

На правах рукописи

Втюрин Максим Юрьевич

**Оптимальное проектирование элементов деформируемых
конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2006

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении
высшего профессионального образования «Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель – доктор физико-математических наук,
профессор А.К. Любимов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Н.В. Баничук

доктор физико-математических наук, с.н.с. Н.А. Абросимов

Ведущая организация – ГОУ ВПО Нижегородский государственный
технический университет

Защита состоится 21 декабря 2006 года в 14 часов на заседании
диссертационного совета Д 212.166.09 при Нижегородском
государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу:
603950, Н.Новгород, проспект Гагарина, 23, корпус 6.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной
библиотеке Нижегородского государственного университета им.
Н.И. Лобачевского

Автореферат разослан 20 ноября 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.166.09
кандидат технических наук, доцент

Б.В. Трухин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Одной из основных проблем современных отраслей промышленности является проблема повышения долговечности машин, деталей, узлов, элементов конструкций с учетом выполнения требований по прочности при одновременном снижении их материалоемкости. Непрерывное увеличение мощностей, скоростей, грузоподъемности и других параметров разрабатываемых машин и конструкций и связанный с этим рост напряженности их элементов приводит к тому, что указанную проблему можно решить лишь при использовании в процессе конструирования и расчета современных достижений науки о прочности.

В настоящее время большое значение при проектировании машин и конструкций имеет правильная оценка предельных состояний по критериям вязкого, хрупкого, малоциклового и многоциклового разрушения на стадии образования и развития трещин. Развитие механики разрушения дает возможность оценить работоспособность конструкции с учетом процессов накопления повреждений различной физической природы. При оценке долговечности конструкции одним из основных факторов является процесс накопления повреждений при многоцикловой усталости.

Выбор материала, определение формы, размеров элементов машин и конструкций, основанные на оценке предельных состояний и критериев прочности, - это лишь один из аспектов проблемы, стоящей перед проектировщиком. Из всех возможных вариантов проекта необходимо выбрать рациональный вариант, который обладал бы возможно большими достоинствами при сведении к минимуму недостатков.

В связи с этим представляется актуальной проблема разработки эффективных (в смысле точности и экономичности) методик, алгоритмов

и программ, ориентированных на оптимизацию элементов деформируемых конструкций при условии удовлетворения требованиям по долговечности, прочности, жесткости, а также требованиям, предъявляемым к геометрическим характеристикам.

Цели диссертационной работы формулируются следующим образом:

- Разработка постановок задач оптимального проектирования элементов деформируемых конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности.
- Создание эффективной методики решения формулируемых оптимизационных задач с использованием имитационного подхода.
- Разработка алгоритмов и программ, реализующих указанную методику.
- Проведение численных исследований и решение новых прикладных оптимизационных задач из практики реального проектирования.

Научная новизна.

Разработаны детерминированные постановки задач оптимального проектирования элементов деформируемых конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности, а также ограничений по прочности и жесткости.

Разработана эффективная методика численного решения задач оптимального проектирования с учетом ограничений по усталостной долговечности на основе метода конечных элементов, теории накопления усталостных повреждений и имитационного подхода.

Впервые проведена адаптация имитационного подхода к решению задач оптимального проектирования с учетом ограничений по усталостной долговечности и интеграция программ, реализующих

указанный метод, с программами анализа и оценки долговечности проектируемых конструкций.

Достоверность.

Достоверность и эффективность разработанной методики и программ подтверждается сравнением полученных результатов с результатами решения задач, полученными различными методами другими авторами. Для оценки качества методик и программ были рассмотрены задачи аналитические, численные и графические решения которых были найдены автором.

Практическая ценность.

Разработанные постановки задач оптимального проектирования и методика решения указанных задач позволяют существенно расширить класс решаемых оптимизационных задач.

Предлагаемая методика и пакет программ может использоваться в расчетной практике отраслевых НИИ, КБ предприятий для проектирования оптимальных по массе и долговечности конструкций.

Получены решения новых задач оптимального проектирования изделий машиностроения (кронштейн подвески, торсионная штанга), в которых наряду с требованиями по прочности рассматриваются требования, предъявляемые к долговечности элементов конструкции.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на:

- XX международной конференции «Механика оболочек и пластин», Нижний Новгород, 2002 г.
- VIII Нижегородской сессии молодых ученых «Математика и математическое моделирование», Саров, 2003 г.

- II научно технической конференции «Молодежь в науке», Саров, 2003 г.
- IX Нижегородской сессии молодых ученых «Технические науки», Дзержинск, 2004 г.
- Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи», Самара, 2004 г.
- IX Нижегородской сессии молодых ученых «Математика и математическое моделирование», Саров, 2004 г.
- III Всероссийской молодежной научно-технической конференции «Будущее технической науки», Нижний Новгород, 2004 г.
- XXXII Summer School – Conference «Advanced Problems in Mechanics», St. Petersburg (Repino), Russia, 2004.
- VI International Congress on Mathematical Modeling, Nizhni Novgorod, 2004.
- 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization Rio de Janeiro, 30 May - 03 June 2005, Brazil.
- XI Нижегородской сессии молодых ученых «Математика и математическое моделирование», Саров, 2006 г.

Публикации.

Основное содержание диссертационной работы отражено в 13 работах [1 - 13].

Структура и объем работы.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Основной печатный текст занимает 94 страницы, 15 рисунков, 18 страниц - список цитируемой литературы (172 наименования).

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении к диссертационной работе рассматриваются следующие вопросы: актуальность темы исследования, цель работы, ее научная новизна, достоверность полученных результатов и практическая ценность работы, содержатся сведения об апробации диссертационной работы, о публикациях по проведенным исследованиям, об объеме и структуре работы.

В первой главе содержится анализ работ, посвященных оптимальному проектированию элементов деформируемых конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности, прочности, жесткости и ограничений на управляемые параметры.

Дается обзор работ по оптимальному проектированию с учетом процессов накопления повреждений различной природы (ползучесть, химическое разрушение, рост усталостных трещин).

Оптимизация механических систем и конструкций является активно развивающимся современным направлением научных исследований. Теоретические разработки, решенные прикладные задачи в этой области весьма многочисленны, что наглядно иллюстрируется обзором отечественной и зарубежной литературы. Основные задачи оптимизации деформируемых систем сформулированы и решены в работах Н.В. Баничука, В.И. Бирюка, А.И. Виноградова, В.Б. Гринева, И.Б. Лазарева, Ю.Р. Лепика, В.Г. Литвинова, К.Л. Лурье, В.П. Малкова, А.Г. Угодчикова, В.В. Торопова, В.В. Троицкого, В.М. Фролова, А.А. Чираса и др.

Из зарубежных исследователей фундаментальным проблемам оптимального проектирования деформируемых конструкций посвятили работы Я. Арора, Г.Н. Вандерплаат, К.И. Мажид, Н. Ольхофф, Э. Хог, К.К. Choi, М.Р. Kamat, R.T. Haftka, Z. Gurdal, G.I.N. Rozvany, U.V. Venkaya и др.

Большая часть исследований в оптимальном проектировании

посвящена следующим задачам: минимизации веса конструкции при ограничениях по прочности; предельного снижения концентрации напряжений при выполнении условий на количество применяемого в конструкции материала; снижения веса при ограничении на жесткость конструкции, где в качестве меры жесткости конструкции рассматриваются смещения характерных точек конструкции или ее частей, величина работы внешних сил или энергия упругих деформаций, величины деформаций и максимальных прогибов тонкостенных конструкций; задачам оптимизации устойчивости упругих элементов конструкций. Перечисленные задачи относятся к числу классических проблем оптимального проектирования. Они возникают как при проектировании традиционных конструкций, так и при разработке уникальных изделий. Исследования в данном направлении были начаты давно и интенсивно развивались в последние десятилетия.

Последние достижения механики разрушения позволяют учитывать изменение от времени внутренних свойств, определяющих работоспособность конструкции в среде с переменными воздействиями. В связи с этим возникают новые оптимизационные задачи, формулируемые с учетом процессов накопления повреждений той или иной природы.

При анализе поведения конструкций, находящихся под действием переменных (детерминированных, стохастических) нагрузок, с учетом процессов накопления повреждений различной природы первостепенное значение имеет задача оценки времени накопления величины повреждения от начального до некоторого предельного значения. Общие подходы к исследованию подобных задач рассмотрены в работах В.В. Болотина, В.П. Когаева, П.А. Павлова, С.А. Тимашева и др.

В зависимости от задания исходной информации различают детерминированные и вероятностные постановки задач оптимального проектирования.

Формулировки детерминированных оптимизационных задач с учетом накопления повреждений при ползучести приведены в работе В.А. Заева, А.Ф. Никитенко, с учетом механического и химического разрушения – в работах Д.Г. Зеленцева, Ю.М. Почтмана.

Задачи оптимального проектирования с учетом роста усталостной трещины исследованы в работах Г.П. Черепанова, В.М. Смольского, Н.В. Баничука, Т.М. Криворучко, Ю.М. Почтмана, В.Г. Лагутина.

Весовые задачи оптимизации в вероятностной постановке с учетом процесса развития трещины в конструкции решали А.М. Арасланов, В.А. Жовдак, С.П. Иглин, Д.Д. Софронов.

Задачи, связанные с выбором оптимальных сроков осмотра, ресурса с учетом процесса роста трещины, рассмотрены в работах Е.Л. Зимонта, В.А. Копнова, С.А. Тимашева.

Многоцикловая усталость является наиболее частой причиной отказов и предельных состояний элементов деформируемых конструкций и деталей машин. Задачи оптимального проектирования с учетом процессов накопления повреждений при многоцикловой усталости рассматривали в своих работах Р.С. Фролов, Б.Я. Володарский, А.П. Петров, Ю.М. Почтман, Е.Л. Коган, I. Enevoldsen, S. Tadashi, S. Yasuyuki, T. Yukio, H. Bubenhausen, L. Harzheim, M.E. El-Sayed, С.М. Левина, N.C. Nigam, S. Narayanam, В.Г. Киселев, О.А. Сергеев, С.А. Сергеева, В.П. Малков, А.К. Любимов, О.В. Сарапов.

Значительный вклад в развитие задач оптимального проектирования с учетом процессов накопления повреждений при многоцикловой усталости внесли работы исследовательских групп которые возглавляли К.К. Choi и E. Schnack.

На основе анализа современного состояния рассматриваемой проблемы в работе делается вывод об актуальности задач оптимального проектирования деформируемых элементов конструкций с учетом процесса накопления усталостных повреждений при многоцикловой усталости.

Во второй главе разрабатываются постановки детерминированных задач оптимального проектирования элементов деформируемых конструкций с учетом ограничения по усталостной долговечности. Помимо указанного специфического ограничения предполагается, что имеют место также ограничения по прочности, жесткости, устойчивости и т. п.

В первом разделе главы формулируется общая постановка задачи параметрической оптимизации. Отмечается, что в качестве целевой функции либо в качестве одного из ограничений в задаче параметрической оптимизации может выступать функция усталостной долговечности, в связи с чем возникает вопрос оценки усталостной долговечности для конкретных значений управляемых параметров.

Второй раздел главы посвящен вопросу определения усталостной долговечности элемента деформируемой конструкции. Характер изменения напряжений в элементах конструкций в процессе эксплуатации разделяют на регулярный и нерегулярный. Регулярным нагружением называют нагружение, характеризующееся периодическим законом изменения напряжений во времени с одним максимумом и одним минимумом в течение одного периода при постоянстве параметров цикла напряжений в течение всего времени эксплуатации.

Регулярное нагружение может быть симметричным, пульсационным или асимметричным. Регулярное нагружение элементов конструкций встречается крайне редко.

Все другие типы нагружений (кроме регулярного) называют нерегулярными. К ним относятся бигармоническое нагружение,

полигармоническое, блочное и случайное нагружение.

Блочное нагружение может рассматриваться как результат схематизации случайного процесса нерегулярного нагружения. Основными методами схематизации в настоящее время считаются методы максимумов, экстремумов, размахов, полных циклов с различными видоизменениями. В работе вопрос схематизации не рассматривается, считается, что заданы все характеристики блочного процесса нагружения.

Блочное нагружение характеризуется многократным повторением одинаковых блоков, каждый из которых состоит из ряда ступеней нагружения $i = 1, 2, \dots, r$. Степень нагружения характеризуется амплитудой s_{ai} и числом ее повторения в одном блоке n_{is} , так что общее число циклов в одном блоке составляет

$$n_s = n_{1s} + n_{2s} + \dots + n_{rs} = \sum_{i=1}^r n_{is} .$$

Блочное нагружение может быть при постоянном среднем напряжении цикла s_m или иметь разные величины для отдельных ступеней s_{mi} . Блок нагружения при $s_m = const$, таким образом, задается таблицей, содержащей r пар чисел (s_{ai}, n_{is}) ($i = 1, 2, \dots, r$), где r - число ступеней в блоке.

При наличии среднего напряжения s_m или s_{mi} вычисляются приведенные к симметричному циклу эквивалентные амплитуды

$$s_{ainp} = s_{ai} + j s_m \text{ при } s_m = const ;$$

$$s_{ainp} = s_{ai} + j s_{mi} \text{ при } s_m \neq const ,$$

приводящие к такому же усталостному повреждению, как и при асимметричных циклах. Здесь j - коэффициент чувствительности материала конструкции к асимметрии цикла нагружения.

Общая наработка элемента конструкции за срок службы до появления усталостной трещины L определяется как:

$$L = I l_s ,$$

где I - число блоков нагружения до отказа, l_s - наработка детали за один блок нагружения (может измеряться в километрах пробега, в часах работы, в количестве технологических циклов и т. д.). Количество циклов за срок службы, соответствующее амплитуде s_{ai} , составляет $n_i = n_{is} I$. Число циклов в блоке нагружения n_s и суммарное число циклов до появления трещины N связаны соотношением

$$N = I n_s .$$

Используя информацию о кривой усталости материала и гипотезу суммирования усталостных повреждений Пальмгрена – Майнера, можно получить выражение для усталостной долговечности при блочном нагружении

$$N = \frac{n_s}{y} ,$$

где

$y = \sum_{i=1}^r \frac{n_{is}}{N_i}$ - повреждение за блок нагружения; здесь суммирование

распространяется на амплитуды, превышающие предел усталости, при использовании кривой усталости с горизонтальным участком.

Долговечность элементов конструкций и деталей машин так же, как и прочность, зависит от механических свойств материала типа напряженного состояния, его изменения во времени и других конструктивных и технологических факторов.

Характер напряженного состояния зависит от действующих на элемент конструкции нагрузок и его формы.

При проектировании современных конструкций и машин в их элементах чаще всего реализуется многоосное напряженное состояние при действии циклически повторяющихся нагрузок.

В случае многоосного напряженного состояния встает вопрос

выбора эквивалентных напряжений, которые устанавливают соответствие между сложным напряженным состоянием и одноосным. Если процесс нагружения циклически не симметричный, то определяются две характеристики - эквивалентное среднее и эквивалентное амплитудное напряжения в цикле нагружения. Переход к эквивалентным напряжениям в работе осуществляется следующим образом:

$$s_{mЭКВ} = s_{1m} + s_{2m} + s_{3m},$$

$$s_{aЭКВ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(s_{1a} - s_{2a})^2 + (s_{2a} - s_{3a})^2 + (s_{3a} - s_{1a})^2}.$$

Здесь s_{im} и s_{ia} ($i=1, 2, 3$) - соответственно среднее и амплитудное значения главных напряжений в цикле нагружения.

При наличии среднего напряжения $s_{mЭКВ}$ вычисляются приведенные к симметричному циклу амплитудные напряжения:

$$s_{пр} = \begin{cases} s_{aЭКВ} + j s_{mЭКВ} & \text{при } s_{aЭКВ} > 0, \\ s_{aЭКВ} & \text{при } s_{aЭКВ} < 0, \end{cases}$$

где j - коэффициент асимметрии цикла.

Используя выражение для приведенных напряжений и некоторую аппроксимацию кривой усталости (например

$$s_a^m N = \begin{cases} s_{-1}^m N_0 & , s_a > s_{-1}, \\ \infty & , s_a \leq s_{-1}, \end{cases}$$

где m и N_0 - постоянные для данного материала), полученную при одноосном напряженном состоянии, можно получить значение усталостной долговечности.

Третий раздел главы посвящен постановкам задач параметрической оптимизации с учетом ограничения по усталостной долговечности.

Рассматривается задача оптимизации по массе конструкции с учетом ограничения по усталостной долговечности (постановка 1). Задачи оптимизации по массе являются наиболее распространенными и

изученными в теории оптимального проектирования деформируемых конструкций. Существуют различные постановки такого типа задач с ограничениями по прочности, по жесткости, по устойчивости и т. п. Особенность рассматриваемой в работе постановки заключается в том, что наряду с перечисленными ограничениями дополнительно рассматривается ограничение на усталостную долговечность конструкции.

В качестве целевой функции выбирается масса конструкции $M(\mathbf{x})$, задача оптимизации принимает вид

$$M(\mathbf{x}^*) = \min_D M(\mathbf{x}), \quad (1)$$

область допустимых значений D определяется с учетом ограничений как по напряжениям, перемещениям и т. п., так и по усталостной долговечности:

$$D = \{\mathbf{x} : g_1(\mathbf{x}) \leq 0, g_k(\mathbf{x}) \leq 0, k = \overline{2, m}, x \in \Pi\}, \quad (2)$$

$$\Pi = \{\mathbf{x} : A_i \leq x_i \leq B_i, i = \overline{1, n}\}. \quad (3)$$

Ограничение по усталостной долговечности в каноническом виде записывается:

$$g_1(\mathbf{x}) = 1 - N(\mathbf{x}) / N^- \leq 0, \quad (4)$$

здесь $N(\mathbf{x})$ - усталостная долговечность конструкции, рассчитанная при определенных значениях компонент вектора управляемых параметров \mathbf{x} ; N^- - заданная нормативная долговечность конструкции.

Особенностью сформулированной задачи является то, что ограничение (4) параметрически зависит от величины накопленного повреждения в конструкции, а целевая функция и остальные ограничения от нее не зависят.

При постановке рассматриваемой задачи следует учитывать то, что предполагается работа конструкции в области многоциклового усталости, следовательно, нормативную долговечность следует задавать из этих соображений.

К задачам оптимального проектирования с учетом ограничения по усталостной долговечности (постановка 1) следует также отнести задачи весовой оптимизации, оптимизации стоимости конструкции и другие задачи, целевая функция в которых не зависит от величины накопленного повреждения при ограничениях на усталостную долговечность.

Наряду с приведенной постановкой возможна другая, менее распространенная, но не менее актуальная на сегодняшний день постановка оптимизационной задачи с учетом ограничения по усталостной долговечности (постановка 2).

В качестве целевой функции выбирается усталостная долговечность конструкции $N(\mathbf{x})$, тогда задача оптимизации примет вид:

$$N(\mathbf{x}^*) = \max_D N(\mathbf{x}) \quad (5)$$

Область допустимых значений определяется аналогично (2) – (3):

$$D = \{\mathbf{x} : g_1(\mathbf{x}) \leq 0, g_k(\mathbf{x}) \leq 0, k = \overline{2, m}, \mathbf{x} \in \Pi\}, \quad (6)$$

$$\Pi = \{\mathbf{x} : A_i \leq x_i \leq B_i, i = \overline{1, n}\}. \quad (7)$$

Ограничение по усталостной долговечности запишется аналогично (4):

$$g_1(\mathbf{x}) = 1 - N(\mathbf{x})/N^- \leq 0.$$

Особенностью данной задачи является то, что от величины накопленного повреждения зависит не только ограничение по усталостной долговечности, но и целевая функция.

Из практики реального проектирования задача (5) - (7) может возникнуть тогда, когда, например, из заданного количества материала требуется создать конструкцию, обладающую максимально возможной долговечностью, при заданных ограничениях на характеристики напряженно-деформированного состояния, то есть в качестве одного из ограничений в (6) присутствует ограничение на массу (объем) используемого материала.

Исследуя эту постановку задачи оптимизации, следует в первую

очередь обратить внимание на то, что усталостная долговечность выступает в качестве целевой функции.

В четвертом разделе второй главы предложенные постановки задач параметрической оптимизации с учетом ограничения по усталостной долговечности формулируются с учетом конечно-элементной идеализации проектируемой конструкции. Предполагается, что конструкция описывается с помощью линейно-упругой конечно-элементной модели, выполненной из изотропного материала.

Отмечается, что усталостная долговечность конструкции в случае ее конечно-элементного представления определяется наименьшей усталостной долговечностью составных элементов конструкции. Задача определения усталостной долговечности $N(\mathbf{x})$ деформируемой конструкции заключается в нахождении конечного элемента l конечно-элементной модели конструкции, для которого усталостная долговечность будет минимальна:

$$N(\mathbf{x}) = \min_l N_l(\mathbf{x}), \quad l = \overline{1, L}$$

где $N_l(\mathbf{x})$ - усталостная долговечность l -го конечного элемента для заданного вектора \mathbf{x} управляемых параметров, L - число конечных элементов модели.

Функции ограничений на напряжения, перемещения и усталостную долговечность носят локальный характер, и учет их для каждого конечного элемента модели конструкции существенно затрудняет решение задачи оптимального проектирования. В работе используется прием сведения ограничений на прочность и жесткость к системе ограничений на максимальные эквивалентные напряжения и максимальные перемещения в заданных подобластях:

$$g_l^{\Pi}(\mathbf{x}) = \frac{\max_{V_l} S_{\text{ЭКВ}}^{(l)}(\mathbf{x})}{[S]^{(l)}} - 1, \quad (l = \overline{1, L}),$$

$$g_l^{\text{ж}}(\mathbf{x}) = \frac{\max_{s_l} U^{(l)}(\mathbf{x})}{[U]^{(l)}} - 1, \quad (l = \overline{1, L}),$$

$$g_l^{\text{д}}(\mathbf{x}) = \frac{[N^-]^{(l)}}{\min_l N^{(l)}(\mathbf{x})} - 1, \quad (l = \overline{1, L}),$$

где

$\max_{V_l} S_{\text{ЭКВ}}^{(l)}(\mathbf{x})$ - максимальное эквивалентное напряжение в l -ом конечном

элементе, определяемое по принятой теории прочности,

$\max_{s_l} U^{(l)}(\mathbf{x})$ - максимальное обобщенное (в общем случае) перемещение

поверхности l -го конечного элемента,

$\min_l N^{(l)}(\mathbf{x})$ - минимальная усталостная долговечность l -го конечного

элемента,

$g_l^{\text{п}}$, $g_l^{\text{ж}}$, $g_l^{\text{д}}$ - ограничения по прочности, жесткости и усталостной долговечности соответственно.

Задача поиска максимума (5) - (7) сводится к минимизации с помощью одного из следующих преобразований

$$\max_D \left(\min_l N_l(\mathbf{x}) \right) \longrightarrow \min_D \left(- \min_l N_l(\mathbf{x}) \right), \quad l = \overline{1, L},$$

или

$$\max_D \left(\min_l N_l(\mathbf{x}) \right) \longrightarrow \min_D \left(\frac{1}{\min_l N_l(\mathbf{x})} \right), \quad l = \overline{1, L}.$$

В третьей главе изложена методика решения рассматриваемых задач параметрической оптимизации конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности на основе имитационного подхода.

В первом разделе главы проводится обзор работ, посвященных методам и подходам к оптимизации деформируемых конструкций.

Методы, позволяющие сократить вычислительные затраты при решении задач оптимального проектирования конструкций, описываемых сложной математической моделью, развиты в работах

Н.В. Баничука, И.Б. Лазарева, В.Д. Морозова, Ю.М. Почтмана, Р.Б. Рикардса и других.

Во втором разделе главы рассмотрены основные этапы решения задачи оптимального проектирования с учетом ограничения по усталостной долговечности. Сформулированные задачи параметрической оптимизации предлагается решать на основе имитационного подхода.

Основная идея имитационного подхода к оптимизации конструкций состоит в поэтапной замене детализированной модели конструкции (т.е. исходных неявных функций $C(\mathbf{x})$ (целевой) и $g_k(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m}$) имитационной моделью (т.е. явными функциями $\tilde{C}(\mathbf{x})$ и $\tilde{g}_k(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m}$), адекватной в некоторой подобласти исходной области поиска A_i, B_i , $i = \overline{1, n}$. Имитационная модель может быть использована в частной задаче параметрической оптимизации отдельного этапа, поскольку ее использование не требует больших вычислительных затрат.

На каждом p -м этапе этого процесса ставится и решается частная оптимизационная задача, по форме аналогичная, например, задаче (1) - (3): найти вектор управляемых параметров $\mathbf{x}_*^{(p)}$, доставляющий минимальное значение целевой функции $\tilde{C}^{(p)}(\mathbf{x})$:

$$\tilde{C}^{(p)}(\mathbf{x}_*^{(p)}) = \min_{D^{(p)}} \tilde{C}^{(p)}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

в области допустимых значений

$$D^{(p)} = \{ \mathbf{x} : \tilde{g}_k^{(p)}(\mathbf{x}) \leq 0, k = \overline{1, m}, \mathbf{x} \in \Pi^{(p)} \}, \quad (9)$$

$$\Pi^{(p)} = \{ \mathbf{x} : A_i^{(p)} \leq x_i \leq B_i^{(p)}, A_i^{(p)} \geq A_i, B_i^{(p)} \leq B_i, i = \overline{1, n} \}, \quad (10)$$

где $\tilde{C}^{(p)}(\mathbf{x})$ и $\tilde{g}_k^{(p)}(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m}$, - функции, аппроксимирующие целевую функцию, и функции ограничений исходной задачи (1) - (3) на p -м этапе соответственно. Для простоты записи обозначим $\tilde{C}^{(p)}(\mathbf{x})$ и $\tilde{g}_k^{(p)}(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m}$ через $\tilde{F}_k^{(p)}(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m+1}$.

В работе используется подход к построению аппроксимирующих функций $\tilde{F}_k^{(p)}(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m+1}$, основанный на использовании информации о значениях функций оптимизационной задачи в нескольких ранее рассмотренных точках пространства проектирования (многоточечные аппроксимации).

Одним из методов получения оценки вектора коэффициентов является метод наименьших квадратов (МНК). Метод заключается в минимизации по отношению к вектору \mathbf{a} суммы $G(\mathbf{a})$ квадратов отклонения в точках плана значений аппроксимирующей функции \tilde{F} от значений аппроксимируемой функции F :

$$G(\mathbf{a}) = \sum_{p=1}^P \left(F(\mathbf{x}_p) - \tilde{F}_p(\mathbf{a}) \right)^2,$$

где

p - номер текущей точки плана экспериментов;

P - суммарное количество таких точек;

\mathbf{x}_p , $p = \overline{1, P}$, - вектор управляемых параметров, определяющий p -ю точку плана экспериментов в пространстве R^N ;

$F(\mathbf{x}_p)$ - значение функции $F(\mathbf{x})$ в (1) - (3), полученное в результате поверочного расчета в точке \mathbf{x}_p ;

$\tilde{F}_p(\mathbf{a})$ – значение неявной функции $\tilde{F}(\mathbf{x})$ в (8), (9) в точке \mathbf{x}_p .

Решением этой оптимизационной задачи является вектор \mathbf{a} искомых коэффициентов функции $\tilde{F}(\mathbf{x})$.

Для решения полученных задач математического нелинейного программирования (8) – (10) с использованием аппроксимирующих функций $\tilde{F}_k^{(p)}(\mathbf{x})$, $k = \overline{1, m+1}$ используется метод последовательного квадратичного программирования.

В третьем разделе главы представлена структурная схема алгоритма оптимального проектирования. Блок-схема алгоритма

параметрической оптимизации конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности включает в себя следующие основные части:

- блок расчета (пакет ANSYS®);
- блок оптимизации;
- интерфейс, соединяющий блок оптимизации с блоком расчета и наоборот;
- блок управления.

В четвертой главе рассматриваются задачи оптимального проектирования реальных конструкций с учетом процессов накопления необратимых повреждений при многоцикловой усталости. Рассматриваются задачи оптимального проектирования кронштейна передней подвески автомобиля, торсионной штанги (элемента подвески автомобиля). Исследуются различные постановки возникающих оптимизационных задач с использованием алгоритма и методики оптимального проектирования, предложенные в главе III.

В первом разделе главы рассмотрен тестовый пример проектирования двухстержневой статически определимой фермы (рис. 1). В качестве параметров проектирования выбраны x_1 - площадь поперечного сечения каждого из стержней, x_2 - половина расстояния между опорными узлами 1 и 2. Целевая функция $M(x)$ определяет массу конструкции, ограничения накладываются на напряжения в обоих стержнях и на усталостную долговечность конструкции. Показано, что для любых значений параметров проектирования активным всегда является ограничение на усталостную долговечность, в связи с чем ограничение по напряжениям при решении задачи не рассматривается. Для аппроксимации целевой функции использовалась линейная функция, для аппроксимации ограничения – мультипликативная функция. Решение задачи было получено за 7 этапов. На рисунке 3 показана диаграмма поиска оптимального решения в плоскости

управляемых параметров x_1 и x_2 . В таблице 1 приведены пределы изменения параметров проектирования, начальный и оптимальный проекты конструкции. Правильность полученного решения подтверждена графическим решением той же задачи. На рисунке 4 приведено графическое решение. В работе отмечается высокая точность и эффективность алгоритма и используемой методики.

Во втором разделе главы рассмотрены различные постановки задач оптимального проектирования и апробирована методика решения поставленных задач на примере проектирования типовых элементов подвески автомобиля. Рассмотрен кронштейн передней подвески автомобиля (рис. 5), находящийся под действием циклически меняющейся нагрузки (рис. 6). В качестве управляемых параметров задачи оптимального проектирования $x_i, i = \overline{1,5}$, выбраны: x_1 - ширина кронштейна в заделке, x_2 - высота кронштейна в заделке, x_3 - толщина конструкции, x_4 - высота на свободном конце, x_5 - ширина на свободном конце (рис 5).

На примере проектирования кронштейна рассмотрены различные задачи оптимального проектирования, сформулированные в главе II. На рисунке 5 показана конечно-элементная модель конструкции (для анализа НДС используется пакет ANSYS®). В таблицах 2 и 3 приведены пределы изменения параметров проектирования, начальные и оптимальные значения параметров проектирования, значения целевых функций и ограничений для постановки 1 и 2 соответственно. Из анализа полученных решений видно, что первый, четвертый и пятый параметры проектирования принимают свои наименьшие возможные значения в обеих задачах. На рисунке 7 и 8 изображены (в одном масштабе) начальный и оптимальный проекты кронштейна при решении задачи оптимального проектирования в постановке 1.

Рассмотрена задача оптимального проектирования торсионной

штанги задней подвески автомобиля (рис. 9) в различных постанковках (таблица 4, 5). На штангу действует несимметрично приложенная нагрузка (тяга), заданная двумя составляющими силы F_x и F_y (рис. 9), задан блочный процесс нагружения (рис. 10). По контуру большего отверстия торсионная штанга жестко закреплена (перемещения точек контура отверстия равны нулю). В качестве управляемых параметров выбраны высоты поперечных сечений $x_i, i = \overline{1, 7}$, штанги в 7 точках (рис. 9). На рисунке 9 приведена конечно-элементная модель конструкции (для анализа НДС используется пакет ANSYS®). На рис. 11 приведен начальный проект штанги. На рис. 12 и рис. 13 изображены оптимальные проекты торсионной штанги для постанковки 1 и постанковки 2 соответственно. В таблицах 4 и 5 приведены значения целевых функций, значения ограничений и значения параметров проектирования для начальных и оптимальных проектов конструкции в различных постанковках.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы:

- Сформулированы задачи оптимизации по массе элементов деформируемой конструкции с ограничениями по усталостной долговечности и ограничениями по прочности и жесткости; оптимизации усталостной долговечности элемента деформируемой конструкции с ограничениями по массе, прочности и жесткости.
- Предложена методика решения поставленных задач оптимального проектирования на основе имитационного подхода с учетом их специфики.
- Разработано программное обеспечение, реализующее предложенную методику.
- С помощью разработанных методик и программ решен ряд тестовых и новых прикладных задач из практики реального проектирования, проведен анализ полученных решений.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1 Втюрин М. Ю. Весовая оптимизация элементов конструкций с учетом усталостного ресурса // Труды Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» / Самара, 2004. С. 52-55.
- 2 Втюрин М. Ю. Задачи оптимального проектирования конструкций с учетом ресурса // VIII Нижегородская сессия молодых ученых. Математические науки: Тезисы докладов / Саров, 2003. С. 43-44.
- 3 Втюрин М. Ю. Задачи оптимального проектирования элементов конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности // Нижегородский гос. ун-т., Н.Новгород, 2003. – 22 с. Деп. В ВИНТИ 05.01.04 №4-В2004.
- 4 Втюрин М. Ю. Оптимальное проектирование элементов конструкций с учетом ограничений по усталостному ресурсу на основе имитационного подхода // IX Нижегородская сессия молодых ученых. Технические науки: Тезисы докладов / Н.Новгород, 2004. С. 56.
- 5 Втюрин М. Ю. Оптимизация усталостного ресурса элементов конструкций на основе имитационного подхода // IX Нижегородская сессия молодых ученых. Математические науки: Тезисы докладов / Саров, 2004. С. 40.
- 6 Втюрин М. Ю., Леонтьев Н. В., Любимов А. К. Оптимальное проектирование тонкостенных конструкций при ограничении на ресурс // Механика оболочек и пластин: Сб. докладов XX Международной конференции по теории оболочек и пластин / Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. С. 348.
- 7 Втюрин М. Ю., Леонтьев Н. В., Любимов А. К. Оптимизация элементов конструкций при наличии ограничений по усталостному ресурсу // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. Сборник / Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2002. Вып. 64. С. 116-121.

- 8 Втюрин М. Ю., Любимов А. К. Имитационный подход в задачах параметрической оптимизации деформируемых элементов конструкций с учетом ограничений по усталостному ресурсу // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. Сборник / Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2003. Вып. 65. С. 160-167.
- 9 Втюрин М. Ю., Любимов А. К. Параметрическая оптимизация с ограничениями по многоцикловой усталости с использованием имитационного подхода / 21 Международная конференция "Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов" BEM&FEM – 2005. С. 19.
- 10 Втюрин М. Ю., Тимофеев И. В. Применение пакета ANSYS® при оптимизации усталостной долговечности деформируемых элементов конструкции // XI Нижегородская сессия молодых ученых. Математические науки: Тезисы докладов / Саров, 2006. С. 26-27.
- 11 Vtyurin M. Yu., Lyubimov A. K. Design optimization for fatigue life requirement based on multipoint approximations // VI International Congress on Mathematical Modeling. September 20-26, Nizhny Novgorod, Russia, 2004. P. 342.
- 12 Vtyurin M. Yu., Lyubimov A. K. Optimum design of structural elements for fatigue life requirement based on multipoint approximations // Book of Abstracts / XXXII Summer School – Conference "Advanced Problems in Mechanics", June 24 – July 1, 2004, St. Petersburg (Repino), Russia. P. 104.
- 13 Vtyurin M. Yu., Lyubimov A. K. Shape design optimization considering fatigue based on the multipoint approximation method / 6th world congress on structural and multidisciplinary optimization Rio de Janeiro, 30 May - 03 June 2005, Brazil. CD-ROM PROCEEDINGS, ISBN: 85 – 285 – 0070 – 5.

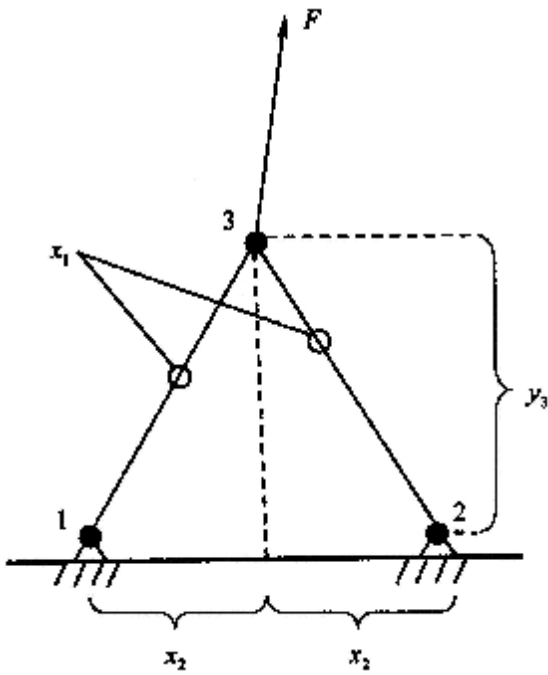


Рис. 1

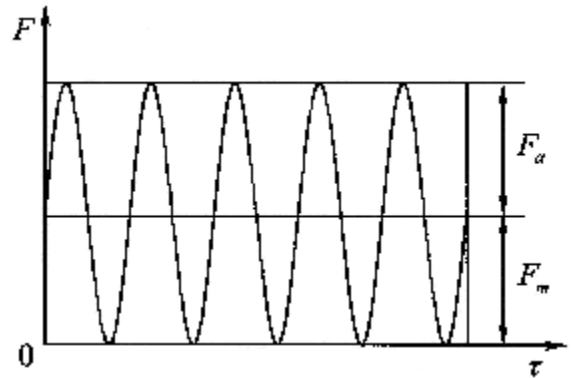


Рис. 2

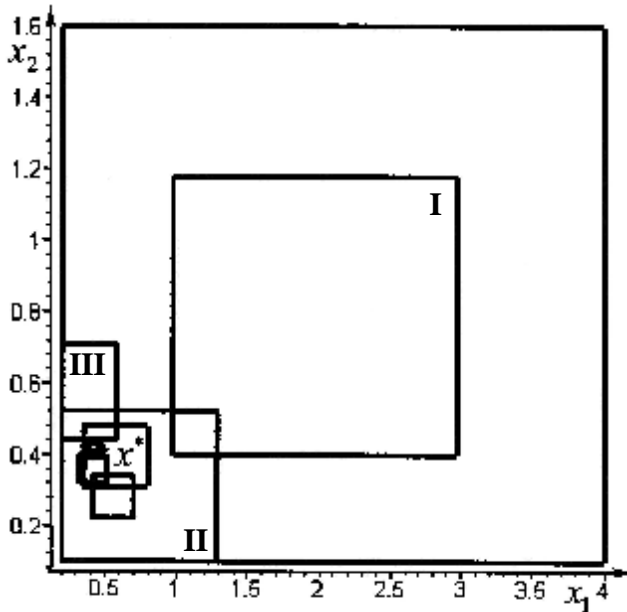


Рис. 3

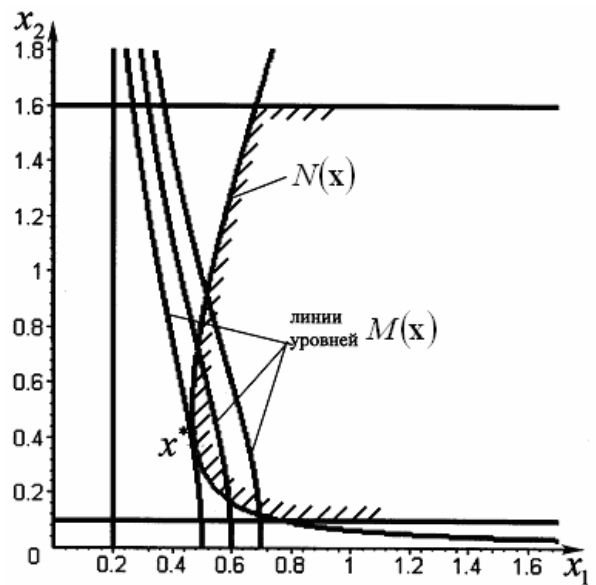


Рис. 4

Таблица 1

Параметр проектирования	Мин. значение	Начальное значение	Макс. значение	Оптимальное значение
$x_1 \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2$	2	25	40	4,7
$x_2, \text{ м}$	0,1	1	1,6	0,39
Масса $M(x), \text{ кг}$		55,15		7,92
Долговечность $N(x)$	$8 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^{10}$		$8 \cdot 10^5$
Число этапов				7
Число обращений к процедуре анализа				21

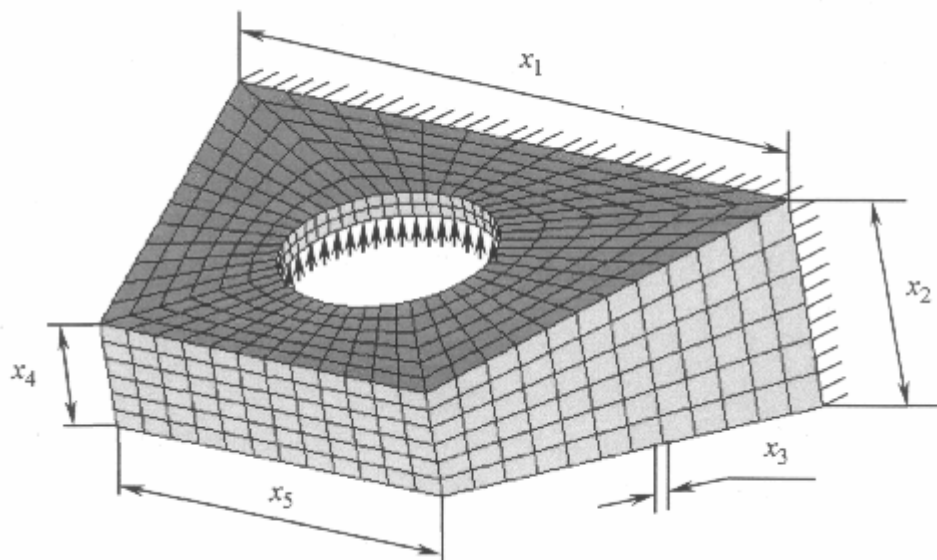


Рис. 5

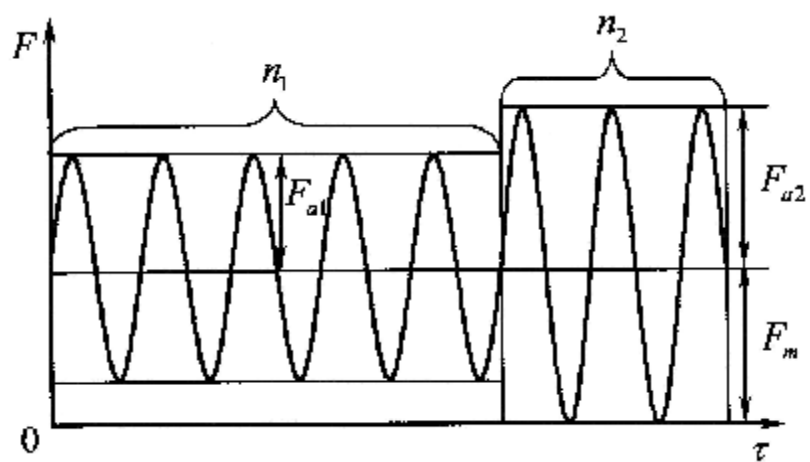


Рис. 6

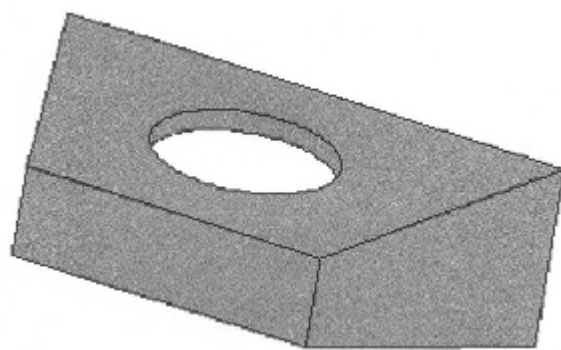


Рис. 7

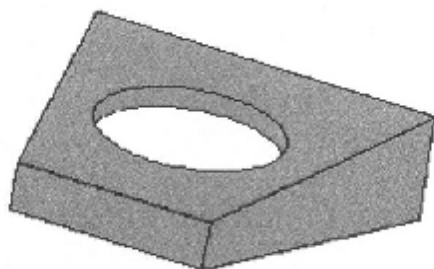


Рис. 8

Таблица 2

Параметр проектирования	Минимальное значение	Начальное значение	Максимальное значение	Оптимальное значение
$x_1 \cdot 10^{-2}$, м	14	22	30	14
$x_2 \cdot 10^{-2}$, м	2	8	10	3,26
$x_3 \cdot 10^{-3}$, м	2	4,5	6	4,11
$x_4 \cdot 10^{-2}$, м	2	4	4,5	2
$x_5 \cdot 10^{-2}$, м	8	13	16	8
Масса $M(\mathbf{x})$, кг		1,68		0,756
$s_{\text{экв}}(\mathbf{x})$, МПа		218	250	211
Долговечность $N(\mathbf{x}) \cdot 10^6$	0,8	2,25		0,8
Число этапов				8
Число обращений к процедуре анализа				48

Таблица 3

Параметр проектирования	Минимальное значение	Начальное значение	Максимальное значение	Оптимальное значение
$x_1 \cdot 10^{-2}$, м	14	22	30	14
$x_2 \cdot 10^{-2}$, м	2	8	10	3,51
$x_3 \cdot 10^{-3}$, м	2	4,5	6	4,56
$x_4 \cdot 10^{-2}$, м	2	4	4,5	2
$x_5 \cdot 10^{-2}$, м	8	13	16	8
Масса $M(\mathbf{x})$, кг		1,68	0,870	0,870
$s_{\text{экв}}(\mathbf{x})$, МПа		218	250	170
Долговечность $N(\mathbf{x}) \cdot 10^6$		2,25		6,77
Число этапов				11
Число обращений к процедуре анализа				75

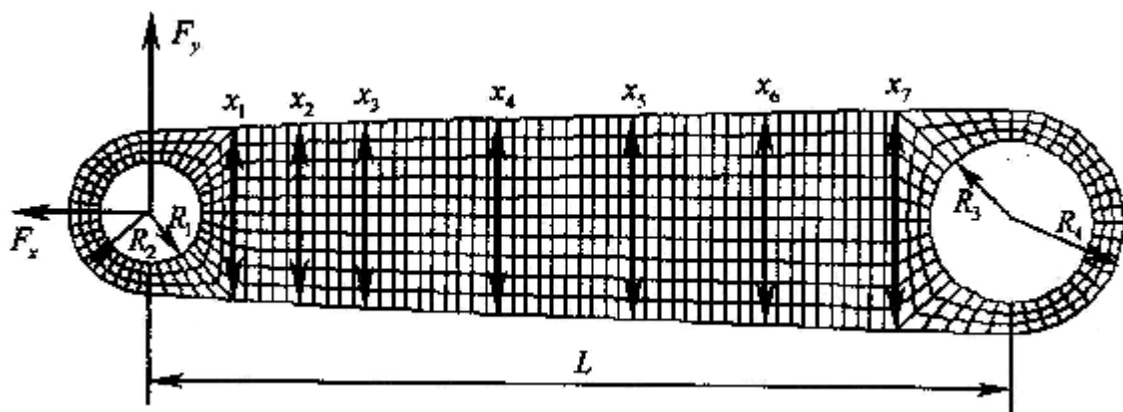


Рис. 9

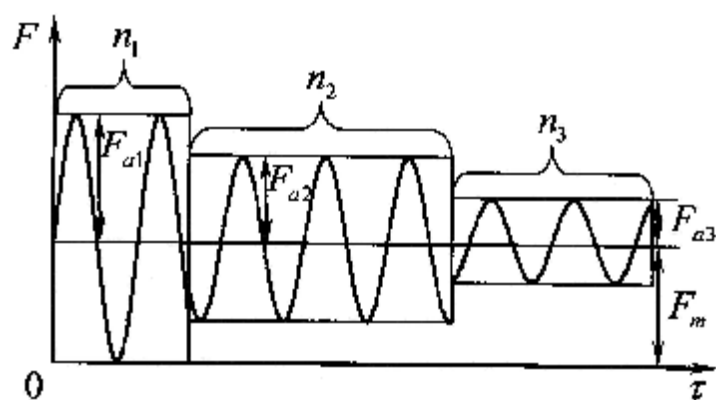


Рис. 10

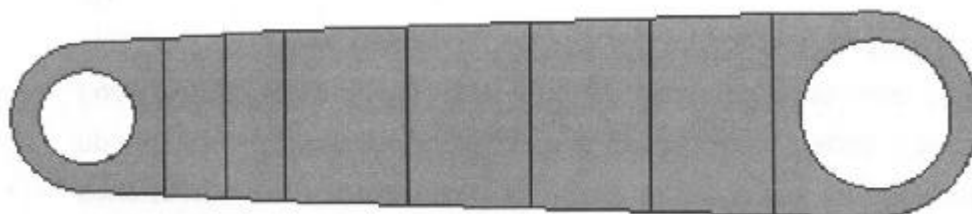


Рис. 11

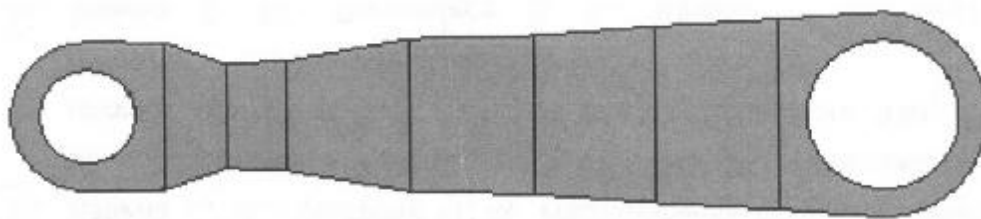


Рис. 12

Таблица 4

Параметр проектирования	Минимальное значение	Начальное значение	Максимальное значение	Оптимальное значение
$x_1 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,2	5,5	3,96
$x_2 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,4	5,5	2,81
$x_3 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,6	5,5	2,96
$x_4 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,8	5,5	4,1
$x_5 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,0	5,5	4,26
$x_6 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,2	5,5	4,75
$x_7 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,4	5,5	5,12
Масса $M(\mathbf{x})$, кг		1,126		0,974
$s_{\text{экв}}(\mathbf{x})$, МПа		210	250	234
Долговечность $N(\mathbf{x}) \cdot 10^6$	2	3,87		2
Число этапов				13
Число обращений к процедуре анализа				104

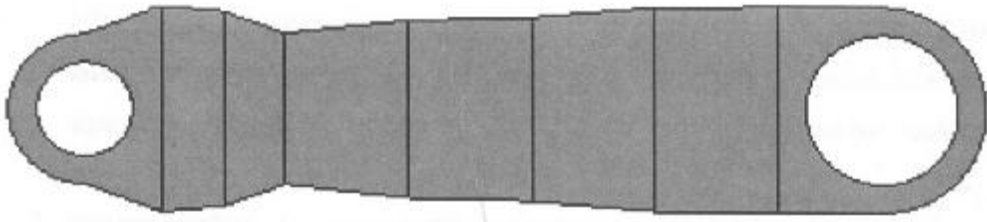


Рис. 13

Таблица 5

Параметр проектируемый	Минимальное значение	Начальное значение	Максимальное значение	Оптимальное значение
$x_1 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,2	5,5	5,50
$x_2 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,4	5,5	5,20
$x_3 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,6	5,5	4,04
$x_4 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	4,8	5,5	4,75
$x_5 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,0	5,5	4,91
$x_6 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,2	5,5	5,44
$x_7 \cdot 10^{-2}$, м	2,5	5,4	5,5	5,5
Масса $M(\mathbf{x})$, кг		1,126	1,170	1,158
$s_{\text{экв}}(\mathbf{x})$, МПа		210	250	206
Долговечность $N(\mathbf{x}) \cdot 10^6$		3,87		5
Число этапов				14
Число обращений к процедуре анализа				117