

*На правах рукописи*

ШМЕЛЕВ Алексей Вячеславович

**нелинейная динамика кольцевых соединений фазовых систем**

Специальность 01.04.03 - радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород - 2011

Работа выполнена в Нижегородском государственном университете  
им. Н.И. Лобачевского

**Научный руководитель:**

д.ф.-м.н., профессор В.В. Матросов

**Официальные оппоненты:**

д.ф.-м.н., профессор В.П. Пономаренко,

д.т.н., профессор Ю.И. Савватеев

Ведущая организация – Федеральное государственное унитарное  
предприятие “Нижегородский научно-исследователь-  
ский приборостроительный институт «Кварц»”

Защита состоится в час. на заседании диссертационно-  
го совета Д 212.166.07 при Нижегородском государственном университете  
им.Н.И.Лобачевского по адресу: 603950, Н.Новгород, ГСП-20, проспект Га-  
гарина, 23, корп.1, ауд.420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке  
Нижегородского государственного университета им.Н.И.Лобачевского

Автореферат разослан мая 2011 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

В.В. Черепенников

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В технике связи и управления, радиоавтоматике, радиоизмерительных комплексах, телекоммуникациях, компьютерах и других электронных устройствах широко применяются системы фазовой автоподстройки частоты – ФАП. Эти системы называют системами фазовой синхронизации (СФС), фазовыми системами или системами с фазовым управлением. С их помощью решаются многочисленные научно-технические задачи: синхронизация регулярных колебаний, умножение и преобразование частоты, частотная фильтрация, модуляция и демодуляция, оптимальный прием и следящая оценка параметров сложных сигналов, выделение опорного колебания для когерентного детектирования, восстановление сигнала из зашумлённого коммуникационного канала, распределение сигналов синхронизации в цифровых логических схемах, таких, как микропроцессоры, ПЛИС и т.д. Однако в практических приложениях ФАП часто возникают сложности из-за противоречивых требований, предъявляемых к различным характеристикам системы – полосе захвата, фильтрующим свойствам, быстродействию, вероятности срыва слежения и др. Одним из способов устранения возникающих противоречий является объединение нескольких систем ФАП в ансамбль. Применение взаимосвязанных систем позволяет существенно улучшить технические характеристики радиотехнических систем передачи и обработки информации<sup>1</sup>.

В последнее время получили развитие новые перспективные направления, одно предусматривает использование паразитных режимов ФАП, в частности, для построения генераторов со сложной (хаотической) угловой модуляцией, второе – использование принципа фазовой автоподстройки для синхронизации хаотических колебаний. При решении новых задач, также как в традиционном использовании ФАП, возникают проблемы, которые

---

<sup>1</sup>Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972; Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении М.: Сов.радио.1978.; Витерби Э.Д. Принципы когерентной связи. М.: Сов.радио. 1970.; Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной М.: Радио и связь, 1982. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации / Под ред. Шахгильдяна В.В. М.: Радио и связь, 1989.

удается решить в рамках взаимосвязанных систем<sup>2</sup>.

Характерной особенностью рассматриваемого класса систем является наличие цепей управления по фазе или частоте. Именно эти цепи позволяют решать задачу стабилизации частоты управляемых генераторов относительно регулярных опорных сигналов в большом диапазоне начальных рассогласований. Эти же цепи вне области синхронизации предоставляют широкие возможности для возбуждения разнообразных автомодуляционных колебаний. К преимуществам рассматриваемых систем следует отнести и тот факт, что они легко объединяются в ансамбли, как через основные сигналы управляемых генераторов, так и через сигналы фазовых рассогласований цепей управления. Все это определяет большое разнообразие ансамблей при неизменности парциального элемента. Для рассматриваемых ансамблей примечательно то, что здесь динамические свойства автогенераторных систем определяются не только параметрами самих систем, но и структурой и силой связей между системами.

Ансамбли взаимосвязанных фазоуправляемых генераторов являются одним из видов многоэлементных автоколебательных систем, к которым в настоящее время проявляется большой интерес не только в радиофизике, но и в биологии, химии, экономике и т.д. Этот интерес продиктован с тем, что динамика индивидуального элемента здесь описывается дифференциальными уравнениями маятникового типа, определенными в цилиндрических фазовых пространствах. Часто такие динамические системы называют фазовыми системами, поскольку в динамических уравнениях циклическая (угловая) координата, как правило, ассоциируется с фазой колебаний. Отметим, что при описании динамики нелинейных систем циклические переменные могут входить в модели естественным образом, как, например, в задаче Жуковского о планирующем полете или при описании поведения маятника<sup>3</sup>, фазоуправляемых генераторов<sup>1</sup>, джозефсоновского контакта<sup>4</sup>, так

---

<sup>2</sup>Матросов В.В., Шалфеев В.Д. Динамический хаос в фазовых системах. Н.Новгород, Изд-во ННГУ, 2007. С. 258.

<sup>3</sup>Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959.

<sup>4</sup>Лихарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М. Наука, 1985.

и в результате некоторых преобразований фазовых координат, например, при переходе к укороченным уравнениям в системах близких к гармоническому осциллятору<sup>3</sup>, либо путем введения понятия фазы для колебаний систем<sup>5</sup>, определенных в декартовой системе координат. Независимо от способа введения фазы модели фазовых систем представляют огромный интерес для понимания общих закономерностей коллективного поведения ансамблей связанных активных элементов, в частности, явления синхронизации колебаний.

К настоящему времени теория фазовых систем достаточно хорошо развита, благодаря работам Ю.Н. Бакаева, Л.Н. Белюстиной, В.Н. Белых, М.В. Капранова, В.Н. Кулешова, Г.А. Леонова, А.А. Ляховкина, В.В. Матросова, В.И. Некоркина, В.П. Пономаренко, В.И. Тихонова, Н.Н. Удалова, В.Д. Шалфеева, В.В. Шахгильдяна, Б.И. Шахтарина, W.C. Lindsey, A.J Viterbi и др. Что касается анализа динамики ансамблей взаимосвязанных ФАП, то здесь исследования далеки от завершения.

Все вышесказанное делает актуальным исследование сложных режимов нелинейной динамики ансамблей автогенераторных систем с фазовым управлением. Объектом, исследования в настоящей работе являются малые ансамбли фазоуправляемых генераторов с кольцевым типом объединения. Такие ансамбли отличаются от уже изученных (цепочек с каскадным, параллельным, перекрестным соединением, ансамблей фазовых систем соединенных через фазовые рассогласования и т.п.) отсутствием опорного генератора.

**Цель работы** – изучение динамики малых ансамблей фазоуправляемых генераторов с кольцевым типом объединения, анализ динамических режимов и их свойств от параметров систем и связей, выявление возможности управления динамическими режимами генераторов ансамбля с помощью параметров цепей управления и связей. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

---

<sup>5</sup>Пиковский А., Роземблум М., Ю.Куртс. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.

- построить модель ансамбля ФАП с кольцевым типом соединения при учете дополнительных связей по цепям управления в символическом виде и динамические модели в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений;
- установить соответствие между аттракторами математической модели и динамическими режимами ансамбля;
- методами теории колебаний исследовать синхронные режимы генераторов ансамбля – определить точность синхронизации, рассмотреть вопросы локальной и глобальной устойчивости синхронного режима, в пространстве параметров выделить области удержания и захвата в режим синхронизации, изучить поведение ансамбля на границе выделенных областей, проанализировать влияние параметров систем и связей на синхронные режимы;
- методами теории колебаний исследовать квазисинхронные режимы генераторов ансамбля – изучить механизмы возникновения регулярных режимов и сценарии их хаотизации, в пространстве параметров выделить области существования и глобальной устойчивости квазисинхронных режимов, изучить поведение ансамбля на границе выделенных областей;
- провести моделирование динамики кольцевого соединения ФАП в системе автоматизированного проектирования ADS (Advanced Design System фирмы Agilent Technologies) – установить возможные динамические режимы, проанализировать их свойства и возможные бифуркационные переходы.

**Научная новизна работы.** В диссертации впервые проведено комплексное исследование динамики кольцевых соединений систем ФАП. Получены следующие новые результаты:

- построены модель ансамбля ФАП с кольцевым типом соединения при учете дополнительных связей по цепям управления в символическом виде

и динамические модели в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений для ФАП с фильтрами первого порядка;

– установлено, что объединение в кольцо систем ФАП, обладающих простой индивидуальной динамикой, ведет к появлению новых динамических режимов как регулярных, так и хаотических, к возникновению в пространстве параметров областей с мультстабильным поведением. Выявлен богатый набор сценариев поведения систем при изменении параметров. Впервые показано, что инерционность цепей управления в зависимости от параметров связей может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее действие на синхронный режим;

– установлено, что при объединении в кольцо систем ФАП, обладающих простой индивидуальной динамикой, ведет к появлению новых динамических режимов как регулярных, так и хаотических, к возникновению в пространстве параметров областей с мультстабильным поведением, выявлен богатый набор сценариев поведения систем при изменении параметров. Впервые показано, что инерционность цепей управления в зависимости от параметров связей может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на синхронный режим;

– в результате рассмотрения динамики кольца из трех фазоуправляемых генераторов с фильтрами первого порядка без дополнительных связей, установлено, что кольцо из трех ФАП демонстрирует все возможные типы режимов (в рамках введенной классификации динамических режимов): синхронные, регулярные и хаотические режимы глобальной и частичной квазисинхронизации, регулярные и хаотические режимы биений, что позволяет модель ансамбля из трех элементов рассматривать как базовую для изучения динамических режимов кольцевых соединений фазовых систем.

**Теоретическая и практическая значимость результатов.** Результаты изучения областей существования динамических режимов, условий их устойчивости и реализации могут использоваться как при создании радиотехнических устройств синхронизации и слежения регулярных сигналов, так и при конструировании генераторов хаотических колебаний.

Результаты исследования (оценки областей существования различных динамических режимов и сведения о структуре этих областей, условиях реализации динамических режимов и их бифуркациях) представляют интерес для развития теории коллективной динамики систем. Результаты работы, связанные с анализом сложных режимов поведения фазовых систем имеют большое значение при решении задач создания на базе исследуемых систем устройств с новыми функциональными возможностями.

Проведенные в диссертации исследования выполнены на основе моделей, являющихся базовыми в теории нелинейных колебаний, поэтому результаты представляют интерес для других приложений (взаимосвязанные джоуфсоновские контакты, объекты типа "взаимосвязанные ротаторы", сети генераторов, кольцевые автоколебательные системы и т.д.).

#### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Структура и математические модели ансамблей систем ФАП с кольцевым типом объединения.

2. Сведения о синхронных режимах двух и трех систем ФАП объединенных в кольцо с дополнительными связями по цепям управления – условия существования и устойчивости синхронного режима, зависимости фазовых ошибок синхронизации от начальных частотных расстройек, инерционностей цепей управления, параметров связей.

3. Сведения о квазисинхронных режимах двух и трех систем ФАП объединенных в кольцо – механизмы возникновения, сценарии хаотизации колебаний, области существования и глобальной устойчивости квазисинхронных режимов, свойства квазисинхронных режимов и их зависимость от параметров модели.

4. Результаты моделирования динамики кольцевых соединений ФАП в пакете программ ADS, подтверждающие адекватность математической модели, выявленных динамических режимов, сценариев возникновения регулярных и хаотических колебаний.

**Обоснованность научных положений и выводов**, полученных в диссертации обеспечивается строгостью применяемого аппарата качественной



теории нелинейных колебаний. Достоверность результатов работы подтверждается сопоставлением аналитических результатов и выводов, полученных прямым численным моделированием, а также в пакете ADS, согласованием некоторых положений и выводов с результатами известными из литературы.

**Публикации и апробация результатов.** Результаты диссертации отражены в 11 публикациях, в том числе представлены тремя публикациями в российских научных журналах, рекомендованных ВАК и 8 публикациями в сборниках трудов российских и международных конференций.

Результаты диссертации докладывались на Всероссийской конференции “Нелинейные колебания механических систем” (Н.Новгород, 2008), на научных конференциях по радиофизике (Н.Новгород, ННГУ, 2008, 2009, 2010), на Нижегородских сессиях молодых ученых (Н.Новгород, 2009, 2010), на 9-ой международной школе “Хаотические автоколебания и образование структур – ХАОС-2010”, (Саратов, 2010), на конференции молодых ученых “Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики. XV Научная школа «Нелинейные волны - 2010»” (Н.Новгород, 2010).

Исследования, результаты которых вошли в диссертационную работу, выполнялись при поддержке гранта РФФИ №10-02-00865, ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 гг. (контракты №П2308, №02.740.11.0565, №02.740.11.0075).

**Личный вклад соискателя.** Диссертанту принадлежит участие в постановке задачи, непосредственное проведение теоретических и компьютерных исследований и интерпретация результатов.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и изложена на 139 страницах, включает 45 рисунков. Список литературы содержит 119 наименований и занимает 15 страниц.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дана общая характеристика работы: обоснована актуальность, сформулированы цель исследования и основные результаты работы,

приведены сведения об апробации и практическом использовании результатов, кратко изложено содержание работы.

**В Первой главе** приводятся сведения о динамике парциального элемента: структурная схема ФАП, символическое динамическое уравнение, динамические уравнения, сведения о динамических режимах и структуре пространства параметров моделей ФАП с фильтром первого и второго порядка. Далее приводятся сведения о динамике связанных ФАП: схемы ансамблей, соответствующие этим схемам математические модели, обсуждаются динамические режимы, анализируются особенности структур пространства параметров моделей с различными типами соединений. Рассмотрены малые и большие ансамбли с каскадным, параллельным, перекрестным типом соединений, а также объединение генераторов в ансамбль через сигналы фазовых рассогласований. Проанализированы методы и подходы исследования нелинейной динамики рассмотренных моделей в зависимости от типа связей и числа элементов в ансамбле. Установлено, что для малых ансамблей эффективным способом исследования является компьютерное моделирование базирующиеся на методах качественной теории динамических систем, для больших ансамблей широко используются методы построения пространственных диаграмм. В заключительном разделе главы обсуждается схема не изученного до сих пор кольцевого соединения ФАП (рис.1), строятся модели ансамбля, формулируются задачи их изучения, определяется соответствие аттракторов математических моделей динамическим режимам рассматриваемого ансамбля. В рассматриваемой схеме ансамбля, наряду с основными связями, организованы дополнительные связи в обратном направлении через сигналы фазовых рассогласований – сигнал с выхода фазового дискриминатора ФАП<sub>*i*</sub> с весовым коэффициентом  $\kappa_i$  подается в цепь управления ФАП<sub>*i-1*</sub>. Уравнения динамики кольца из  $n$  систем ФАП с дополнительными локальными связями могут быть представлены следующими символическими уравнениями для фаз колебаний генераторов:

$$p\theta_i = \omega_i - \Omega_i K_i(p) [F(\theta_i - \theta_{i-1}) + \kappa_{i+1} F(\theta_{i+1} - \theta_i)], \quad (1)$$

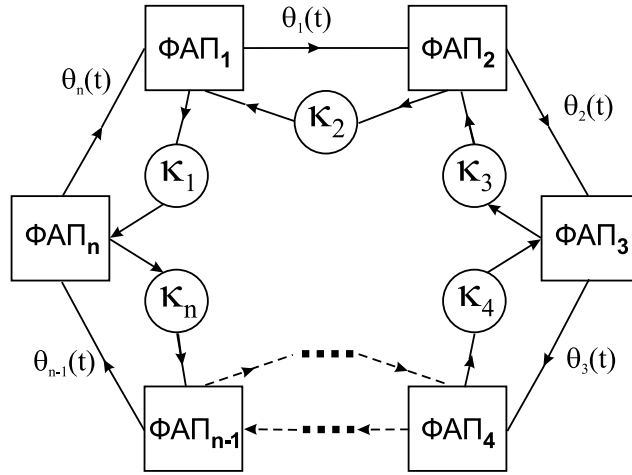


Рис. 1: Схема кольцевого соединения фазоуправляемых генераторов.

или разности фаз колебаний соседних генераторов:

$$\frac{p\varphi_i}{\Omega_1} = \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{\Omega_1} - b_i K_i(p)[F(\varphi_i) + \kappa_{i+1}F(\varphi_{i+1})] + b_{i-1} K_{i-1}(p)[F(\varphi_{i-1}) + \kappa_i F(\varphi_i)]. \quad (2)$$

Здесь  $i = \overline{1, n}$ ,  $i=0=n$ ,  $i=n+1=1$ ,  $p \equiv d/dt$  – оператор дифференцирования,  $\theta_i$  и  $\omega_i$  – фаза и свободная частота колебаний  $i$ -го генератора,  $\varphi_i(t) = \theta_i(t) - \theta_{i-1}(t)$ ,  $K_i(p)$  – операторный коэффициент передачи фильтра в цепи управления  $i$ -го генератора,  $\Omega_i$  – максимальная расстройка частот, которую способна скомпенсировать цепь управления  $\text{ФАП}_i$ ,  $b_i = \Omega_i/\Omega_1$ ,  $F(\varphi_i)$  – нормированная характеристика фазовых дискриминаторов,  $\kappa_i$  – параметры дополнительных связей. В модели (2) условия кольца позволяют уменьшить размерность модели на единицу.

**Во второй главе** исследуется модель кольца из двух фазоуправляемых генераторов с синусоидальной характеристикой фазовых дискриминаторов и фильтрами первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= y, & \frac{dy}{d\tau} &= z, \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \frac{dz}{d\tau} &= \gamma - [(1 - \kappa_1)b + 1 - \kappa_2] \sin \varphi - \{1 + [\varepsilon_1(1 - \kappa_1)b + \\ &+ \varepsilon_2(1 - \kappa_2)] \cos \varphi\} y - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) z, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tau = \Omega_1 t$  – безразмерное время,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – параметры фильтров,  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  – параметры связей.

Результаты проведенных исследований свидетельствуют, что при объединении двух фазовых систем в кольцо и введение дополнительных связей существенным образом изменяет динамику парциальных элементов. Показано, что в ансамбле, наряду с режимами синхронизации и простых регулярных биений, характеризующих индивидуальную динамику элементов, могут реализовываться регулярные квазисинхронные, сложные регулярные и хаотические режимы биений. Найдено два типа режима синхронизации: синфазный и противофазный. Наличие синфазного или противофазного режима определяется параметрами дополнительных связей  $\kappa_1, \kappa_2$  и соотношением полос удержания  $b$ . Получены аналитические условия устойчивости синхронных режимов, в пространстве параметров выделены области глобальной устойчивости синхронных режимов, изучены механизмы срыва и установления режима синхронизации при различных соотношениях параметров системы, а также сценарии развития хаотических асинхронных режимов. Показано, что инерционность цепей управления в зависимости от параметров связей может оказывать как стабилизирующее, так и дестабилизирующее влияние на синхронный режим. Установлено, что бифуркационные

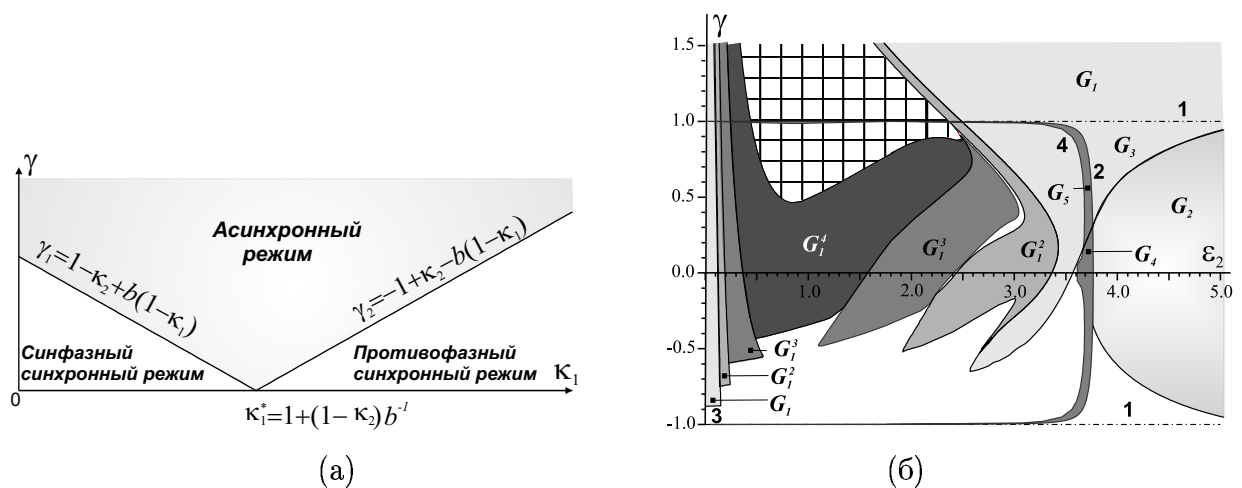


Рис. 2: Структура пространства параметров модели (3) при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$  (а);  $\varepsilon_1 = 4$  (б).

переходы от одного вращательного аттрактора к другому могут сопровождаться скачкообразными изменениями в характеристиках динамического режима, в частности, переходом режима биений на новую частоту. Данный

эффект позволяет использовать ансамбль в качестве делителя частоты.

**В третьей главе** исследуется модель ансамбля из трех фазоуправляемых генераторов с фильтрами первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{d\tau} &= y_1, \\ \varepsilon \frac{dy_1}{d\tau} &= \gamma_1 - y_1 - (1 - \kappa_1) \sin \varphi_1 - \kappa_2 \sin \varphi_2 - \sin(\varphi_1 + \varphi_2), \\ \frac{d\varphi_2}{d\tau} &= y_2, \\ \varepsilon \frac{dy_2}{d\tau} &= \gamma_2 - y_2 + \sin \varphi_1 - (1 - \kappa_2) \sin \varphi_2 + \kappa_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varphi_1(\varphi_2)$  - разности фаз колебаний первого и третьего (второго и первого) генераторов,  $y_1(y_2)$  - соответствующие разности частот,  $\varepsilon = \Omega_1 T$  - инерционность фильтров,  $\kappa_{1,2,3}$  - дополнительные связи.

В пространстве параметров выделены области с различным динамическим поведением (рис.3). Изучены бифуркационные механизмы возникновения режимов глобальной и частичной квазисинхронизации, сценарии хаотизации регулярных колебаний. Показано, что рассматриваемый ансамбль обладает высокой степенью мультистабильности и демонстрирует гистерезисные явления при вариациях параметров.

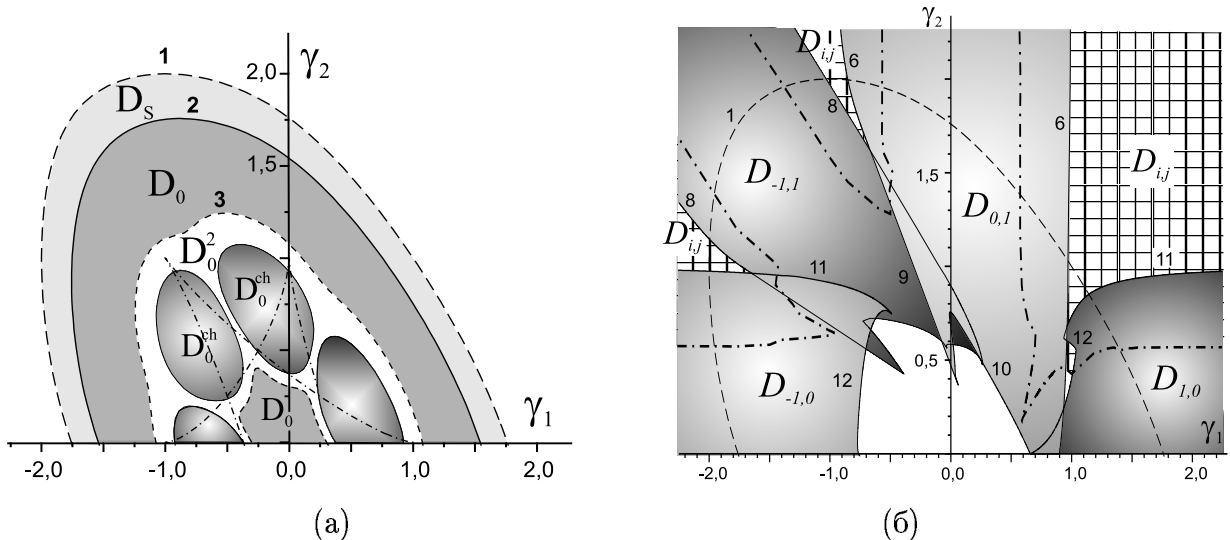


Рис. 3: Структура плоскости параметров  $(\gamma_1, \gamma_2)$  модели (4) при  $\varepsilon = 4.3$ . Области существования синхронного режима и режимов глобальной квазисинхронизации (а). Области существования режимов частичной квазисинхронизации и режимов биений (б).

Установлено, что рассмотренное кольцо из трех фазоуправляемых генераторов с фильтрами первого порядка без дополнительных связей, в рамках введенной классификации динамических режимов, демонстрирует все возможные типы режимов: синхронные, регулярные и хаотические режимы глобальной и частичной квазисинхронизации, регулярные и хаотические режимы биений. Следовательно, введение дополнительных связей, а также увеличение числа элементов ансамбля не будет характеризоваться появлением новых режимов.

Изучено влияние связей на динамику ансамбля. Показано, что влияние дополнительных связей определяется их силой, т.е. совокупными значениями параметров  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ , характеризующих силу связей. Определен порог, разделяющий «слабые» и «сильные» связи, в пространстве параметров динамической модели этот порог определяется бифуркацией Богданова. Установлено, что слабые связи не приводят к качественным изменениям в динамике ансамбля, однако позволяют корректировать динамические характеристики ансамбля (величину ошибок синхронизации, областей захвата и удержания режима синхронизации). Сильные связи характеризуются появлением новых режимов, в частности, режимов глобальной квазисинхронизации и совместного существования двух режимов синхронизации. В пространстве параметров выделены области существования новых динамических режимов, изучены бифуркационные механизмы их возникновения. Показано, что в ансамблях с каскадным и кольцевым типом объединения увеличение силы дополнительных связей приводит к аналогичным перестройкам и структурам пространства параметров.

**В четвертой главе** исследуется динамика малых кольцевых ансамблей в среде схемотехнического моделирования ADS. В начале главы приводятся общие сведения и обзор методов исследования в пакете ADS, далее представлены модель парциальной ФАП и результаты ее исследования (анализ динамических режимов и характеристик). Моделирование проведено с ФАП, где в качестве генератора управляемого напряжением (ГУН) используется элемент VCO\_DivideByN, свободная частота которого 10МГц, фазовый

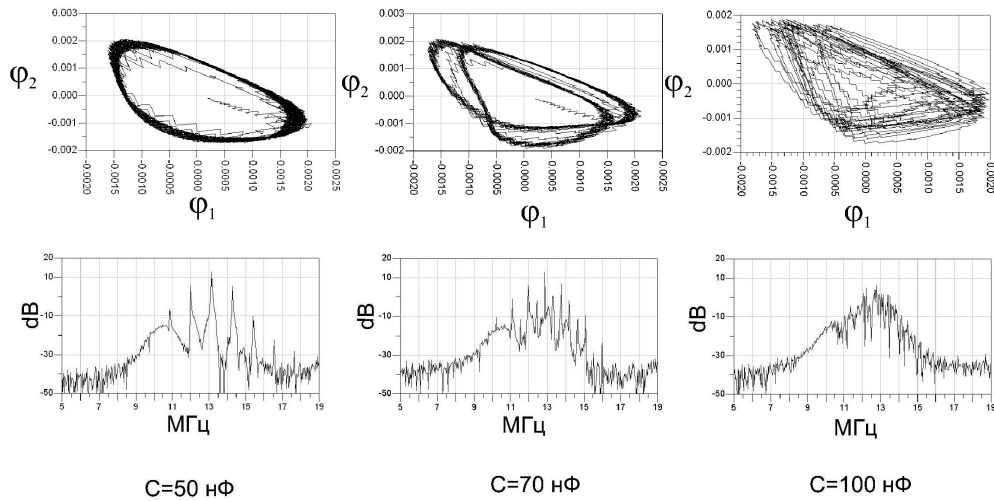


Рис. 4: Фазовые портреты квазисинхронных режимов и соответствующие им спектры мощности.

дискриминатор (ФД) моделируется элементом XOR\_PhaseDET, реализующий детектор Исключающее ИЛИ, фильтр нижних частот (ФНЧ) есть RC-цепочка. Основная часть главы содержит результаты моделирования кольца из трех ФАП. В кольце получены различные динамические режимы (синхронные, регулярные и хаотические квазисинхронные, биения) и их спектральные характеристики. Обнаружен переход к хаотически модулированным колебаниям через каскад бифуркаций удвоения периода (рис.4). Установлено, что с учетом пересчета параметров системы из стандартной математической модели в модель ADS сохраняются границы перехода из одного режима работы в другой. Полученные результаты согласуются с результатами исследования модели (4).

**В заключении** приведены краткие выводы и сформулированы основные результаты.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основными результатами диссертационной работы являются следующие:

1. Построена база моделей ансамбля фазоуправляемых генераторов с кольцевым типом объединения при учете дополнительных связей по цепям управления в символическом виде и в виде систем обыкновенных диффе-

ренциальных уравнений;

2. Для математических моделей кольцевого соединения фазовых систем введена классификация аттракторов, позволяющая идентифицировать разнообразные режимы коллективного поведения ансамбля по фазовым траекториям.

3. В рамках введенной классификации динамических режимов, установлено, что кольцо из трех ФАП демонстрирует все возможные типы режимов кольцевых соединений фазовых систем: синхронные, регулярные и хаотические режимы глобальной и частичной квазисинхронизации, регулярные и хаотические режимы биений. Отсюда следует, что ансамбль из трех элементов можно считать базовым для изучения динамических режимов такого класса ансамблей с большим числом элементов.

4. Впервые в широкой области значений параметров проведено подробное качественное и численное исследование режимов динамического поведения нелинейных моделей малых ансамблей фазоуправляемых генераторов с кольцевым типом объединения. в результате установлено, исследуемым ансамблям свойственна следующая совокупность режимов и бифуркационных явлений: синфазные и противофазные синхронные режимы, которые могут существовать совместно; автоколебательные режимы, в том числе сложные, определяемые многооборотными предельными циклами и хаотическими аттракторами в фазовом пространстве; все известные бифуркации предельных циклов коразмерности один; образование странных хаотических аттракторов по сценарию Фейгенбаума, через перемежаемость, в результате разрушения инвариантного тора; чередование регулярного и хаотического поведения при изменении параметров моделей. установлено сосуществование в фазовом пространстве различных аттракторов, являющихся причиной мультистабильности и гистерезисных явления в исследуемых системах.

5. В пространстве параметров исследуемых моделей выделены области существования режима синхронизации, регулярных и хаотических квазисинхронных режимов, режимов биений. Полученные результаты о расположении этих областей позволили выявить перестройки поведения систем при



изменении параметров и объяснить возникновение и развитие асинхронных режимов при срыве синхронизации. Результаты о сложных режимах поведения фазоуправляемых генераторов объединенных в кольцо имеют большое значение при решении задач создания на базе исследуемых систем устройств с новыми функциональными возможностями.

6. Результаты моделирования рассматриваемых ансамблей в среде схемотехнического моделирования ADS полностью согласуются с результатами исследований математических моделей, что подтверждает адекватность этих моделей и возможность практического использования этих результатов.

7. Полученные сведения о режимах и закономерностях динамического поведения могут быть применены при анализе моделей из других приложений (например, взаимосвязанные джозефсоновские контакты, объекты типа "взаимосвязанные ротаторы", сети генераторов и др.).

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Матросов В.В., Шмелев А.В. Нелинейная динамика ансамбля из двух фазоуправляемых генераторов с кольцевым типом объединения // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т.18. №4, с.67-80.
2. Матросов В.В., Шмелев А.В. Нелинейная динамика кольца из трех фазовых систем // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т.19. №1, с.123-136.
3. Шмелев А.В., Матросов В.В. Особенности динамики кольцевого соединения двух фазовых систем, синхронизованных в противофазе // Вестник ННГУ. Радиофизика. 2011. №2, с.53-59.
4. Шмелев А.В., Матросов В.В. Нелинейная динамика фазовых систем объединенных в кольцо // Труды 8-ой Всероссийской науч.конф. "Нелинейные колебания механических систем". Н.Новгород. 2008. С.341-344.
5. Шмелев А.В., Матросов В.В. Динамика двух фазовых систем, объединенных в кольцо // Труды Науч. Конференции по радиофизике, посвященной 90-й годовщине со дня рождения М.М. Кобрин /Ред. А.В.Якимов. Н.Новгород, ННГУ, 2008. С.92-94.
6. Шмелев А.В., Матросов В.В. О динамических режимах трех фазоуправляемых генераторов, объединенных в кольцо // Труды 13-й Науч. Конференции по радиофизике /Ред. А.В.Якимов. -Н.Новгород: ННГУ, 2009. С.77-78.
7. Шмелев А.В., Матросов В.В. Динамика кольца трех систем фазовой синхронизации // Труды XIV Нижегородской Сессии молодых ученых. Н.Новгород. 2009. С.23.
8. Шмелев А.В., Матросов В.В. Синхронные и квазисинхронные режимы кольцевого соединения трех фазовых систем // Тезисы докладов конференции молодых ученых. Фундаментальные и прикладные задачи

нелинейной физики. XV Научная школа "Нелинейные волны - 2010".  
Н.Новгород, 2010. С.134.

9. Шмелев А.В., Матросов В.В. Бифуркационный анализ динамики трех фазовых систем, объединенных в кольцо // Труды 14-й Научной конференции по радиофизике, посвященная 80-й годовщине со Дня рождения Ю.Н. Бабанова / Ред. С.М. Грач, А.В. Якимов, Н.Новгород: ННГУ, 2010, с.123-124.
10. Шмелев А.В. Моделирование динамики фазовых систем в пакете ADS. Материалы 9-ой Международной школы "Хаотические автоколебания и образование структур" 4-9 октября 2010г., Саратов, Россия, с.72.
11. Шмелев А.В., Матросов В.В. Регулярная и хаотическая динамика трех фазовых систем, объединенных в кольцо // Труды XV Нижегородской Сессии молодых ученых. Н.Новгород. 2010. С.96-97.