1) не выполняется. Кроме того, впервые показано, что в отличие от классического стохастического резонанса, наблюдаемого в бистабильных системах с потенциальным барьером, разделяющим метастабильные состояния, наличие максимума отношения сигнал-шум на выходе системы не всегда сопровождается аналогичным максимумом функции усиления мощности сигнала от интенсивности шума на входе.

5. При помощи нового метода выявлены и проанализированы некоторые другие явления, обусловленные существенной ролью шума в нелинейных системах. В частности, показано, что зависимость усиления мощности сигнала на выходе моностабильной нелинейной системы от интенсивности входного шума может иметь как максимум, так и минимум. Явление, подобное последнему и упоминаемое в литературе как «стохастический антирезонанс», до этого предполагалось существующим лишь на основе качественного анализа. Также впервые показано, что существуют нелинейные системы, для которых усиление мощности выходного сигнала как функция интенсивности входного шума имеет несколько локальных максимумов и минимумов, то есть возникает «стохастический мультирезонанс».

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 02-05-17517-а, 05-02-16405-а, 08-02-01259-а.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

N.V. Agudov and A.V. Krichigin. Investigation of Stochastic Resonance in Monostable Systems // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2008, v.18, № 9, p.2833-2839.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Стохастический резонанс и антирезонанс в моностабильных системах // Известия вузов. Радиофизика. 2008, Т.51, № 10, p.899-913.

N.V. Agudov, A.V. Krichigin, D. Valenti and B. Spagnolo. Stochastic resonance in a trapping overdamped monostable system // Phys.Rev.E. 2010, v.81, p.051123.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Влияние формы потенциала на свойства стохастического резонанса в моностабильных системах // Вестник ННГУ. 2010. (Принято к печати)

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Преобразование сигнала и белого шума нелинейной инерционной системой // Актуальные проблемы статистической радиофизики (Малаховский сборник). 2006, т.5, с.103 - 135.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Стохастический резонанс в моностабильной системе, описываемой гауссовским потенциальным полем сил // Актуальные проблемы статистической радиофизики (Малаховский сборник) 2008, т.7, с.118 - 124.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Об аппроксимации спектра броуновского движения в произвольном поле сил // Труды научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2004, с.154 - 155.

Agudov N.V., Krichigin A.V. Investigation of stochastic resonance in monostable systems // International Workshop CRITICAL PHENOMENA AND DIFFUSION IN COMPLEX SYSTEMS, Nizhni Novgorod, Russia, December 5-7, 2006, Program and Abstracts, p.29.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Стохастический «антирезонанс» // Труды научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2007, с.127 - 129.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Спектр броуновской диффузии в кусочно-линейной моностабильной системе // Труды научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2008, с.158 - 160.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Анализ нового вида стохастического резонанса в сверхвязких моностабильных системах // Труды научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2008, с.160 - 162.

Агудов Н.В., Кричигин А.В. Стохастический резонанс в моностабильной системе // Нижегородская сессия молодых ученых. Естественнонаучные дисциплины, Нижний Новгород, 2008, с.56-57.

Nikolay Agudov, Alexey Krichigin. Investigation of signal-to-noise ratio at the output of monostable overdamped systems // Stochastic Resonance 1998SR2008 Perugia, Aug.17-21, 2008, List of contributed posters, p.3.

ОГЛАВЛЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Введение.
 - 1.1. Актуальность проблемы.
 - 1.2. Описание системы.
 - 1.3. Постановка задачи.
 - 1.4. Методика исследования. Научная новизна. Научная и практическая значимость.
 - 1.5. Основные положения, выносимые на защиту.
 - 1.6. Апробация результатов.
 - 1.7. Структура и объем диссертации.

 2. Инерционное нелинейное преобразование белого шума.
 - 2.1. Постановка задачи.
 - 2.2. Уравнение Фоккера-Планка.
 - 2.3. Приближенный метод для определения функции корреляции и спектра нелинейной системы.
 - 2.4. Примеры моностабильных систем, описываемых кусочно-линейными потенциалами.

 3. Инерционное нелинейное преобразование аддитивной смеси гармонического сигнала и белого шума.
 - 3.1. Постановка задачи.
 - 3.2. Преобразование шумов и сигналов линейными системами.
 - 3.3. Теория линейного отклика.
 - 3.4. Флуктуационно-диссипационная теорема.
 - 3.5. Выходные параметры на основе приближенного метода.
 - 3.6. Примеры моностабильных систем, описываемых кусочно-линейными потенциалами.
 - 3.7. Моностабильная система, описываемая гладким потенциалом.

 4. Заключение.
- Список литературы.