На правах рукописи

АМЕНИЦКИЙ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ТРЕХМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ПОРОУПРУГИХ ТЕЛ

Специальность 01.02.04 –
Механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2010

Работа выполнена в Научно-исследовательском институте механики Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского»

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор **Игумнов Леонид Александрович**

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
профессор **Калинчук Валерий Владимирович**

доктор физико-математических наук,
профессор **Ерофеев Владимир Иванович**

Ведущая организация: **Институт проблем механики РАН (г. Москва)**

Защита состоится 29 декабря 2010 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, Н.Новгород, пр. Гагарина, 23, корп.6.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета.

Автореферат разослан 27 ноября 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.166.09
доктор физико-математических наук,
профессор Игумнов Л.А. Игумнов

Дисперсные среды, в частности, пористые материалы широко распространены в природе и технике. Исследование волновых процессов в пороупругих телах и средах представляет значительный интерес.

Математическое моделирование таких многокомпонентных сред, как пористые насыщенные жидкостью (газом) среды, имеет более чем 90-летнюю историю. Модели соответствующих сред существенно усложнены по сравнению с однородной упругой или вязкоупругой моделью. Это вызвано способностью жидкости втекать или вытекать в любую область, формируемую порами, что является принципиальным отличием пористой среды от упругой. Отмеченное явление особенно важно при рассмотрении волновых процессов.

Началом активных исследований волновых процессов в насыщенных пористых средах послужила работа Я.И. Френкеля, вышедшая в 1944 году. Вслед за этой работой уравнения распространения звуковых волн в газонасыщенной пористой среде в одномерном приближении были получены в книге К. Цвиккера и К. Костена.

Теория Био является расширением классической теории упругости на случай двухфазной среды с учетом ввода дополнительных параметров, учитывающих взаимодействие фаз. Она предсказала существование в пористой среде трех типов волн. Теория Био не только качественно, но и количественно правильно предсказывает скорости, амплитуды и частотную зависимость затухания всех трех типов волн в различных насыщенных пористых средах. Наиболее важные волновые эффекты (затухание волн, фазовые скорости, типы поверхностных волн), найденные в рамках теории Био, согласуются с экспериментальными данными.

Большинство имеющихся работ по изучению колебаний в пористых средах опираются на метод нормальных мод и лучевые методы. Активно разрабатывается подход на основе интегральных представлений в форме контурных интегралов: П.М. Боков, Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, А.М. Ионов, Л.А. Молотков, В.М. Сеймов, А.Н. Трофимчук и др. Анализ использования теории Био для описания распространения волн малой амплитуды в насыщенной пороупругой среде показывает, что теоретические расчеты требуют более строгих подходов, применение которых значительно усложняет соответствующие схемы.

В работе рассматриваются задачи, которые могут быть сведены к решению граничных интегральных уравнений (ГИУ) и гранично-временных интегральных уравнений (ГВИУ). Метод ГИУ развивается в сочетании с методом граничных элементов (МГЭ). Соответствующая особенность метода позволяет преодолеть ограничения ряда аналитических и численно-аналитических методов относительно форм границы, включений, полостей и т.п. Для рассматриваемого класса задач необходима высокая точность получаемых результатов, которая обеспечивается применением МГЭ. К тому же, исследование волновых процессов в полубесконечых телах является естественным для применения ГИУ и МГЭ.

Цель работы состоит в развитии МГЭ-методики на основе метода квадратур сверток и интегрального преобразования Лапласа для решения трехмерных задач динамики пороупругих однородных тел при смешанных краевых условиях; в разработке соответствующих алгоритмов; в модельных гранично-элементных расчетах динамического деформирования трехмерных пороупругих тел.

<u>Методика исследований основана</u> на ГИУ прямого подхода для трехмерной линейной теории пороупругости; на интегральном преобразовании Лапласа и численном обращении этого преобразования на основе метода Дурбина, шаговом методе численного обращения, методе квадратур сверток; на методе граничных элементов, как способе численного решения используемых ГИУ.

<u>Достоверность</u> исследований основана на эквивалентности исходной краевой/начально-краевой задачи в частных производных математической теории пороупругости системе построенных граничных/гранично-временных интегральных уравнений; на использовании для численных исследований регуляризованных ГИУ/ГВИУ; на детально проработанных алгоритмах МГЭ-подхода; на сравнении полученных результатов с решениями других авторов.

<u>Научная новизна работы</u>

Впервые указана причина ошибок в одной из систем ГИУ динамической пороупругости. Впервые предложен и применен новый метод численного обращения преобразования Лапласа. В основу ГЭ-моделирования задач динамической пороупругости положен согласованный гранично-элементный подход на основе обобщенных четырехугольных элементов, в отличие от традиционно используемого изопараметрического подхода на основе треугольных элементов. Представлены соответствующие численные результаты.

Метод ГВИУ в сочетании с методом квадратур сверток и новым (шаговым) методом численного обращения преобразования Лапласа – единственные универсальные численно-аналитические подходы решения краевых задач пороупругости с использованием шаговой схемы. ГЭ-моделирование на основе метода квадратур сверток и нового (шагового) метода численного обращения преобразования Лапласа развито на случаи применения формул Левина и Филона для вычисления соответствующих квадратурных коэффициентов.

Представлены результаты численного моделирования и верификации предложенных методик и схем. Впервые дано численное решение задачи о скачке давления на торец призматического пороупругого тела с момента когда материал описывается полной моделью Био сжимаемой среды до момента когда материал стал описываться моделью Био несжимаемой среды. Кроме того, на примере этой задачи впервые продемонстрировано влияние величины коэффициента проницаемости на отклик давлений.

Практическая значимость результатов исследования состоит в создании нового (шагового) метода численного обращения преобразования Лапласа, развитии методов Дурбина, квадратур сверток и граничных элементов с целью получения устойчивых высокоточных численных решений трехмерной динамической теории пороупругости; в создании МГЭ-алгоритмического обеспечения для анализа динамики однородных трехмерных пороупругих тел с использованием интегрального преобразования Лапласа; в создании МГЭ-алгоритмического обеспечения для анализа динамики однородных трехмерных пороупругих тел на основе шаговых схем.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Методика численного решения систем ГИУ прямого подхода в сочетании с методами квадратур сверток и Дурбина для анализа динамики трехмерных пороупругих однородных тел.

2. Новый (шаговый) метод численного обращения преобразования Лапласа в сочетании с формулами Левина и Филона и численный анализ на его основе задачи о действии сосредоточенного источника в трехмерной пороупругой среде.
3. Численное исследование влияния на динамику отклика перемещений:
   – эффекта перехода свойств пороупругого материала из сжимаемого состояния в несжимаемое;
   – величины коэффициента проницаемости.
4. ГЭ-решение следующих волновых задач:
   – о действии скачка давления на торец однородного пороупругого призматического тела;
   – о действии вертикальной силы на поверхность пороупругого полупространства.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались на Всероссийской научно-технической конференции, посвященной 20-летию Нижегородского филиала ИМАШ РАН им. А.А. Благонравова (Н.Новгород, 2006); X, XIII Нижегородских сессиях молодых ученых – математические науки (Саров, 2005, Семенов, 2008); XII Нижегородской сессии молодых ученых – технические науки (Семенов, 2007); XII Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (Ростов-на-Дону, 2008).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 работ. В журналах, рекомендуемых ВАК для защит кандидатских диссертаций, опубликовано 6 работ [1-6]: одна работа [5] выполнена без соавторов; 4 работы [1-3, 6] опубликованы в соавторстве, где А.В.

Аменицкому принадлежит получение численных результатов; одна работа [4] опубликована в соавторстве, где А.В. Аменицкиму принадлежит объяснение появления ошибки в построении сингулярных решений у M. Schanz (Schanz M. Wave Propogation in Viscoelastic and Poroelastic Continua. – Berlin: Springer, 2001. – 170 p.).

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 143 наименований. Общий объем диссертации составляет 143 страницы машинописного текста, включая 9 таблиц, 170 рисунков.

На различных этапах работа поддерживалась грантами Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (№ НШ-6391.1006.8 2006-2007 гг.; № НШ-3367.2008.8 2008-2009 гг.; № НШ-4807.2010.8. 2010-2011 гг.); ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» (гос. контракт № 02.445.11.7044, шифр «РИ-112/001/404» 2005 г.); программой Минобразования и науки РФ «Развитие потенциала высшей школы (2006–2008 гг.) проект РНП.2.1.2.3556; ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 - 2013 годы (ГК №П2222 от 11 ноября 2009г., ГК № 02.740.11.0410 от 30 сентября 2009 г.); грантом РФФИ (проект № 10-08-01017-а).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит краткий обзор работ по применению МГЭ к решению динамических трехмерных задач теорий упругости, вязкоупругости и пороупругости; обоснование актуальности темы диссертационной работы; формулировки целей работы и основных положений, которые выносятся на защиту.

Вопросы распространения волн в пористых насыщенных средах рассматривали М. Био (1956), Т.З. Вербицкий (1975, 1977), Дж. Гиртсма и Д. Смит (1961), В.П. Горбатова (1969), Б.Я. Гуревич и С.Л. Лопатников (1985, 1986), Н.С. Городецкая (1998), В.Е. Донцов и др. (1987, 1988), Л.М. Дорогиницкая и др. (1964), Н. Дунин, Д. Михайлов, В. Николаевский (2002), В.И. Ерофеев (2009), П.П. Золотарев (1963), О.К. Кондратьев (1986 г.), В.Н. Крутин и др. (1984, 1988), Г.М. Ляхов (1982), Ф.М. Ляховицкий (1988 г.), М.Г. Марков и А.Ю. Юматов (1984), Р.И. Нигматулин (1978), В.Н. Николаевский (1963, 1970, 1984), Б.П. Сибиряков и др. (1978), В.П. Степанов (1963), J. Jocker и D. Smenlders (2005), G. Chao и др. (2005), M. Schanz и др. (2001), H.F. Wang (2000) и др.

Применению методов ГИУ и МГЭ к решению задач пороупругости посвящены работы следующих авторов S.K. Grag (1974); A.H.-D. Cheng (1991); M. Schanz и A.H.-D. Cheng (2000); A.H.-D. Cheng и J.A. Ligget (1984); T. Badmus (1993); G.D. Manolis и D.E. Beskos (1989); G. Bonnet и J.-L. Auriault (1987); A.H.-D. Cheng (1991); J. Dominguez (1992); Th. Wiebe и H. Antes (1991); J. Chen и G.F. Dargush (1995); D. Pryl (2005), E.J. Luco и др. (1990); L. Zhang и A.K. Chopra (1991); H.A. Pedersen и др. (1994); A.S. Papageorgiou и D. Pei (1998); N.I. Robinson (2002); A. Tadeu и E. Kausel (2000); A.A. Stamos и D.E. Beskos (1996); D.-Sheng J. и др. (2005); M. Bouchon (2003); S. Gaffet, M. Bouchon (1989); Z.-M. Lu, J.-S. Pan (2006) и др.

Несмотря на то, что в литературе представлены варианты сингулярных ГИУ, имеются лишь единичные ГЭ–решения трехмерных краевых динамических задач пороупругости.

В **главе I** даны постановки задач для полной и упрощенной моделей Био, несжимаемой полной модели; подробно описаны построения матриц фундаментальных и сингулярных решений для полной модели Био; приведены соответствующие матрицы для упрощенной модели Био и несжимаемой полной модели; описаны методы Дурбина, квадратур сверток и шаговый метод численного обращения преобразования Лапласа, а также их применение в сочетании с формулами Левина и Филона; приведены необходимые аналитические решения.

В первом параграфе представлены три системы дифференциальных уравнений для соответствующих вариантов модели Био. Итоговая система дифференциальных уравнений в изображениях по Лапласу для полной модели Био имеет вид:

$$G\tilde{u}_{i,jj} + \left(K + \frac{1}{3}G\right)\tilde{u}_{j,ij} - (\alpha - \beta)\tilde{p}_{,i} - s^2(\rho - \beta\rho_f)\tilde{u}_i = -\tilde{F}_i,$$

$$\frac{\beta}{s\rho_f}\tilde{p}_{,ii} - \frac{\phi^2 s}{R}\tilde{p} - (\alpha - \beta)s\tilde{u}_{i,i} = -\tilde{a},$$

$$\beta = \frac{k\rho_f\phi^2 s^2}{\phi^2 s + s^2 k(\rho_a + \phi\rho_f)}.$$

где s – параметр преобразования Лапласа, G, K – константы упругости, ϕ – пористость, k – проницаемость, α – эффективный коэффициент напряжений, ρ, ρ_a, ρ_f – плотности пористого скелета, присоединенной массы и жидкой среды, $\tilde{F}_i, \tilde{a}$ – плотности источников.

Система дифференциальных уравнений для упрощенной модели Био получается, если пренебречь инерционным эффектом в наполнителе (жидкой фазе). Система уравнений для модели Био пороупругого материала с несжимаемыми свойствами имеет вид:

$$G\tilde{u}_{i,jj} + \left(K + \frac{1}{3}G\right)\tilde{u}_{j,ij} - (1-\beta)\tilde{p}_{,i} - s^2(\rho - \beta\rho_f)\tilde{u}_i = -\tilde{F}_i,$$

$$\frac{\beta}{s\rho_f}\tilde{p}_{,ii} - \frac{\phi^2 s}{R}\tilde{p} - (1-\beta)s\tilde{u}_{i,i} = -\tilde{a},$$

$$\beta \approx \frac{\phi^2\rho_f}{\rho_\alpha + \phi\rho_f}.$$

Дано краткое описание состояния вопроса по решению задачи численного обращения преобразования Лапласа и представлены методы Дурбина, квадратур сверток и новый (шаговый) метод численного обращения преобразования Лапласа с необходимыми базовыми формулами. Для расширения возможностей приведенных методов привлекаются формулы Филона и Левина.

Во втором параграфе подробно расписано получение фундаментальных и сингулярных решений для дифференциальных уравнений полной модели Био. Вслед за M. Schanz применена схема «лестницы Хермандера». Показана причина ошибки, допущенная M. Schanz. Приведены сводки соответствующих решений для случаев описания пороупругих свойств на основе упрощенной и несжимаемой моделей Био.

В третьем параграфе представлены необходимые аналитические решения с кратким описанием процедуры их получения. Рассмотрены задачи о моделировании скачка поверхностной силы на торце призматического пороупругого тела длины l и одномерной координаты y. Параметры материала были выбраны следующие: $E = 1{,}44 \cdot 10^{10} Н/м^2$; $\nu = 0$; $\rho = 2458 кг/м^3$; $\rho_f = 1000 кг/м^3$; $\phi = 0{,}19$; $R = 4{,}7 \cdot 10^8 Н/м^2$; $\alpha = 0{,}86$; $k = 1{,}9 \cdot 10^{-10} м^4/Нс$. Нагрузка, действующая на тело $t_y = -1 Н/м^2$.

Граничные условия в изображениях по Лапласу с параметром s имеют вид: $\hat{u}_y(y=0)=0$, $\hat{q}_y(y=0)=0$, $\hat{\sigma}_y(y=l)=-1/s$, $\hat{p}(y=l)=0$. Для случая использования

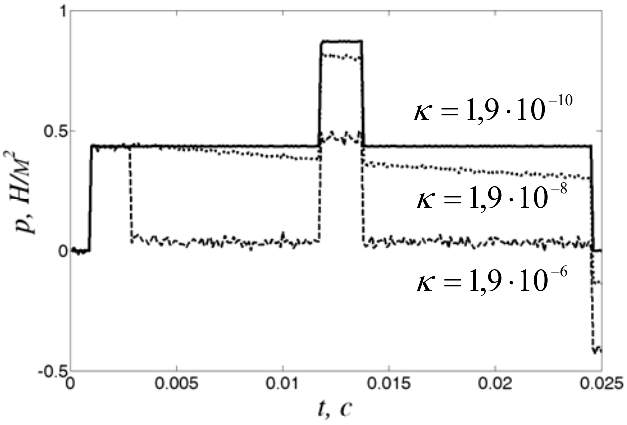
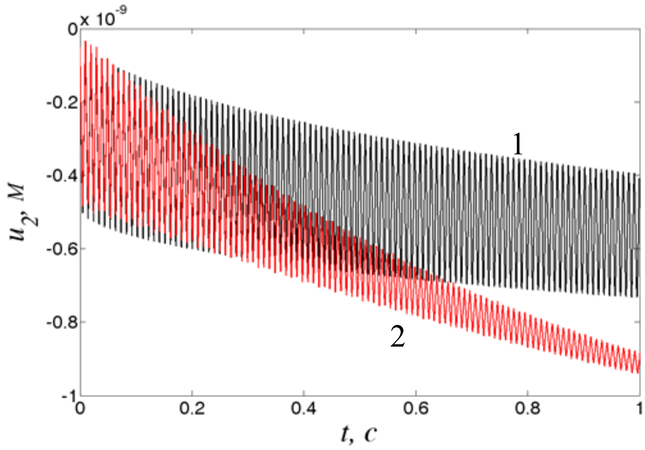


Рис.1

полной модели Био при $l=20$ м показано влияние коэффициента проницаемости на форму отклика порового давления при $y=3$ м (рис. 1). На примере отклика перемещений этой задачи подробно численно исследовано влияние перехода пороупругого материала из сжимаемого состояния в несжимаемое. Продемонстрирована возможность описания отклика перемещений в рамках вязкоупругой модели (стандартное вязкоупругое тело) (рис. 2). Трехмерная постановка, соответствующая представленной одномерной задаче, сформулирована в главе III (см рис. 9).



1 – полная модель Био,

2 – модель стандартного вязкоупругого тела

Рис. 2

Глава II содержит результаты экспериментов по численному обращению преобразования Лапласа; численного анализа компонент обобщенных матриц Грина трехмерной динамической теории пороупругости; построены ГИУ и ГВИУ прямого подхода на основе обобщенной формулы Грина-Бетти-Сомильяны (обобщенная теорема Бетти-Граффи); дано описание ГЭ-дискретизации.

В первом параграфе дано сравнение результатов по численному обращению преобразования Лапласа на основе функций, имеющих известные выражения для изображений по Лапласу и для оригиналов. Для сравнительного анализа привлечены метод Дурбина, квадратур сверток и новый (шаговый) метод численного обращения преобразования Лапласа.

Во втором параграфе представлены результаты численного моделирования фундаментальных решений $U_{ij}(x,t),\ i,j=\overline{1,4}$. Для компонент $U_{11}(r_0,t)$, $U_{12}(r_0,t)$ при $r_0 = (0.1,\ 0.15,\ 0.2)$ приведено сравнение с соответствующими результатами M. Schanz, V. Struckmeier (2005) (рис. 3, 4), демонстрирующее полное графическое совпадение. Далее численные исследования проведены с целью демонстрации сравнительного поведения компонент для упругого случая с компонентами, построенными для случаев применения разных моделей пороупругой среды Био (полная, упрощенная) (рис. 5, 6). Кроме того, приведено сравнение компонент фундаментальных решений для случая применения полной пороупругой модели Био с соответствующими компонентами для вязкоупругого случая (стандартное вязкоупругое тела, модель Кельвина-Фойгта и случай применения слабосингулярного ядра Абеля).

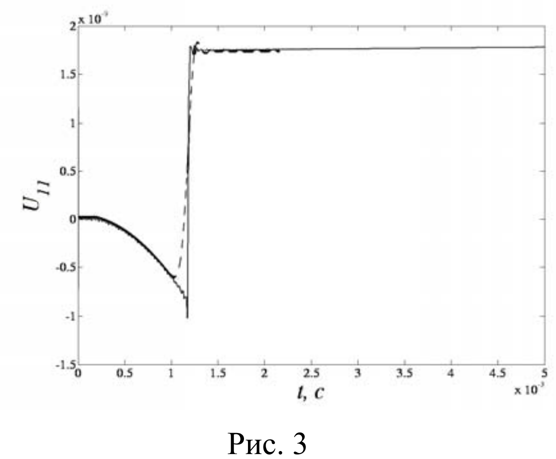


Рис. 3

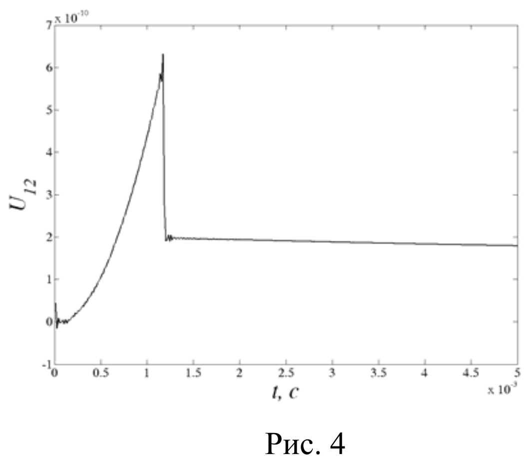


Рис. 4

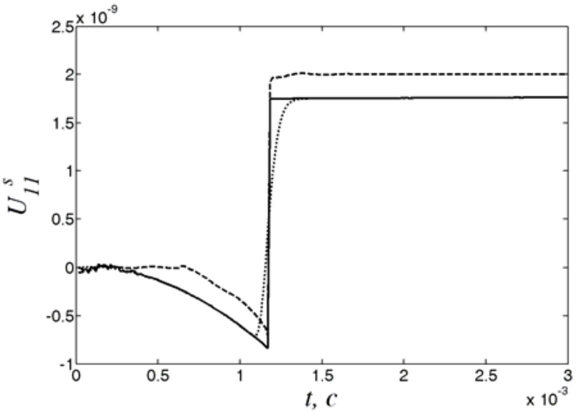


Рис. 5

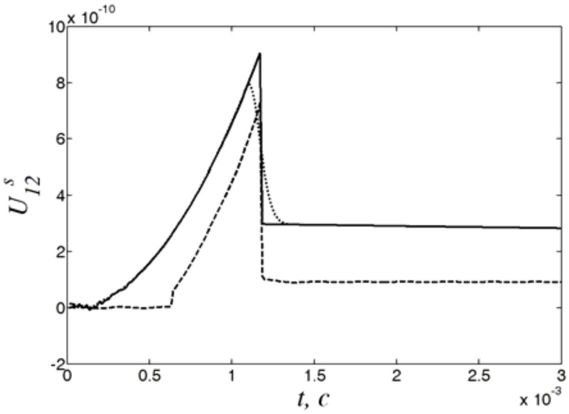


Рис. 6

········ пороупругая модель, ▬▬ упрощенная пороупругая модель, ▬ ▬ упругая модель

В третьем параграфе записаны интегральные представления и ГИУ с использованием интегрального преобразования Лапласа и без его использования; представлены фундаментальные и сингулярные решения с позиций выделения особенностей в этих решениях. Принципиальным отличием поведения фундаментальных и сингулярных решений пороупругости от соответствующих решений для упругого случая является то, что разные компоненты матриц пороупругости имеют разные особенности. В упругом случае особенности у всех компонент соответствующих матриц одинаковы.

В четвертом параграфе описана гранично-элементная дискретизация.

Чтобы ввести ГЭ-дискретизацию, рассматривается регуляризованное уравнение:

$$\alpha_\Omega \widetilde{\upsilon}_k(x,t) + \int_0^{\Gamma}\int_{\Gamma}\Big(\widetilde{T}_{ik}(x,y,t-\tau)\widetilde{\upsilon}_i(y,\tau) - \widetilde{T}^0_{ik}(x,y,t-\tau)\widetilde{\upsilon}_i(x,\tau) - \widetilde{U}_{ik}(x,y,t-\tau)\widetilde{t}_i(y,\tau)\Big)d\Gamma d\tau = 0,$$

$$(x \in \partial\Gamma), \quad \widetilde{t} = [t_1, t_2, t_3, q]^T, \quad \widetilde{\upsilon}(u_1, u_2, u_3, p)$$

где $\widetilde{U}_{ik}, \widetilde{T}_{ik}$ – матрицы фундаментальных и сингулярных решений; $\widetilde{T}^0_{ik}$ – матрица слагаемых компонент $\widetilde{T}_{ik}$, содержащих особенности.

Базовый процесс ГЭ-дискретизации состоит в разбиении поверхности Γ на граничные элементы: четырехугольные и треугольные восьмиузловые биквадратичные элементы. При этом треугольные элементы рассматриваются как вырожденные четырехугольные элементы (рис. 7). Связь локальной и глобальной систем координат $\xi=(\xi_1,\xi_2)$, $y=(y_1(\xi),y_2(\xi),y_3(\xi))$ записывается через функции формы $N^i(\xi)$:

$$y_i(\xi)=\sum_{l=1}^{8}N^l(\xi)y_i^{\beta(k,l)}, \qquad i=1,2,3, \quad \xi\in\Delta_e,$$

где $\beta(k,l)$ – глобальный номер узла, имеющего в k-м элементе локальный номер l.

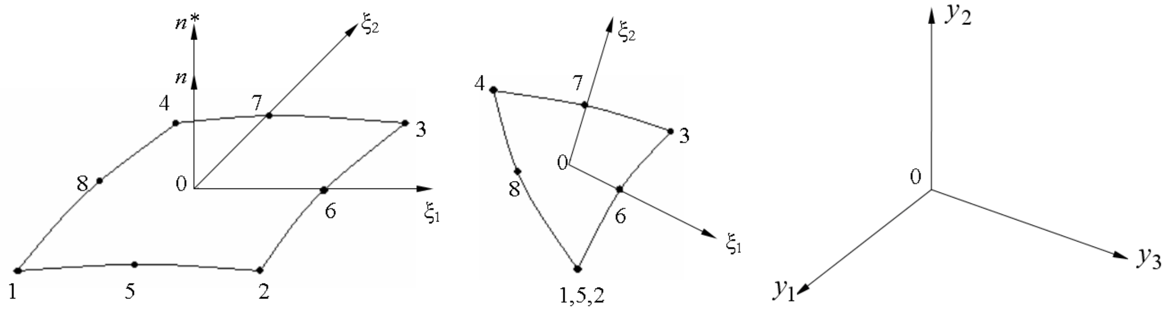


Рис. 7

Далее определяется естественный базис, метрический тензор и единичная внешняя нормаль на элементе.

Граничные поля $(\tilde{\upsilon},\tilde{t})$ интерполируются через узловые значения. Рассматриваем случай, называемый согласованным интерполированием, когда для аппроксимации обобщенных граничных перемещений применяем билинейные элементы, а для аппроксимации обобщенных поверхностных сил – постоянные элементы.

Для получения дискретного аналога ГИУ применяем метод коллокации. В качестве узлов коллокации выбираются узлы аппроксимации исходных граничных функций. В итоге формируются дискретные аналоги исходных ГИУ в виде систем линейных алгебраических уравнений.

В **главе III** приведена блок-схема решения краевой задачи на основе МГЭ; представлен пример входного потока задания для компьютерного моделирования краевой задачи; приведены результаты ГЭ-решений задач.

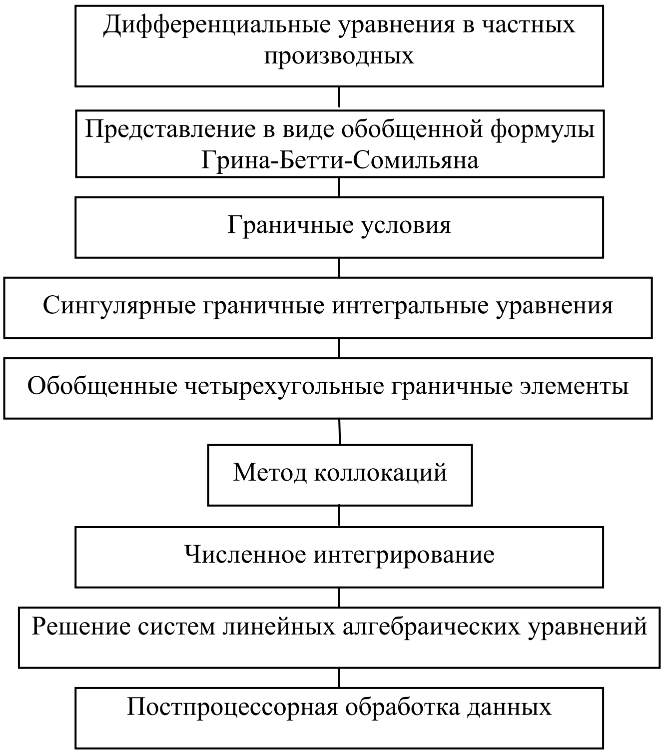


Рис. 8

В первом параграфе приведена блок-схема решения краевой задачи на основе МГЭ (рис. 8); на примере задачи о действии силы на пороупругое призматическое тело представлен входной поток задания для компьютерного моделирования краевой задачи. Во втором параграфе рассмотрена задача о действии скачка давления на торец однородного призматического пороупругого тела (рис. 9) со следующими параметрами материала: $K = 8 \cdot 10^9\ Н/м^2$, $G = 6 \cdot 10^9\ Н/м^2$, $R = 4{,}7 \cdot 10^8\ Н/м^2$, $k = 1{,}9 \cdot 10^{-10}\ м^4/Нс$, $\rho = 2458 кг/м^3$, $\alpha = 0{,}867$, $\phi = 0{,}19$, $\rho_f = 1000 кг/м^3$. Нагрузка, действующая на тело $t_2 = 1 Н/м^2$. Гранично-элементная сетка состоит из 504 элементов. Дано исследование для полной и упрощенной моделей Био. Для полной модели Био приведен результат гранично-элементного исследования по исправленным (новым) и ошибочным ядрам (рис. 10, 11). Графики, изображенные сплошной линией, соответствуют точному решению, штриховой – решениям, полученным по новым ядрам, пунктирной –

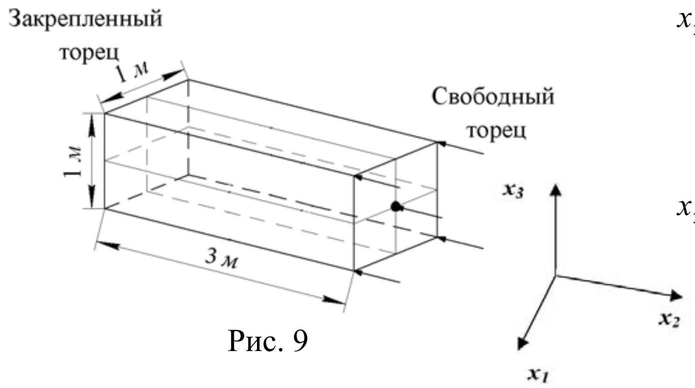


Рис. 9

Граничные условия:

$x_2 = 0$:

известные: $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0,$
$q = 0$,

неизвестные: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,\ p$

$x_2 = l$:

известные: $\sigma_1 = 0,\ \sigma_2 = -1/s,$
$\sigma_3 = 0,\ p = 0$,

неизвестные: $u_1,\ u_2, u_3,\ q$,

Граничные условия (боковая поверхность):

известные: $u_1 = 0, u_3 = 0, \quad \sigma_2 = 0,\ q = 0$

неизвестные: $u_2,\ \sigma_1, \sigma_3,\ p$

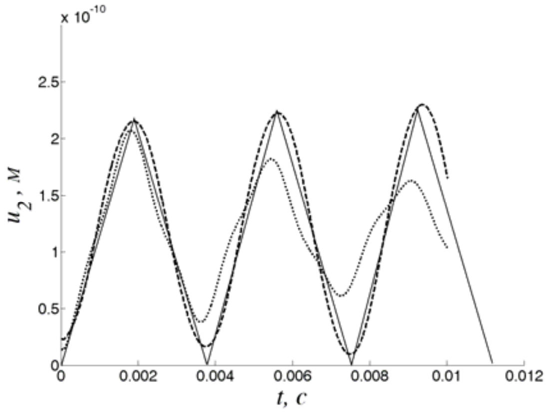


Рис. 10

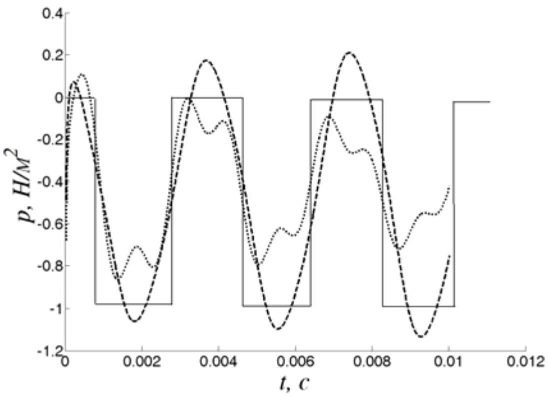


Рис. 11

по ошибочным ядрам, полученным M. Schanz (2001). Гранично-элементная схема, построенная на основе метода Дурбина, квадратур сверток и нового метода численного обращения преобразования Лапласа, продемонстрировала возможность получения высокоточных значений искомых граничных функций. Соответствующий набор параметров схем позволяет получить графически неразличимые численные решения.

В третьем параграфе приведено ГЭ-решение задачи (рис. 12) о действии вертикальной силы $t_3(t) = P_0 f(t)$, $P_0 = -1000 Н/м^2$, $f(t) = H(t)$ на дневную поверхность пороупругого полупространства, со следующими параметрами материала: $E = 2,544 \cdot 10^8 \, H / м^2$; $\nu = 0,298$; $k = 3,55 \cdot 10^{-9} \, м^4 / Hc$; $R = 1,2 \cdot 10^9 \, H / м^2$; $\rho = 1884 кг / м^3$; $\rho_f = 1000 кг / м^3$; $\phi = 0,48$; $\alpha = 0,98$. Поверхность полупространства описывается регулярной ГЭ-

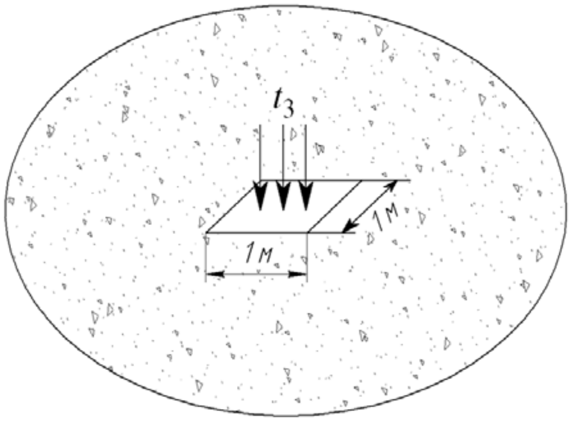


Рис. 12

сеткой, состоящей из 3088 элементов. Проведенное исследование показало, что созданные ГЭ-схемы на основе метода Дурбина, метода квадратур сверток и нового (шагового) метода численного обращения преобразования Лапласа, дают близкие результаты. ГЭ-дискретизация выбрана из анализа соответствующей задачи для упругого случая. На рис. 13, 14 приведены соответственно вертикальные и горизонтальные перемещения на расстоянии $20м$ от области нагружения. Пунктирной линией приведены результаты, полученные в расчетах M. Schanz и D. Pryl (2005). Дано обоснование отличий: эффект падения амплитуды за фронтом волны Рэлея для пороупругого случая в результатах M. Schanz и D. Pryl (2005) порожден недостатками ГЭ-схемы этих авторов.

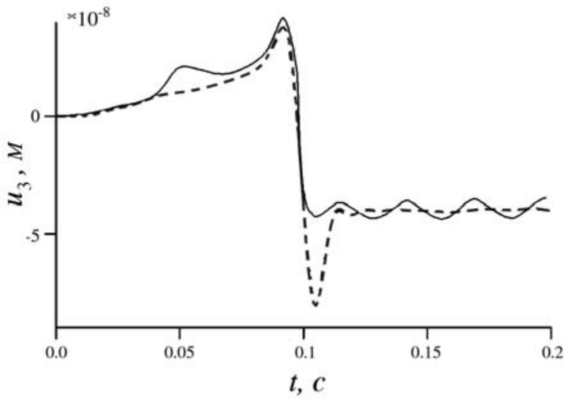


Рис. 13

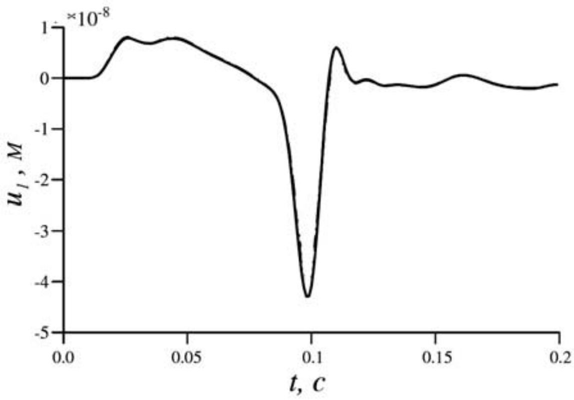


Рис. 14

На рис. 15 приведены отклики поверхностных давлений в зависимости от расстояния от места действия силы до места снятия отклика (соответственно 6, 12 и 20 *м*).

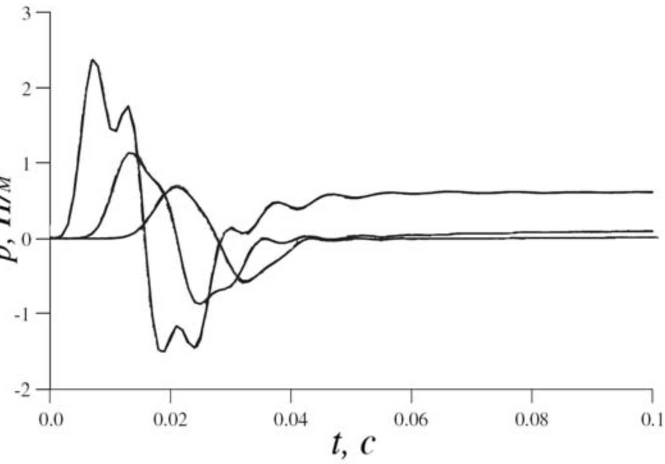


Рис. 15

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

<u>Основные результаты и выводы</u>

1. Развита методика численного решения систем ГИУ прямого подхода в сочетании с методами квадратур сверток и Дурбина для анализа динамики трехмерных пороупругих однородных тел.
2. Разработан новый метод численного обращения преобразования Лапласа в сочетании с формулами Левина и Филона и проведен численный анализ на его основе задачи о действии сосредоточенного источника в трехмерной пороупругой среде.
3. Численно исследовано влияния на динамику отклика перемещений:
   - эффекта перехода свойств пороупругого материала из сжимаемого состояния в несжимаемое;
   - величины коэффициента проницаемости.
4. Получены ГЭ-решения следующих волновых задач:

– о действии скачка давления на торец однородного пороупругого призматического тела;
– о действии вертикальной силы на поверхность пороупругого полупространства.

Основные результаты и защищаемые положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Аменицкий А.В. и др. Гранично-элементная методика решения трехмерных нестационарных динамических задач теории упругости и вязкоупругости // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз.сб. – Н.Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та. –2005.– Вып. 67. – С. 91-101.
2. Аменицкий А.В. и др. Гранично-элементное моделирование нестационарного деформирования трехмерных элементов конструкций // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Механика. – Н.Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та. – 2006. – Вып. 1(7). – С. 76-89.
3. Аменицкий А.В., Игумнов Л.А., Карелин И.С. Развитие метода граничных элементов для решения проблемы распространения волн в пористых средах // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ. – 2008. – Вып. 70. – С. 71-78.
4. Аменицкий А.В., Белов А.А., Игумнов Л.А., Карелин И.С. Граничные интегральные уравнения для решения динамических задач трехмерной теории пороупругости // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз.сб. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ. – 2009. – Вып. 71. – С. 164-171.

5. Аменицкий А.В. Гранично-элементный расчет динамики однородных пороупругих тел // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз.сб. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ. – 2009. – Вып. 71. – С. 178-183.
6. Аменицкий А.В., Белов А.А., Игумнов Л.А. Гранично-элементное решение динамической осадки пороупругой колонны // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз.сб. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ. – Вып. 72. – 2010. (в печати).

Другие публикации

7. Аменицкий А.В., Белов А.А. Численное решение граничных интегральных уравнений трехмерной динамической теории упругости с использованием преобразования Лапласа // X Нижегородская сессия молодых ученых. Математические науки: Тезисы докладов. – Н.Новгород: Изд-во Гладков О.В. – 2005. – С. 13-14.
8. Аменицкий А.В., Белов А.А., Шишкова Е.А. Исследование влияния вязкоупругих свойств материала на волновые поля в элементах конструкций // Фундаментальные проблемы машиноведения: Новые технологии и материалы. Всероссийская научно-техническая конференция, посвященная 20-летию Нижегородского филиала ИМАШ РАН им. А.А. Благонравова. Тезисы докладов. – Н.Новгород: Издание ЗАО «Интек-НН». – 2006. – С. 14.
9. Аменицкий А.В., Дьянов Д.Ю., Ермолаев М.Д. Численно-аналитическое исследование поверхностных волн методом матриц Грина // XII Нижегородская сессия молодых ученых. Технические науки: Материалы докладов. – Н.Новгород: Изд-во ИП Гладкова О.В. – 2007. – С. 48.

10. Аменицкий А.В., Белов А.А., Игумнов Л.А., Литвинчук С.Ю. Гранично-элементное моделирование на основе квадратур сверток динамического состояния составных упругих тел // Вычислительная механика сплошных сред. – Пермь: Изд-во ИМСС УрО РАН. – 2008. – Т.1, №3. – С. 5-14.
11. Аменицкий А.В., Колчин Н.В., Литвинчук С.Ю. Метод граничных элементов на основе модификации алгоритма Дурбина // XIII Нижегородская сессия молодых ученых. Математические науки. – Н.Новгород: Гладкова О.В. – 2008. – С. 43-44.
12. Аменицкий А.В., Игумнов Л.А., Карелин И.С. Гранично-элементное моделирование распространения волн в среде Био // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды XII международной конф., г. Ростов-на-Дону, 2008. – Ростов-на-Дону: Изд-во ООО «ЦВВР». – 2008. – С. 9-12.

Подписано в печать .11.2010. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1. Заказ № . Тираж 100.

Отпечатано в типографии ННГУ им. Н.И. Лобачевского
603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37