

Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Национальный проект «Образование»
Инновационная образовательная программа ННГУ. Образовательно-научный центр
«Информационно-телекоммуникационные системы: физические основы и
математическое обеспечение»

В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман

Адаптивная пространственная обработка сигналов в системах беспроводной связи

*Учебно-методические материалы по программе повышения
квалификации «Современные системы мобильной цифровой связи,
проблемы помехозащищенности и защиты информации»*

Нижний Новгород

2006

Учебно-методические материалы подготовлены в рамках инновационной образовательной программы ННГУ: Образовательно-научный центр «Информационно-телекоммуникационные системы: физические основы и математическое обеспечение»

Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Адаптивная пространственная обработка сигналов в системах беспроводной связи. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Современные системы мобильной цифровой связи, проблемы помехозащищенности и защиты информации». Нижний Новгород, 2006, 99 с.

Аннотация. Рассматриваются теоретические вопросы пространственной обработки сигналов в современных и перспективных системах беспроводной сотовой (мобильной) связи, в которых для передачи и/или приема информации применяются антенные решетки. Анализируются методы разнесенного приема и передачи, используемые для борьбы с замираниями сигналов в случайных, быстроизменяющихся каналах с многолучевым распространением радиоволн. Значительное место уделяется обработке сигналов в МІМО (Multiple Input Multiple Output) системах. Изучаются основные характеристики систем связи (пропускная способность, вероятность битовой ошибки и т.д.) в каналах с релейскими и райсовскими замираниями сигналов. Большое внимание отводится проблеме оценивания импульсной характеристики канала связи. Учебно-методические материалы сформированы, в основном, на основе зарубежной литературы последних лет и результатов исследований авторов.

© Ермолаев В.Т., Флакман А.Г.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из главных проблем в области беспроводных систем связи является значительное увеличение скорости передачи данных и повышение качества обслуживания пользователей (уменьшение вероятности ошибки передачи информации). Эта проблема особенно актуальна в сотовых (мобильных) беспроводных системах связи, работающих в сложных условиях распространения сигналов. «Традиционные» пути ее решения, связанные с расширением частотной полосы или с увеличением излучаемой мощности, исчерпали себя из-за высокой стоимости частотных диапазонов и требований биологической защиты.

Для городских условий работы сотовых систем связи наиболее характерным является случайный канал с релейскими замираниями амплитуды сигналов и с доплеровской частотной дисперсией из-за движения пользователей. Релейские замирания, обусловленные интерференцией достаточно большого числа рассеянных сигналов и сильным ослаблением прямого сигнала, являются наиболее глубокими и приводят к значительным ошибкам при передаче информации. Для пригородных и сельских условий более характерным является райсовский канал, когда наряду с рассеянными сигналами имеется прямой сигнал. Райсовские фединги являются более благоприятными, так как приводят к менее глубоким замираниям амплитуды импульсов.

Ошибки передачи информации можно существенно уменьшить с помощью разнесенного приема или передачи сигналов несколькими антеннами, расстояние между которыми выбирается таким, чтобы обеспечить слабую корреляцию замираний сигналов в этих антеннах. Более перспективным, однако, является использование антенных решеток на обоих концах линии связи, то есть применение так называемых ММО-систем (Multiple-Input Multiple-Output systems). В таких системах уменьшение вероятности ошибки обеспечивается за счет одновременного разнесения на передачу и на прием, а значительное увеличение скорости передачи данных достигается за счет использования методов адаптивной пространственной обработки сигналов (пространственного кодирования), обеспечивающих формирование параллельных информационных потоков [1-5]. При увеличении числа информационных потоков скорость передачи возрастает, однако вероятность битовой ошибки при фиксированной излучаемой мощности также увеличивается. Поэтому перед разработчиком систем связи всегда имеется проблема обеспечения компромисса между скоростью передачи и вероятностью ошибки. Допуская некоторые потери в скорости, можно уменьшить ошибку передачи данных.

Для обеспечения оптимальной пространственной обработки в системах связи необходима оценка многоканальной импульсной характеристики (МИХ) между каждой парой передающих и приемных антенн. С этой целью применяются псевдошумовые обучающие последовательности. Важным условием хорошего качества оценки МИХ является правильный выбор обучающих последовательностей, которые должны состоять из квазиортогональных обучающих векторов.

В первой главе изучается вероятность битовой ошибки при передаче информации через каналы с релейскими и райсовскими замираниями сигналов в системах разнесенного приема. Рассматриваются случаи некоррелированных и коррелированных замираний. Оригинальным в этой главе является вывод точного выражения для вероятности битовой ошибки в системе с разнесенным приемом в канале с райсовскими замираниями сигналов. С помощью этого выражения может быть выполнен теоретически анализ систем связи с произвольным числом райсовских, релейских и статических ветвей разнесения, взятых в произвольных комбинациях.

Вторая глава посвящена анализу различных методов разнесенной передачи, используемых для борьбы с замираниями сигналов в многолучевом канале. Основное внимание уделяется ортогональной пространственно-временной разнесенной передаче, известной как схема Alamouti. В этой главе приводятся много результатов, полученных с помощью компьютерного моделирования системы связи в LabVIEW и Matlab.

В третьей главе рассматриваются методы параллельной передачи информации в ММО-системе с антенными решетками, в которых передатчик не имеет информации о пространственном канале. В этом случае передача может выполняться пространственно-временными блоками. Некоторые варианты таких кодов являются высоко эффективными, так как допускают на приемнике простую линейную процедуру приема, которая является оптимальной по критерию максимума отношения мощности сигнала к средней мощности шума.

Четвертая глава посвящена анализу адаптивных методов пространственной обработки в ММО-системах с обратной связью. Обработка сигналов в таких системах основана на использовании сингулярного разложения канальной матрицы. Сингулярное разложение порождает две системы собственных векторов, одна из которых используется передатчиком, а другая – приемником. В результате в среде формируются независимые параллельные собственные пространственные каналы. Передача и прием являются адаптивными, поскольку зависят от состояния канала. Существенно то, что передача через канал в рассеивающей среде может выполняться параллельными потоками и это ведет к

увеличению пропускной способности системы связи. Собственные каналы имеют различные усиления, поэтому вероятность битовой ошибки различна в разных каналах. В связи с этим в данной главе исследуются предложенные авторами способы достижения компромисса между скоростью передачи и вероятностью ошибки.

В последней, пятой главе, изучаются методы оценивания импульсной характеристики канала связи. Вначале рассматривается случай одной передающей и одной приемной антенны и предполагается, что для оценки импульсной характеристики передается обучающая последовательность сигналов. Предложен и исследован пороговый метод оценивания длины импульсной характеристики. В случае разнесенного приема импульсная характеристика представляется в виде матрицы пространственно-временных откликов. Ранг этой матрицы дает число лучей в канале. Оригинальным в этой главе является также метод оценивания ранга матрицы импульсной характеристики.

ГЛАВА 1. ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ В РЕЛЕЕВСКОМ И РАЙСОВСКОМ КАНАЛАХ В СИСТЕМАХ С РАЗНЕСЕННЫМ ПРИЕМОМ

1.1. Вероятность битовой ошибки в однолучевом релеевском канале

Для систем сотовой (мобильной) связи характерно многолучевое распространение сигналов. Принимаемый импульс представляет собой сумму отдельных импульсов, отраженных от достаточно большого числа рассеивателей (отражателей), располагающихся вокруг пользователя случайным образом и имеющих случайную поверхность рассеяния. Поэтому сигнал может искажаться при распространении через многолучевой канал. Важной характеристикой многолучевой среды является временная дисперсия в канале, так как переотраженные сигналы имеют разные задержки. Более того, задержки многолучевых компонент изменяются во времени из-за движения пользователя, что приводит также к частотной дисперсии в канале.

В данной главе предполагается, что длительность импульса значительно превышает возможные задержки сигналов, обусловленные рассеянием в пространственном канале. Поэтому межсимвольная интерференция является пренебрежимо малой. Ширина полосы предполагается достаточно узкой и, поэтому, канал является частотно-неселективным. Свойства такого канала могут быть описаны с помощью комплексного коэффициента передачи h сигналов из передающей антенны в приемную антенну.

Амплитуды и фазы коэффициента передачи h являются случайными величинами из-за интерференции рассеянных сигналов. Если прямой сигнал существенно ослаблен, то фаза коэффициента h равномерно распределена в пределах $[0; 2\pi]$, а амплитуда подчиняется релеевскому распределению. Релеевский канал, в котором замирания сигналов являются наиболее глубокими, характерен для городских условий. Для пригородных и сельских условий более характерным является райсовский канал, когда наряду с рассеянными сигналами имеется прямой сигнал.

Предположим, что используется двоичная фазовая модуляция сигналов, при которой каждый символ переносит один бит данных. В современных системах связи, например, в CDMA (Code Division Multiple Access) системах с кодовым разделением пользователей, используется квадратурная фазовая модуляция, когда каждый символ переносит два бита. Такая модуляция соответствует двум двоичным фазово-модулированным сигналам в квадратуре. При этом интерференция между сигналами в разных квадратурах отсутствует. Следовательно, вероятность битовой ошибки не изменяется и приведенные результаты справедливы и для случая квадратурной фазовой модуляции.

Рассмотрим вначале случай одной приемной антенны, то есть однолучевой релейский канал. Если передается символ $d(t)$ единичной амплитуды, то принятый сигнал $x(t)$ можно представить в виде

$$x(t) = k_0 \sqrt{P_0} h d(t) + z(t), \quad (1.1)$$

где k_0 - коэффициент, определяющий затухание и потери в канале связи; P_0 - средняя излучаемая мощность; $z(t)$ - собственный шум.

Будем считать собственный шум случайным гауссовским процессом с нулевым средним и дисперсией $\langle z(t)z^*(t) \rangle = S_0^2$, $\langle \dots \rangle$ - знак статистического усреднения. Для целей нашего изучения коэффициент k_0 в (1.1) можно без ограничения общности считать равным единице ($k_0=1$).

Свойства пространственного канала (коэффициента h) изменяются со временем. Однако в (1.1) данная зависимость не отражена, чтобы подчеркнуть, что изменения канала являются существенно более медленными, чем длительность символа. Дисперсию флуктуаций канального коэффициента можно считать равной единице, то есть $\langle |h|^2 \rangle = 1$.

Из (1.1) получим, что мгновенное значение отношения сигнал/шум (ОСШ) равно

$$r = r_0 |h|^2, \quad (1.2)$$

где $r_0 = P_0/S_0^2$ - среднее ОСШ.

Амплитуда $|h|$ коэффициента передачи имеет релейское распределение. Следовательно, случайное ОСШ r будет иметь экспоненциальное распределение вида [6]:

$$f(r) = \frac{1}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right). \quad (1.3)$$

Найдем вероятность E битовой ошибки, которая равна отношению среднего числа неправильно принятых бит к общему числу переданных бит. Так как ОСШ r является случайной величиной, то необходимо сначала найти вероятность битовой ошибки для всех возможных значений ОСШ r в (1.3). Затем должно быть выполнено усреднение этой ошибки, используя функцию плотности вероятности $f(r)$ ОСШ. Следовательно, чтобы найти битовую ошибку при передаче через релейский канал, необходимо вычислить интеграл

$$E = \int_0^{\infty} f(r) E(r) dr, \quad (1.4)$$

где $E(r)$ – вероятность битовой ошибки в статическом канале без замираний при ОСШ равном r .

Вероятность $E(r)$ при бинарной модуляции определяется интегралом вероятности $\Phi(x)$ и равна [7]

$$E(r) = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{r})], \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt. \quad (1.5)$$

Учитывая распределение (1.3) для ОСШ, получим, что

$$E = \int_0^{\infty} \frac{1}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{2r})] dr. \quad (1.6)$$

Этот интеграл вычисляется. В результате для вероятности битовой ошибки будем иметь

$$E = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_0 + 1}} \right). \quad (1.7)$$

В случае достаточно большого среднего ОСШ ($r_0 \gg 1$) формула (1.7) упрощается и принимает вид

$$E \approx \frac{1}{4r_0}. \quad (1.8)$$

Таким образом, при больших ОСШ вероятность битовой ошибки в релейском канале обратно пропорциональна среднему ОСШ.

Сравним вероятность битовой ошибки для статического и релейского каналов. Результаты сравнения показаны на рис. 1.1. Видно, что передача информации с одинаковой надежностью через релейский канал требует значительно большего ОСШ, чем передача через статический канал. В логарифмическом масштабе при больших ОСШ кривые для вероятности битовой ошибки переходят в прямые. При этом наклон прямой является большим для статического канала, чем для релейского. Чтобы, например, уменьшить вероятность ошибки в ≈ 10 раз в условиях релейских замираний сигналов мощность должна быть увеличена также в ≈ 10 раз (на ≈ 10 дБ). Аналогичное увеличение мощности для статического канала составляет всего $1 \div 2$ дБ. Оценим требуемое ОСШ, необходимое для обеспечения заданной величины вероятности битовой ошибки. Например, для обеспечения вероятности равной 1%, необходимо увеличить мощность

передатчика с 4,3 дБ до 14 дБ (то есть примерно в 10 раз), чтобы преодолеть релейские замирания сигнала.

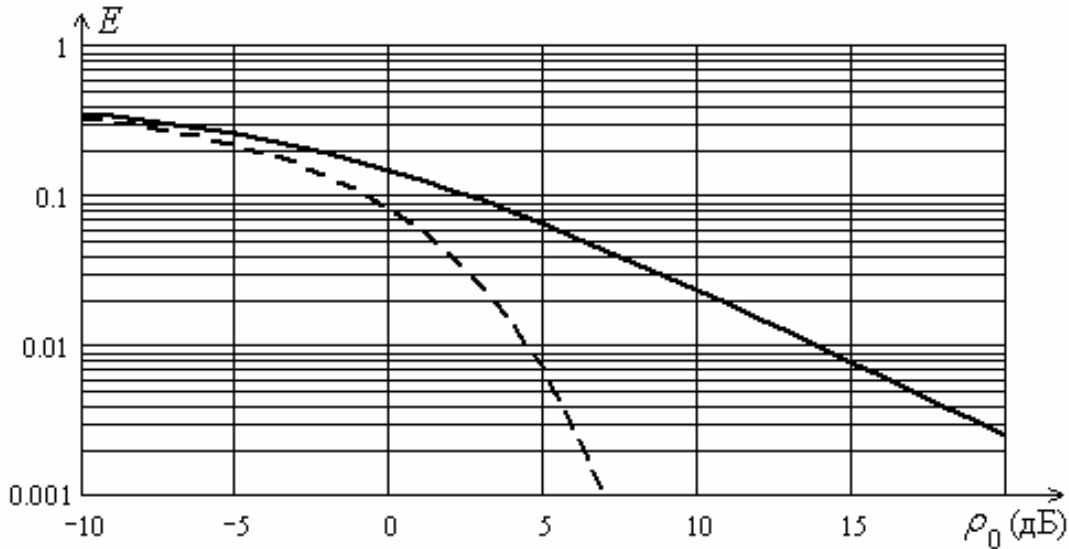


Рис. 1.1. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ в релейском (сплошная кривая) и статическом каналах (пунктирная кривые)

1.2. Вероятность битовой ошибки в релейском канале при произвольном числе антенн

Предположим, что прием сигнала ведется на N антенн. Часто говорят, что имеется N ветвей разнесения. Теперь свойства пространственного канала определяются вектором-столбцом $\mathbf{H} = (h_1, h_2, \dots, h_N)^T$ коэффициентов передачи, где $(\cdot)^T$ - знак транспонирования.

Если передается сигнал $d(t)$, то вектор \mathbf{X} принятых сигналов равен

$$\mathbf{X}(t) = \sqrt{P_0} \mathbf{H} d(t) + \mathbf{Z}(t). \quad (1.9)$$

Здесь $\mathbf{Z}(t)$ – вектор собственных шумов. Шумы в различных антеннах будем считать не коррелированными между собой, то есть корреляционная матрица шума $\langle \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H \rangle = s_0^2 \mathbf{I}$, где \mathbf{I} – единичная матрица, $(\cdot)^H$ – обозначает эрмитовое сопряжение.

Принятые разными антеннами сигналы будем суммировать с весовыми коэффициентами, которые объединим в весовой вектор \mathbf{W} . Тогда суммарный сигнал равен

$$y(t) = \mathbf{W}^H \mathbf{X}(t) = \mathbf{W}^H \sqrt{P_0} \mathbf{H} d(t) + \mathbf{W}^H \mathbf{Z}(t). \quad (1.10)$$

Найдем выходное ОСШ. Нетрудно получить из (1.10), что

$$r = r_0 \frac{(\mathbf{W}^H \mathbf{H})(\mathbf{H}^H \mathbf{W})}{\mathbf{W}^H \mathbf{W}}. \quad (1.11)$$

ОСШ не зависит от нормировки весового вектора \mathbf{W} . Нормируем вектор \mathbf{W} так, что $\mathbf{W}^H \mathbf{W} = 1$. В результате для ОСШ будем иметь

$$r = r_0 |\mathbf{W}^H \mathbf{H}|^2. \quad (1.12)$$

ОСШ зависит от выбора весового вектора \mathbf{W} . Чтобы обеспечить максимум ОСШ на выходе, весовой вектор должен быть параллелен вектору \mathbf{H} коэффициентов передачи для всех приемных антенн, то есть $\mathbf{W} = a\mathbf{H}$, где a - произвольное комплексное число, не влияющее на величину ОСШ. Поэтому можно принять $a = 1$. В самом деле, величина скалярного произведения $(\mathbf{W}^H \mathbf{H})$ векторов \mathbf{W} и \mathbf{H} будет наибольшей, когда эти векторы параллельны друг другу. В этом случае обеспечивается согласованный (когерентный) прием сигналов и максимальное ОСШ будет равно

$$r = r_0 \mathbf{H}^H \mathbf{H} = r_0 \sum_{p=1}^N |h_p|^2. \quad (1.13)$$

Сравнивая (1.13) с (1.2) можно видеть, что при оптимальном весовом суммировании выходное ОСШ представляет собой сумму ОСШ в каждой приемной антенне.

Вероятность битовой ошибки в системе с разнесенным приемом будет зависеть от характера корреляции замираний сигналов в приемных антеннах. Сначала рассмотрим два крайних случая полностью коррелированных или некоррелированных между собой замираний сигналов.

Когда замирания коррелированные, коэффициенты передачи для всех антенн флуктуируют одинаково («дружные» флуктуации). Учитывая также, что дисперсии $\langle |h_p|^2 \rangle = 1$ ($p=1, 2, \dots, N$), можно считать, что коэффициенты передачи не зависят от номера антенны и записать, что $|h_p| = |h|$. Тогда, из (1.13) нетрудно найти для ОСШ следующее выражение:

$$r = g_b N |h|^2. \quad (1.14)$$

Таким образом, случай полностью коррелированных замираний сигналов идентичен случаю приема на одну антенну, но имеющую в N раз большее усиление. Тогда, учитывая (1.7) сразу получаем, что вероятность битовой ошибки будет равна

$$E = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{Nr_0}{Nr_0 + 1}} \right). \quad (1.15)$$

При достаточно большом ОСШ ($Nr_0 \gg 1$) имеем

$$E \approx \frac{1}{4Nr_0}. \quad (1.16)$$

Если замирания сигналов во всех антеннах являются некоррелированными между собой, то из (1.13) следует, что ОСШ r имеет хи-квадрат распределение с $2N$ степенями свободы вида [6]:

$$f(r) = \frac{1}{(N-1)!r_0^N} r^{N-1} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right). \quad (1.17)$$

На рис. 1.2 показано хи-квадрат распределение при разном числе N приемных антенн ($N=1, 2$ и 4). Среднее значение ОСШ равно N . Поэтому с ростом N соответствующие кривые сдвигаются вправо. Более того, видно, что вероятность глубоких замираний сигналов (малых значений ОСШ) значительно уменьшается.

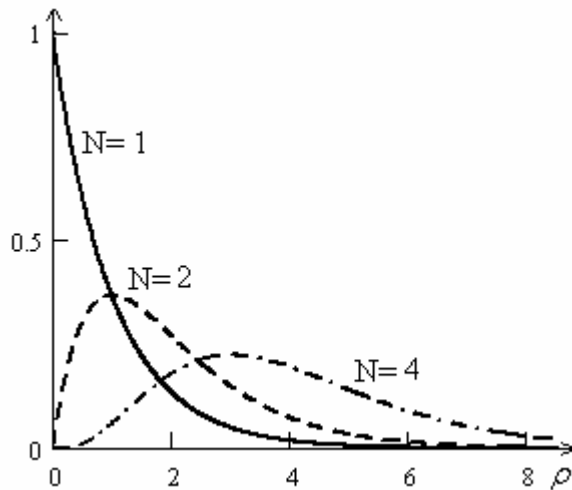


Рис. 1.2. Функция плотности вероятности ОСШ при разном числе антенн

Чтобы найти вероятность E битовой ошибки необходимо функцию $f(r)$ из (1.17) подставить в (1.4). В результате будем иметь, что

$$E = \int_0^{\infty} \frac{1}{(N-1)!r_0^N} r^{N-1} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{r})] dr. \quad (1.18)$$

После интегрирования, получим выражение для битовой ошибки в явном виде [7]

$$E = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_0}{r_0+1}} \left[1 + \sum_{l=1}^{N-1} \frac{(2l-1)!!}{(2l)!!} \frac{1}{(r_0+1)^l} \right], \quad (1.19)$$

где $(2l-1)!! = 1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2l-1)$; $(2l)!! = 2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2l$.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

а) Мощность сигнала стремится к нулю ($r_0 \rightarrow 0$). Вероятность ошибки стремится к $1/2$ ($E \rightarrow 1/2$), так как имеется только собственный шум.

б) Число приемных антенн равно двум ($N=2$). Из (1.19) имеем, что вероятность ошибки равна

$$p = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_0+1}} \left(1 + \frac{1}{2(r_0+1)} \right) \right]. \quad (1.20)$$

При больших ОСШ ($r_0 \gg 1$) имеем, что

$$E \approx \frac{3}{16r_0^2}. \quad (1.21)$$

в) Число приемных антенн равно четырем ($N=4$). Из (1.19) находим вероятность ошибки в виде

$$E = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_0+1}} \left(1 + \frac{1}{2(r_0+1)} + \frac{3}{8(r_0+1)^2} + \frac{5}{16(r_0+1)^3} \right) \right]. \quad (1.22)$$

При больших ОСШ ($r_0 \gg 1$) имеем, что

$$E \approx 0,14r_0^{-4}. \quad (1.23)$$

д) Число приемных антенн равно четырем ($N=8$). При больших ОСШ ($r_0 \gg 1$) имеем

$$E \approx 0,1r_0^{-8}. \quad (1.24)$$

Нетрудно видеть из приведенных примеров, что вероятность ошибки уменьшается обратно пропорционально ОСШ в степени, равной числу приемных антенн, то есть как $E \sim r_0^{-N}$. Поэтому в логарифмическом масштабе кривые вероятности ошибок имеют линейную асимптотику при больших ОСШ с углом наклона прямых, равным $(-N)$.

Кривые вероятности ошибок в зависимости от ОСШ для разного числа антенн ($N=1,2,4$ и 8) представлены на рис. 1.3.

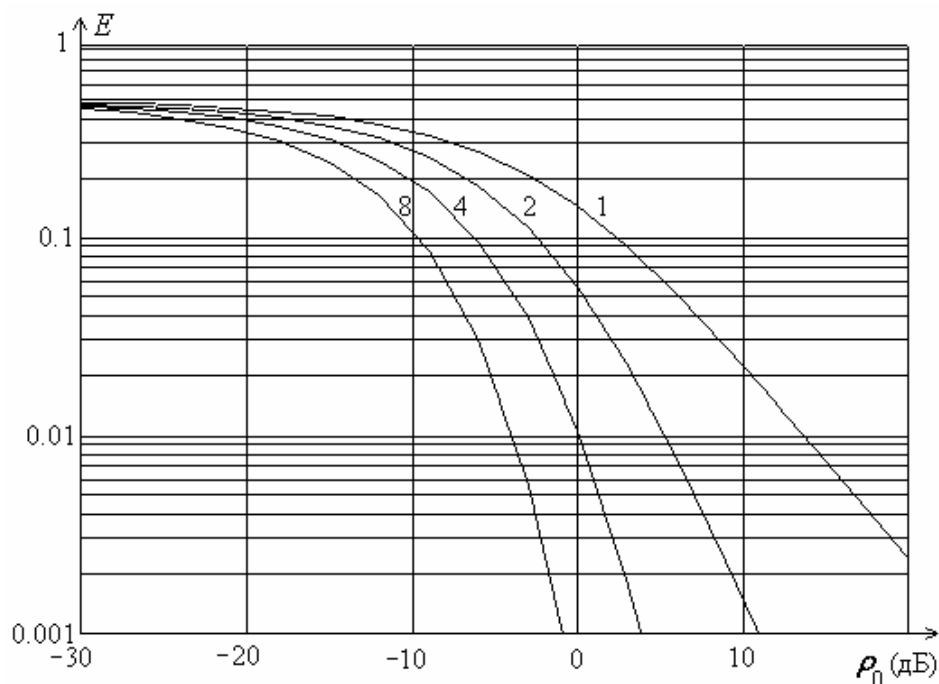


Рис. 1.3. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ для разного числа приемных антенн ($N=1,2,4$ и 8)

Оценим ОСШ, необходимое для обеспечения заданной вероятности битовой ошибки, например, равной 1%. Результаты оценки показаны в таблице 1.1. Видно, что с ростом числа антенн необходимое ОСШ значительно уменьшается, то есть имеет место значительный энергетический выигрыш. Этот выигрыш обеспечивается двумя факторами. Первый - связан с увеличением усиления принимаемого сигнала за счет использования разнесенного приема, которое растет пропорционально увеличению числу антенн. Второй - с уменьшением вероятности глубоких замираний сигналов при приеме на множество антенн, когда вероятность одновременного замирания сигналов во всех антеннах уменьшается с ростом их числа.

Таблица 1.1.

Число антенн, N	Требуемое ОСШ, дБ	Полный выигрыш в ОСШ, дБ	Выигрыш в ОСШ за счет усиления AP, дБ	Выигрыш в ОСШ за счет ослабления замираний, дБ
$N=1$	14	-	-	-
$N=2$	5	9	3	6
$N=4$	0	14	6	8
$N=8$	-4	18	9	9

1.3. Ошибка передачи информации при произвольной корреляции релейских замираний

Рассмотрим теперь случай произвольным образом коррелированных релейских замираний. Для вычисления вероятности битовой ошибки найдем такое матричное преобразование сигналов, которое, с одной стороны, обеспечивает декорреляцию релейских замираний, а с другой стороны, не изменяет статистические свойства собственных шумов.

Корреляционная матрица $\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle$ релейских коэффициентов передачи в приемных антеннах является квадратной, эрмитовой, положительно определенной матрицей и может быть представлена в виде разложения в базисе собственных векторов \mathbf{U}_i [8]. Таким образом, имеем, что

$$\mathbf{U}^H (\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle) \mathbf{U} = \mathbf{L}, \quad (1.25)$$

где \mathbf{U} – $(N \times N)$ -размерная унитарная матрица, состоящая из N ортонормированных собственных векторов \mathbf{U}_i матрицы $\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle$, \mathbf{L} – $(N \times N)$ -размерная диагональная матрица положительных собственных чисел I_i этой матрицы.

Перейдем от вектора входного процесса \mathbf{X} в (1.9) к вектору \mathbf{Y} , равному $\mathbf{Y} = \mathbf{U}^H \mathbf{X}$. Нетрудно получить, что

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{X}(t) = \sqrt{P_0} \mathbf{U}^H \mathbf{H} d(t) + \mathbf{U}^H \mathbf{Z}(t). \quad (1.26)$$

Вектор преобразованных коэффициентов передачи $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}^H \mathbf{H}$ состоит из случайных некоррелированных релейских величин. Среднее значение i -ой случайной величины является нулевым, а ее дисперсия равна собственному числу I_i матрицы $\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle$. Статистические свойства собственных шумов $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}^H \mathbf{Z}$ не изменяются в результате такого преобразования. Поэтому среднее ОСШ для i -ой приемной антенны будет равно $\tilde{r}_{0i} = r_0 I_i$.

Теперь чтобы найти вероятность битовой ошибки нам необходимо обобщить (1.19) на случай коррелированных релейских замираний сигналов в приемных антеннах. Такое обобщающее выражение имеет следующий вид:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \frac{\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \tilde{r}_{0m}^{-1}}} \right)}{\prod_{j \neq m} \left(1 - \frac{\tilde{r}_{0j}}{\tilde{r}_{0m}} \right)}. \quad (1.27)$$

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим случай двух приемных антенн, и предположим, что замирания сигналов имеют одинаковую дисперсию и коррелированы с некоторым произвольным действительным коэффициентом корреляции r . Тогда корреляционная матрица $\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle$ релейских коэффициентов в приемных антеннах будет равна

$$\langle \mathbf{H}\mathbf{H}^H \rangle = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Собственные числа этой матрицы $I_1 = 1 + |r|$, $I_2 = 1 - |r|$.

Из (1.27) можно получить, что

$$E = \frac{1}{2} - \frac{I_1}{2(I_1 - I_2)} \sqrt{\frac{r_0 I_1}{1 + r_0 I_1}} + \frac{I_2}{2(I_1 - I_2)} \sqrt{\frac{r_0 I_2}{1 + r_0 I_2}}. \quad (1.29)$$

Большой интерес представляет случай разнесенного приема на две приемные антенны. Для вероятности битовой ошибки при одинаковом среднем ОСШ r_0 в каждой антенне будем иметь

$$E = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(1+r)}{2r} \sqrt{\frac{r_0(1+r)}{r_0(1+r)+1}} + \frac{(1-r)}{2r} \sqrt{\frac{r_0(1-r)}{r_0(1-r)+1}} \right]. \quad (1.30)$$

Результаты расчета вероятности ошибки при различных значениях коэффициента корреляции r в виде графиков приведены на рис. 1.4. Видно, что при увеличении коэффициента корреляции, мощность необходимая для обеспечения заданной вероятности ошибки, возрастает. Однако это возрастание является неравномерным. В самом деле, зафиксируем вероятность на уровне 1%. Тогда увеличение мощности составляет 0,5; 3 и 6 дБ при коэффициенте корреляции равном 0,5; 0,9 и 1,0, соответственно. То есть увеличение коэффициента корреляции от 0 до 0,9 эквивалентно с точки зрения энергетических потерь увеличению коэффициента корреляции от 0,9 до 1,0. Таким образом, корреляция сигналов не приводит к заметным потерям, если коэффициент корреляции не превышает $\approx 0,7$.

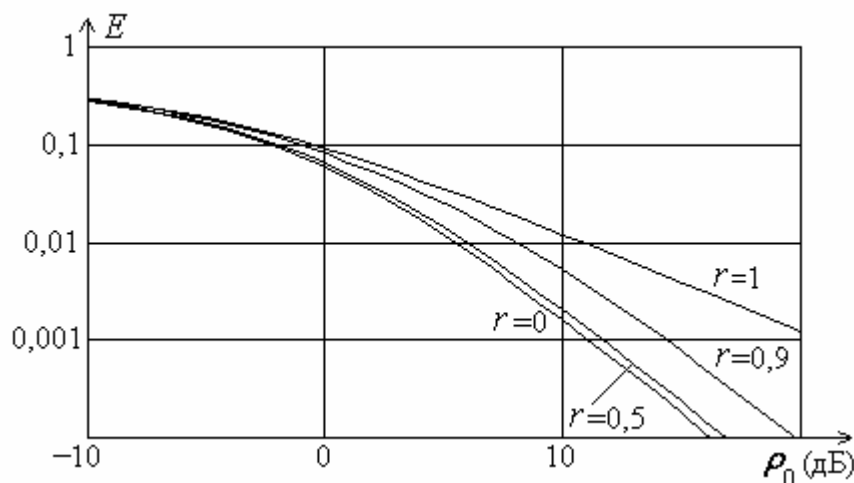


Рис. 1.4. Вероятность ошибки в зависимости от ОСШ для разных коэффициентов корреляции

1.4. Вероятность битовой ошибки в однолучевом райсовском канале

Канал с райсовскими замираниями сигналов реализуется в том случае, когда наряду с рассеянными сигналами в приемник поступает прямой сигнал с постоянной амплитудой. Таким образом, сигнал на входе приемника складывается из регулярной и случайной компонент. Амплитуда суммарного сигнала является случайной и подчиняется райсовскому распределению. Ясно, что такая модель замираний сигнала является более общей, чем модель релеевских замираний.

Если коэффициент передачи h имеет райсовское распределение, то его можно представить как сумму коэффициентов передачи регулярной (статической) $h^{(st)}$ и случайной $h^{(RI)}$ компонент, то есть

$$h = h^{(st)} + h^{(RI)}. \quad (1.31)$$

Слагаемое $h^{(st)}$ описывают статическую (не флуктуирующую) составляющую, средняя мощность которой в $r_0^{(st)} = r_0 |h^{(st)}|^2$ раз больше мощности собственного шума. Величина $h^{(RI)}$, определяет случайную (релеевскую) составляющую. Фаза коэффициента $h^{(RI)}$ равномерна в пределах $[0 \div 2\pi]$, а реальная и мнимая части имеют гауссовское распределение с нулевым средним и с суммарной мощностью в $r_0^{(RI)} = r_0 \langle |h^{(RI)}|^2 \rangle$ раз превышающую мощность собственного шума. Поэтому ОСШ r подчиняется нецентральному (несимметричному) хи-квадрат распределению с двумя степенями свободы с функцией плотности вероятности вида [6]

$$f(r) = \frac{1}{r_0^{(RI)}} \exp\left(-\frac{r_0^{(st)} + r}{r_0^{(RI)}}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{r r_0^{(st)}}}{0,5 r_0^{(RI)}}\right), \quad (1.32)$$

где $I_0(\cdot)$ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка первого рода.

Райсовские замирания сигналов часто описывают не средними относительными мощностями регулярной $r_0^{(st)}$ и случайной $r_0^{(RI)}$ составляющих сигнала, а двумя другими параметрами. Это среднее ОСШ r_0 и отношение g средних мощностей статической и флуктуирующей компонент сигнала. Для релейского и статического каналов это отношение равно 0 и ∞ , соответственно, а для райсовского канала может быть произвольной величиной. В общем случае формулы перехода имеют вид:

$$\begin{cases} r_0^{(st)} = \frac{g}{g+1} r_0; \\ r_0^{(RI)} = \frac{1}{g+1} r_0; \end{cases} \quad \begin{cases} r_0 = r_0^{(st)} + r_0^{(RI)}; \\ g = \frac{r_0^{(st)}}{r_0^{(RI)}}. \end{cases} \quad (1.33)$$

Чтобы найти вероятность битовой ошибки в райсовском канале необходимо функцию $f(r)$ из (1.32) подставить в (1.4). В результате получим, что

$$E = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{r})] \frac{1}{r_0^{(RI)}} \exp\left(-\frac{r_0^{(st)} + r}{r_0^{(RI)}}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{r r_0^{(st)}}}{0,5 r_0^{(RI)}}\right) dr. \quad (1.34)$$

Это выражение является достаточно сложным для практического использования. Рассмотрим возможность его упрощения [10,11].

В соответствии с [9] интеграл вероятности в (1.5) можно представить в виде

$$\Phi(xy) = 1 - \frac{2x}{p} \exp(-x^2 y^2) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 y^2)}{t^2 + x^2} dt, \quad (1.35)$$

где $Re(y^2) > 0$.

Подставим в (1.35) значения $x=1$ и $y = \sqrt{r}$. В результате получим, что

$$\frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{r})] = \frac{1}{p} \exp(-r) \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \exp(-rt^2) dt. \quad (1.36)$$

С помощью (1.4), (1.5) и (1.36) придем к следующему выражению для вероятности битовой ошибки:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \left(\int_0^{\infty} \exp[-r(t^2 + 1)] f(r) dr \right) dt. \quad (1.37)$$

Учитывая (1.32) и (1.37), получим, что внутренний интеграл в (1.37) вычисляется и равен следующей величине [9]

$$\int_0^{\infty} \exp[-r(t^2 + 1)] f(r) dr = \frac{1}{1 + r_0^{(RI)}(t^2 + 1)} \exp\left[-\frac{r_0^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + r_0^{(RI)}(t^2 + 1)}\right]. \quad (1.38)$$

Теперь с помощью (1.38) и (1.37), найдем, что вероятность битовой ошибки равна:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \frac{1}{[1 + r_0^{(RI)}(t^2 + 1)]} \exp\left[-\frac{r_0^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + r_0^{(RI)}(t^2 + 1)}\right] dt. \quad (1.39)$$

Выражение (1.39) для вероятности битовой ошибки в канале с райсовскими замираниями сигналов является значительно более простым, чем (1.34). В самом деле, в (1.34) вероятность ошибки определяется через интеграл от интеграла вероятности и функции Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка, которая, в свою очередь, также имеет интегральное представление. В то же время в (1.39) вероятность ошибки определяется через однократный интеграл по действительной переменной от произведения достаточно простых функций.

Часто более удобным является представление вероятности ошибки через среднее ОСШ r_0 и отношение g мощностей статической и релейской компонент. Тогда, учитывая формулы (1.33) перехода, вместо (1.39) будем иметь

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \exp\left[-\frac{g r_0(t^2 + 1)}{(g + 1) + r_0(t^2 + 1)}\right] \frac{(g + 1)}{(g + 1) + r_0(t^2 + 1)} dt. \quad (1.40)$$

Если случайная составляющая замираний сигналов значительно превышает собственный шум ($r_0^{(RI)} \gg 1$), то интеграл (1.40) вычисляется и вероятность ошибки будет равна

$$E = \frac{g + 1}{4r_0} \exp(-g). \quad (1.41)$$

Если статическая составляющая федингов отсутствует ($r_0^{(st)} = 0, g = 0$), из (1.41) следует формула (1.8) для вероятности битовой ошибки в релейском канале.

На рис. 1.5 показана вероятность битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от среднего ОСШ r_0 для разных значений отношения g мощностей статической и

релеевской компонент ($g = -50; 0; 5; 10; 50$ дБ). Видно, что при одинаковом ОСШ вероятность ошибки уменьшается при увеличении коэффициента g , то есть при уменьшении релейевской составляющей флуктуации сигналов.

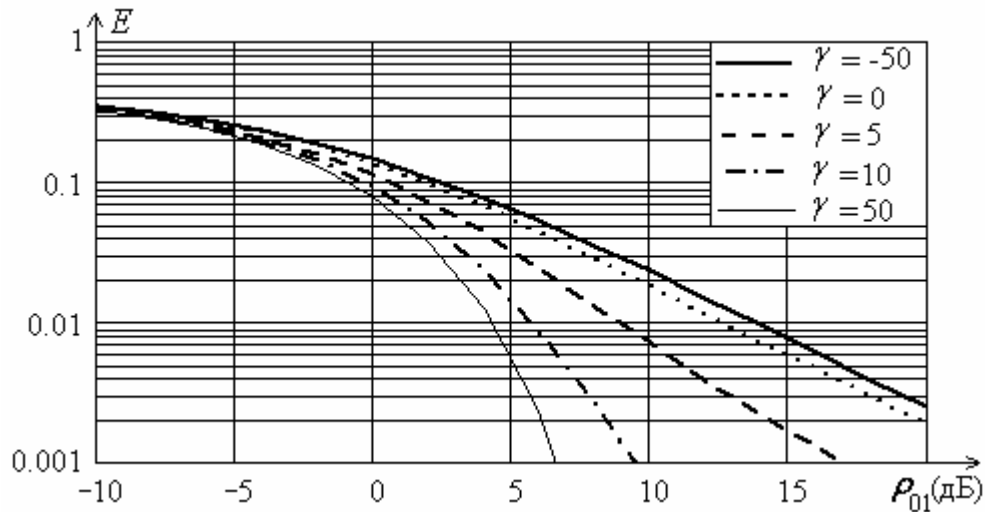


Рис. 1.5. Вероятность битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от ОСШ r_0 для $g = -50, 0, 5, 10$ и 50 дБ

С помощью (1.39) можно получить нижнюю и верхнюю границу для вероятности ошибки в райсовском канале. Умножим и разделим аргумент экспоненты на относительную дисперсию $r_0^{(RI)}$ флуктуаций коэффициента передачи и учтем, что на всем интервале интегрирования по переменной t от 0 до ∞ в (1.39) имеет место условие вида

$$\frac{r_0^{(RI)}}{1 + r_0^{(RI)}} \leq \frac{r_0^{(RI)}(t^2 + 1)}{1 + r_0^{(RI)}(t^2 + 1)} \leq 1. \quad (1.42)$$

Отсюда следует, что вероятность ошибки в райсовском канале заключена в следующих пределах:

$$\exp\left(-\frac{r_0^{(st)}}{r_0^{(RI)}}\right) E^{(RI)} \leq E^{(Rc)} \leq \exp\left(-\frac{r_0^{(st)}}{1 + r_0^{(RI)}}\right) E^{(RI)}, \quad (1.43)$$

где $E^{(RI)}$ и $E^{(Rc)}$ - вероятности ошибки в релейевском и райсовском каналах, соответственно.

Интересный вид имеют графики, показанные на рис. 1.6, для вероятности битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от средней относительной мощности релейевской составляющей сигнала $r_0^{(RI)}$, при разных амплитудах a_1 статической составляющей сигнала. Обращает на себя внимание вид кривых при $a_1 > 0$. Сначала вероятность ошибки увеличивается с ростом $r_0^{(RI)}$, хотя полная средняя мощность

принятого сигнала при этом возрастает. После достижения максимума вероятность ошибки начинает уменьшаться и приближается к кривой, соответствующей релейскому каналу.

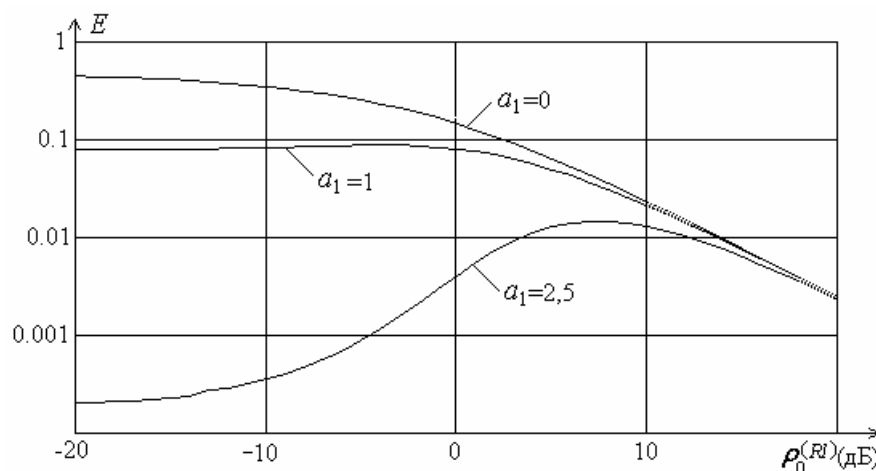


Рис. 1.6. Вероятность битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от средней мощности релейской составляющей для разных амплитуд статической составляющей

1.5. Вероятность битовой ошибки в некоррелированном райсовском канале при произвольном числе приемных антенн

В случае статистически независимых райсовских замираний ОСШ по-прежнему определяется выражением (1.13), из которого следует, что при оптимальном весовом суммировании выходное ОСШ представляет собой сумму ОСШ в каждой приемной антенне. Следовательно, функция плотности вероятности $f(r)$ ОСШ r (1.32) распадается на произведение функций плотности вероятности $f(r_i)$ ОСШ в каждой из приемных антенн. Поэтому выражение для вероятности битовой ошибки можно представить в виде:

$$E = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \mathbf{L} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\sum_{i=1}^N r_i} \right) \right] f(r_1) f(r_2) \mathbf{L} f(r_N) dr_1 dr_2 \mathbf{L} dr_N. \quad (1.44)$$

Подставляя сюда функцию плотности вероятности $f(r_i)$ из (1.32) получим, что

$$E = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \mathbf{L} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\sum_{i=1}^N r_i} \right) \right] \times \prod_{i=1}^N \frac{1}{r_{0i}^{(RI)}} \exp(-a) I_0(b) dr_1 dr_2 \mathbf{L} dr_N. \quad (1.45)$$

где коэффициенты a и b равны

$$a = \frac{r_{0i}^{(st)} + r_i}{r_{0i}^{(RI)}}, \quad b = \frac{\sqrt{r_i r_{0i}^{(st)}}}{0,5 r_{0i}^{(RI)}}. \quad (1.46)$$

Это выражение является сложным для практического использования. Однако аналогично рассмотренному ранее случаю одной приемной антенны его можно значительно упростить [10].

Подставим в формулу (1.35) значения $x=1$ и $y = \sqrt{r_1 + r_2 + \mathbf{L} + r_N}$. В результате получим, что

$$\frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\sum_{i=1}^N r_i} \right) \right] = \frac{1}{p} \exp \left(- \sum_{i=1}^N r_i \right) \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \exp \left(-t^2 \sum_{i=1}^N r_i \right) dt. \quad (1.47)$$

Далее подставляя (1.47) в (1.44) приходим к следующему выражению для вероятности битовой ошибки:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \prod_{i=1}^N I_i(t) dt, \quad (1.48)$$

где интеграл $I_i(t)$ равен

$$I_i(t) = \int_0^{\infty} \exp[-r_i(t^2 + 1)] f(r_i) dr_i. \quad (1.49)$$

Учтем выражение (1.32) для плотности вероятности $f(r_i)$. В результате получим, что интеграл $I_i(t)$ вычисляется и равен [9]

$$I_i(t) = \frac{1}{1 + r_{0i}^{(RI)}(t^2 + 1)} \exp \left[- \frac{r_{0i}^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + r_{0i}^{(RI)}(t^2 + 1)} \right]. \quad (1.50)$$

Теперь с помощью (1.50) и (1.48), найдем, что вероятность битовой ошибки в многолучевом райсовском канале равна:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \prod_{i=1}^N \frac{1}{[1 + r_{0i}^{(RI)}(t^2 + 1)]} \exp \left(- \frac{r_{0i}^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + r_{0i}^{(RI)}(t^2 + 1)} \right) dt. \quad (1.51)$$

Выражение (1.51) для вероятности битовой ошибки в многолучевом некоррелированном райсовском канале с N приемными антеннами является значительно более простым, чем (1.45). В самом деле, в (1.45) вероятность ошибки определяется через N -кратный интеграл от произведения N функций Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка, каждая из которых, в свою очередь, имеет интегральное представление. В то же время в (1.51) вероятность ошибки определяется через однократный интеграл от произведения элементарных функций.

1.6. Вероятность ошибки в коррелированном райсовском канале

Вероятность битовой ошибки в случае коррелированных райсовских замираний вычисляется аналогично случаю коррелированных релейевских замираний на основе матричного преобразования сигналов, которое обеспечивает декорреляцию райсовских замираний и не изменяет статистические свойства собственных шумов. Тогда средняя вероятность битовой ошибки может быть получена с помощью (1.51) [11].

Корреляционная матрица $\langle \mathbf{H}^{(RI)} (\mathbf{H}^{(RI)})^H \rangle$ релейевской составляющей вектора коэффициентов передачи является эрмитовой, положительно определенной матрицей и может быть представлена в виде разложения в базисе собственных векторов \mathbf{U}_i :

$$\mathbf{U}^H [\langle \mathbf{H}^{(RI)} (\mathbf{H}^{(RI)})^H \rangle] \mathbf{U} = \mathbf{\Lambda}, \quad (1.52)$$

где \mathbf{U} – $(N \times N)$ -размерная унитарная матрица, состоящая из N ортонормированных собственных векторов \mathbf{U}_i , $\mathbf{\Lambda}$ – $(N \times N)$ -размерная диагональная матрица положительных собственных чисел I_i матрицы $\langle \mathbf{H}^{(RI)} (\mathbf{H}^{(RI)})^H \rangle$.

Аналогично (1.26) перейдем от вектора входного процесса \mathbf{X} к вектору \mathbf{Y} , равному $\mathbf{Y} = \mathbf{U}^H \mathbf{X}$. Вектор преобразованных коэффициентов передачи $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}^H \mathbf{H}$ состоит из случайных некоррелированных райсовских величин. Статическая и случайная составляющие вектора $\tilde{\mathbf{H}}$ равны $\tilde{\mathbf{H}}^{(st)} = \mathbf{U}^H \mathbf{H}^{(st)}$ и $\tilde{\mathbf{H}}^{(RI)} = \mathbf{U}^H \mathbf{H}^{(RI)}$. Среднее значение i -ой случайной компоненты является нулевым, а ее дисперсия равна собственному числу I_i .

Теперь для i -ой приемной антенны коэффициент $\tilde{g}_i = \tilde{r}_{0i}^{(st)} / I_i$, где $\tilde{r}_{0i}^{(st)} = P_0 |\tilde{h}_i^{(st)}|^2$ – относительная мощность статической составляющей сигнала. Статистические свойства собственных шумов $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}^H \mathbf{Z}$ не изменяются в результате такого преобразования.

Теперь среднюю вероятность битовой ошибки можно найти из выражения (1.51), которое в рассматриваемом случае коррелированных райсовских замираний принимает вид:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^\infty \frac{1}{(t^2 + 1)} \prod_{i=1}^N \frac{1}{[1 + I_i (t^2 + 1)]} \exp \left[- \frac{\tilde{r}_{0i}^{(st)} (t^2 + 1)}{1 + I_i (t^2 + 1)} \right] dt. \quad (1.53)$$

Рассмотрим случай двух приемных антенн (двухлучевой коррелированный райсовский канал). Для расчета вероятности битовой ошибки необходимо воспользоваться общим выражением (1.51), которое принимает вид:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \frac{\exp\left[-\frac{\tilde{r}_{01}^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + I_1(t^2 + 1)} - \frac{\tilde{r}_{01}^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + I_1(t^2 + 1)}\right]}{[1 + I_1(t^2 + 1)][1 + I_1(t^2 + 1)]} dt. \quad (1.54)$$

На рис. 1.7 показана вероятность ошибки для коррелированных райсовских замираний сигналов в двух антеннах с одинаковыми статистическими свойствами ($r_{01}=r_{02}=r_0$, $g_1=g_2$) в зависимости от среднего ОСШ r_0 для разных коэффициентов корреляции ($r_{12}=0; 0.7; 0.9$ и 1.0) при $g_1=g_2=1$. Зафиксируем вероятность ошибки на уровне 1%. Если замирания сигналов являются некоррелированными, то требуемое ОСШ составляет $\approx 4,5$ дБ. Требуемое ОСШ увеличивается на 0,5; 2,0 и 5,3 дБ при коэффициенте корреляции $r_{12}=0,7; 0,9$ и $1,0$; соответственно. Таким образом, корреляция сигналов не приводит к заметным потерям, если коэффициент корреляции не превышает $\approx 0,7$.

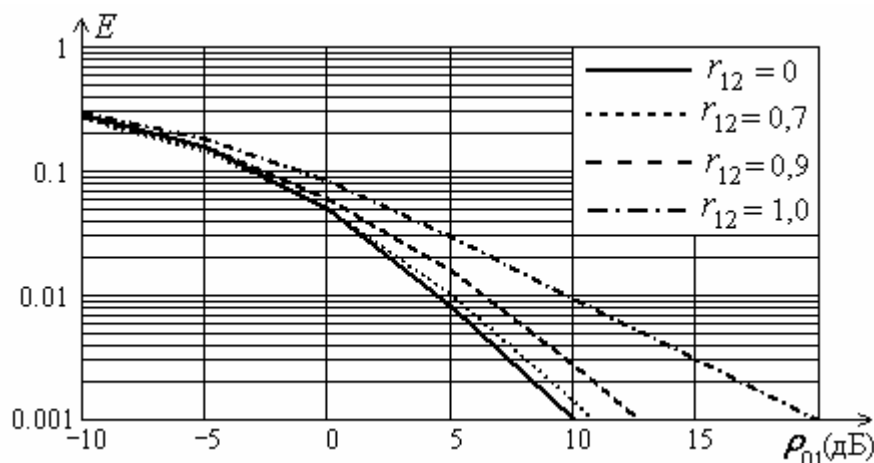


Рис. 1.7. Вероятность ошибки в зависимости от среднего ОСШ в райсовском канале с двумя антеннами при $r_{12}=0; 0,7; 0,9$ и $1,0$ и $r_{01}=r_{02}$, $g_1=g_2=1$

1.7. Поляризационное разнесение.

В системах связи часто используются крестообразные антенны для приема сигналов двух поляризаций. В то же время излучается сигнал только на одной поляризации. Поэтому, в одной приемной антенне с согласованной поляризацией наблюдаются райсовские замирания сигналов, а в другой антенне с ортогональной поляризацией – релеевские замирания. Обычно фединги на разных поляризациях статистически независимы между собой.

Пусть для конкретности первый сигнал является райсовским, а второй – релеевским. В этом случае подставим в (1.51) $N=2$ и $r_{02}^{(st)} = 0$, а также учтем формулы перехода (1.33). В результате будем иметь для вероятности битовой ошибки следующее выражение [10]:

$$E = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \frac{(g_1 + 1) \exp\left[-\frac{g_1 r_{01}(t^2 + 1)}{(g_1 + 1) + r_{01}(t^2 + 1)}\right]}{(t^2 + 1) [g_1 + 1 + r_{01}(t^2 + 1)] \cdot [1 + r_{02}(t^2 + 1)]} dt. \quad (1.55)$$

где r_{01} и r_{02} – среднее ОСШ на бит в райсовской и релейской ветвях, соответственно.

Можно видеть, что по сравнению с однолучевым райсовским каналом в знаменателе в (1.55) появился дополнительный множитель $[1 + r_{02}(t^2 + 1)]$, соответствующий релейской ветви. Этот множитель меньше единицы на всем интервале интегрирования от 0 до ∞ . Поэтому добавление релейской ветви к райсовской всегда будет приводить к уменьшению вероятности битовой ошибки.

Если случайная составляющая замираний сигналов на обеих поляризациях значительно превышает собственный шум ($r_{01}^{(RI)} \gg 1$, $r_{02}^{(RI)} \gg 1$), то (1.55) упрощается и принимает следующий вид:

$$E = \frac{1}{p r_{01}^{(RI)} r_{02}^{(RI)}} \exp(-g_1) \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)^3} dt. \quad (1.56)$$

Принимая во внимание, что интеграл в (1.56) равен $3\pi/16$, получим, что вероятность битовой ошибки равна

$$E \approx \frac{3}{16} \frac{(g_1 + 1)}{r_{01}^{(RI)} r_{02}^{(RI)}} \exp(-g_1). \quad (1.57)$$

На рис. 1.8 показана вероятность битовой ошибки для случая поляризационного разнесения в зависимости от среднего ОСШ r_{01} в райсовской ветви. Предполагается, что отношение g_1 средних мощностей статической и флуктуирующей компонент сигнала в этой ветви принимает разные значения ($g_1 = 0; 5; 10; 15$ дБ), а мощность флуктуирующих составляющих сигнала в обеих ветвях является одинаковой ($r_{01}^{(RI)} = r_{02}^{(RI)}$).

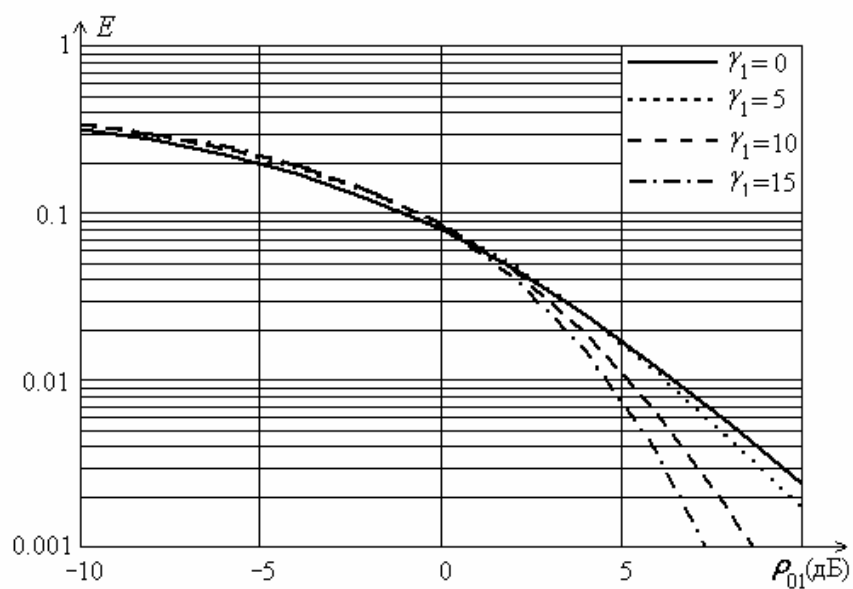


Рис. 1.8. Вероятность битовой ошибки для поляризационного разнесения в зависимости от среднего ОСШ r_{01} в райсовской ветви при $r_{01}^{(RI)} = r_{02}^{(RI)}$

ГЛАВА 2. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ С РАЗНЕСЕННОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ

Эффективность разнесенной передачи (РП) зависит от того, имеется или отсутствует на передающей стороне информация о канале (о векторе \mathbf{H} весовых коэффициентов). При наличии такой информации возможна реализация адаптивной передачи, согласованной с каналом.

Предположим, что передача сигналов ведется из M антенн, то есть в системе имеется M ветвей разнесения. Свойства пространственного канала определяются вектором-столбцом $\mathbf{H} = (h_1, h_2, \dots, h_M)^T$ коэффициентов передачи.

Если состояние канала неизвестно передатчику, то мощность должна делиться равномерно между M передающими антеннами, и принятый сигнал будет равен

$$x(t) = \sqrt{\frac{P_0}{M}} \left(\sum_{p=1}^M h_p \right) d(t) + z(t). \quad (2.1)$$

Отсюда для ОСШ получим, что

$$r = r_0 \left| \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{p=1}^M h_p \right|^2. \quad (2.2)$$

Сравним (2.2) с (1.2), считая замирания сигналов в разных антеннах некоррелированными между собой. Нетрудно видеть, что статистические свойства ОСШ в этих выражениях являются одинаковыми между собой. В самом деле, случайная величина в (2.2) подчиняется гауссовскому закону с единичной дисперсией и с нулевым средним. Этими же статистическими свойствами обладает случайный коэффициент передачи h в (1.2).

Таким образом, если передатчику неизвестно состояние канала, то использование РП путем простого деления мощности между передающими антеннами не изменяет вероятности битовой ошибки. Поэтому на практике используются различные методы пространственной обработки сигналов в передающих антеннах, которым соответствуют различные виды РП. Рассмотрим некоторые из них для случая разнесенной передачи из двух антенн.

2.1. Фазовая разнесенная передача

Фазовая РП является наиболее простым видом РП. Каждый импульс разделяется на две антенны и излучается одновременно (рис. 2.1). Однако фаза символа во второй ветви подвергается циклическому повороту (свипированию), который эквивалентен сдвигу

частоты на некоторую величину Δf . Например, в соответствии со стандартом IS-95 для CDMA-систем, длительность фрейма составляет 20 мсек. Частотный сдвиг Δf выбирается равный частоте передачи фреймов, то есть $\Delta f=50$ Гц. Тогда полный поворот фазы составляет 360° за каждый фрейм, а разность фаз для соседних символов составляет 1,875 град.

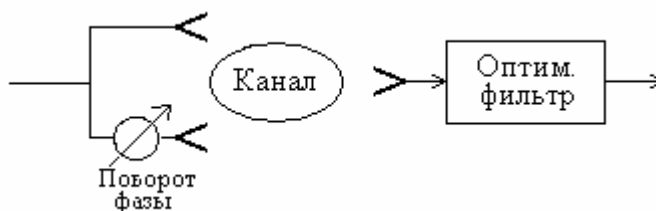


Рис. 2.1. Схема фазовой РП

Систему с фазовой РП можно свести к базовой системе без РП, если ввести эквивалентный канал связи с коэффициентом передачи \tilde{h} для i -го луча, который равен

$$\tilde{h} = h_1 + h_2 \exp(j2p\Delta ft), \quad (2.3)$$

где h_1 и h_2 - коэффициенты передачи для первой и второй антенн, соответственно.

Скорость изменения свойств пространственного канала зависит от скорости движения пользователей. Для сотовых систем связи хорошей моделью является модель Кларка, в соответствии с которой рассеиватели равномерно окружают движущийся пользователь [1,2,12]. Тогда временной масштаб изменения канала определяется функцией автокорреляции $B(t) = \langle h(t)h^*(t+t) \rangle$ релейских коэффициентов передачи h , которая для модели Кларка равна $B(t) = J_0(2pf_d t)$, где $J_0(\cdot)$ - функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $f_d = v/I$ - максимальная частота Доплера, v - скорость движения пользователя, I - длина волны. Соответствующий спектр мощности $S(f)$ релейских флуктуаций канала называется спектром Джейкса и имеет вид $S(f) = 1/p \sqrt{f_d^2 - f^2}$.

Для пояснения фазовой РП найдем автокорреляционную функцию $\tilde{B}(t)$ эквивалентного коэффициента передачи \tilde{h} . Учитывая (2.3), можно получить, что

$$\tilde{B}(t) = 2B(t) \cdot \cos(p\Delta ft) \cdot \exp(-jp\Delta ft). \quad (2.4)$$

Соответствующий спектр мощности $\tilde{S}(f)$ релейских флуктуаций эквивалентного канала равен $\tilde{S}(f) = S(f) + S(f + \Delta f)$.

Модуль функции $\tilde{B}(t)$ для максимальной частоты Доплера $f_d=10$ Гц показан на рис. 2.2 для фазовой РП с частотным сдвигом $\Delta f=50$ Гц и для неразнесенной передачи (НП) из одной антенны. Видно, что фазовая РП приводит к сужению автокорреляционной функции замираний сигналов и к соответствующему расширению спектра флуктуаций канала. Другими словами фединги становятся более быстрыми, что является более благоприятным для используемого декодера Витерби и обеспечивает уменьшение вероятности ошибки при одинаковой мощности сигналов.

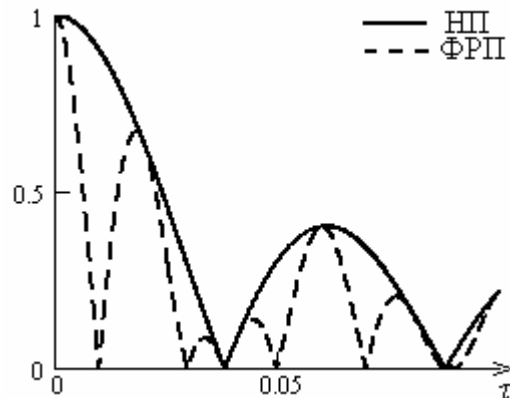


Рис. 2.2. Модуль автокорреляционной функции для фазовой РП (ФРП) и передачи без разнесения (НП)

Возможна еще одна интерпретация увеличения эффективности за счет фазового разнесения. Из рис. 2.2 видно, что эквивалентный коэффициент передачи определяется суммой двух коэффициентов передачи, которые при достаточном разнесении антенн являются некоррелированными между собой. Ясно, что при этом вероятность глубоких замираний в эквивалентном канале становится меньше.

2.2. Ортогональная разнесенная передача

Рассмотрим теперь ортогональную РП. Информационные символы разделяются на два независимых потока. Нечетные импульсы излучаются через первую антенну, а четные – через вторую. Для разделения этих потоков разные ортогональные между собой кодовые псевдошумовые последовательности (КПШП) используются для модуляции каждого из них, что предполагает их независимую обработку с помощью двух оптимальных фильтров. Принципиальная схема системы приема и передачи для ортогональной РП приведена на рис. 2.3. Очевидно, что систему с ортогональной РП нельзя свести к системе без разнесенной передачи, путем введения эквивалентного канала связи.

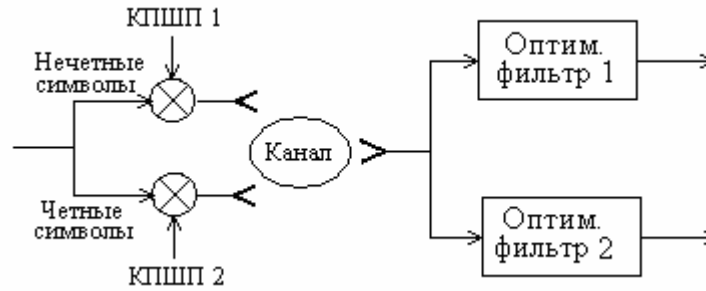


Рис. 2.3. Схема ортогональной РП

Битовая ошибка выходного потока связана с битовыми ошибками E_1 и E_2 отдельных ветвей следующим соотношением

$$E = \frac{N_e}{N} = \frac{N_{e1} + N_{e2}}{2 \frac{N}{2}} = \frac{1}{2}(E_1 + E_2), \quad (2.5)$$

где N – общее число переданных бит, N_e – общее число ошибочно принятых бит, N_{e1} и N_{e2} число ошибочно принятых бит для первой и второй ветви, соответственно.

Увеличение эффективности ортогональной РП можно пояснить следующим образом. Если происходит ослабление сигналов, переданных, например, второй антенной (четных символов), то при независимых флуктуациях, вероятность одновременных замираний нечетных символов является малой. Поэтому после объединения выходных сигналов оптимальных фильтров в единый поток слабые сигналы будут чередоваться с сильными. При этом декодер Витерби обеспечит меньшую вероятность битовой ошибки, чем в системе с одной антенной.

2.3. Ортогональная пространственно-временная разнесенная передача (схема Alamouti)

Такая РП предложена Alamouti [17] и является наиболее эффективным видом неадаптивной РП, так как объединяет пространственное и временное разнесения. Принципиальная схема системы приема и передачи приведена на рис. 2.4. Модулированные импульсы разделяются на блоки по два последовательных импульса в каждой, и поступают на пространственно-временной (ПВ) кодер, в котором фаза каждого из импульсов изменяется (кодируется) специальным образом, и затем они излучаются обеими антеннами.

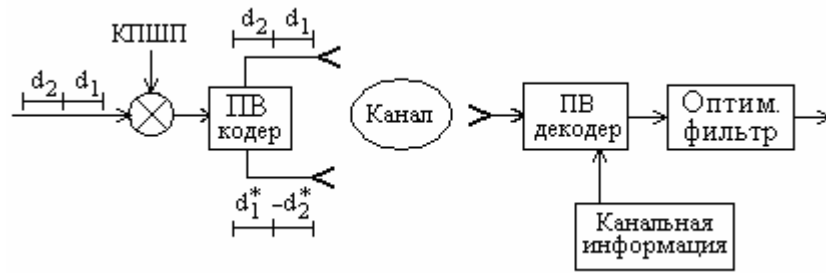


Рис. 2.4. Схема пространственно-временной разнесенной передачи

Пусть имеется два импульса d_1 и d_2 . Тогда в первый момент времени первая антенна излучает импульс d_1 , а вторая – $(-d_2^*)$, а во второй момент времени излучаются импульсы d_2 и d_1^* , соответственно. Так как одновременно излучаются два разных символа, то они одновременно приходят в приемную антенну и их необходимо разделить между собой. Для этого используется ПВ декодер с линейной обработкой сигналов.

Длительность импульсов в системах связи обычно значительно меньше времени изменения канальных коэффициентов. Следовательно, их можно считать неизменными за время передачи двух соседних символов d_1 и d_2 . Поэтому на выходе приемной антенны в первый и второй моменты времени будем иметь смесь двух сигналов и шума (деление полной мощности P_0 между двумя передающими антеннами будет учтено ниже):

$$y(1) = h_1 d_1 - h_2 d_2^* + z(1), \quad (2.6)$$

$$y(2) = h_1 d_2 + h_2 d_1^* + z(2). \quad (2.7)$$

Пространственно-временной декодер обеспечивает разделение сигналов d_1 и d_2 с помощью простой линейной обработки, которую можно записать как:

$$u(1) = y(1)h_1^* + y^*(2)h_2, \quad (2.8)$$

$$u(2) = -y^*(1)h_2 + y(2)h_1^*. \quad (2.9)$$

Подставляя (2.6) и (2.7) в (2.8) и (2.9) получим, что

$$u(1) = (|h_1|^2 + |h_2|^2)d_1 + z(1)h_1^* + z^*(2)h_2, \quad (2.10)$$

$$u(2) = (|h_1|^2 + |h_2|^2)d_2 + z^*(1)h_2 + z(2)h_1^*. \quad (2.11)$$

Отсюда следует, что мощность шума для каждого из двух сигналов на выходе пространственно-временного декодера равна $|h_1|^2 + |h_2|^2$. Нормируем эти выходные сигналы так, чтобы мощность выходного шума стала равной единице. Тогда

$$\tilde{u}(1) = \tilde{h}d_1 + \frac{z(1)h_1^* + z^*(2)h_2}{\tilde{h}}, \quad (2.12)$$

$$\tilde{u}(2) = \tilde{h}d_2 + \frac{z^*(1)h_2 + z(2)h_1^*}{\tilde{h}}. \quad (2.13)$$

где $\tilde{h} = \sqrt{|h_1|^2 + |h_2|^2}$ представляет собой эффективный канальный коэффициент передачи для каждого из двух символов d_1 и d_2 . Теперь две передающие антенны можно заменить одной и считать \tilde{h} канальным коэффициентом передачи для этой антенны.

Реализация из 500 выборок амплитуды нормированного коэффициента передачи $\tilde{h}/\sqrt{2}$ показана на рис. 2.5 для релейского канала с максимальной частотой Доплера $f_d=100$ Гц (толстая кривая). Полная длина реализации составляет 50 мсек при времени корреляции по половинному уровню $\approx 2,4$ мсек. Тонкими кривыми представлены реализации амплитуды коэффициентов передачи для каждой из двух передающих антенн. Видно, что ортогональная пространственно-временная разнесенная передача обеспечивает значительное ослабление замираний сигналов.

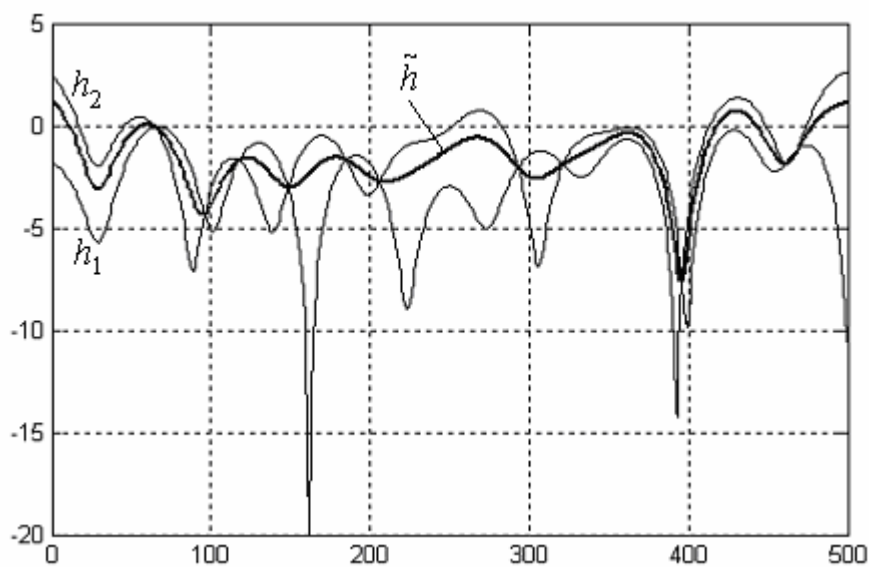


Рис. 2.5 Амплитуда коэффициентов передачи \tilde{h} , h_1 и h_2 для $f_d=100$ Гц

Таким образом, на выходе декодера имеется два разделенных символа d_1 и d_2 , для каждого из которых ОСШ имеет одинаковую величину, равную

$$r_1 = r_2 = 0,5r_0(|h_1|^2 + |h_2|^2), \quad (2.14)$$

где множитель 0,5 учитывает разделение мощности P_0 между передающими антеннами.

Для пояснения идеи пространственно-временного кодирования рассмотрим матричную запись вышеприведенных выражений. Вектор принятых сигналов \mathbf{Y} можно представить в виде:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{D} + \mathbf{Z}, \quad (2.15)$$

где

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y(1) \\ y^*(2) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} h_1 & -h_2 \\ h_2^* & h_1^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z(1) \\ z(2) \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Оценку вектора переданных символов можно найти с помощью матричного преобразования вида $\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Y} = \mathbf{D} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}$, где \mathbf{A}^{-1} - обратная матрица. Однако матрица \mathbf{A} обладает таким свойством, что

$$\mathbf{A}^H \mathbf{A} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \mathbf{I}. \quad (2.17)$$

Именно поэтому такое пространственно-временное кодирование блока из 2-х символов называется ортогональным.

Преобразование сигналов на приемном конце линии можно задать матрицей \mathbf{A}^H вместо обратной матрицы \mathbf{A}^{-1} . В результате получим, что вектор $\hat{\mathbf{D}}$ равен

$$\hat{\mathbf{D}} = (|h_1|^2 + |h_2|^2)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{Y} = \mathbf{D} + (|h_1|^2 + |h_2|^2)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{Z}. \quad (2.18)$$

Это означает, что пространственно-временной декодер обеспечивает разделение переданных символов с помощью простого линейного преобразования. Нетрудно видеть, что выходные собственные шумы являются статистически независимыми, поэтому возможно независимое детектирование принятых символов d_1 и d_2 . Кроме этого, такая обработка обеспечивает когерентное суммирование сигналов из каждой передающей антенны, что обеспечивает увеличение ОСШ.

Из (2.14) следует, что пространственно-временная РП обеспечивает оптимальное (когерентное) суммирование случайных канальных коэффициентов h_1 и h_2 , при котором обеспечивается суммирование ОСШ для первой и второй передающих антенн. Учтем, что

дисперсию флуктуаций канального коэффициента мы считаем равной единице ($\langle |h|^2 \rangle = 1$). Тогда из (2.14) получим, что среднее ОСШ $\langle r(1) \rangle = \langle r(2) \rangle = r_0$. Следовательно, при использовании пространственно-временной разнесенной передачи ОСШ остается таким же, как и при отсутствии разнесения. Однако статистика ОСШ изменяется таким образом, что вероятность замираний существенно уменьшается.

2.4. Адаптивная разнесенная передача

Адаптивная РП предполагает, что канал непрерывно оценивается на приемнике, и канальная информация сообщается на передающий конец линии, то есть передатчик имеет информацию о канальных коэффициентах. Эта информация передается по обратному (служебному) каналу. Варианты адаптивной РП отличаются друг от друга разной загрузкой обратного канала. Принципиальная схема системы приема и передачи при адаптивной РП приведена на рис. 2.6.

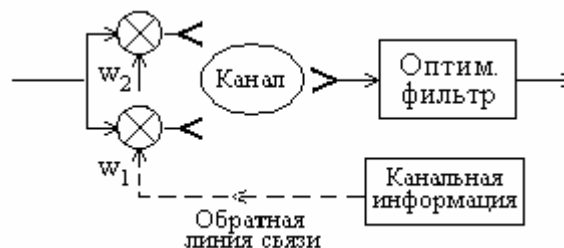


Рис. 2.6. Схема адаптивной РП

Каждый импульс разделяется на две антенны. Эти импульсы взвешиваются с адаптивно регулируемыми комплексными весовыми коэффициентами w_1 и w_2 и затем излучаются одновременно. Следовательно, по аналогии с фазовой и пространственно-временной РП можно ввести эквивалентный канал с коэффициентом передачи \tilde{h}_{Ad} в виде:

$$\tilde{h}_{Ad} = w_1 h_1 + w_2 h_2. \quad (2.19)$$

Мощность сигнала на входе приемной антенне $P \sim |\mathbf{W}^H \mathbf{H}|^2$, где $\mathbf{W} = (w_1, w_2)^T$ - нормированный вектор-столбец весовых коэффициентов.

Оптимальный весовой вектор \mathbf{W}_{opt} найдем из условия максимума мощности P . Скалярное произведение векторов \mathbf{W} и \mathbf{H} будет максимальным, если эти вектора будут параллельными между собой. Таким образом, весовые коэффициенты должны быть пропорциональны соответствующим канальным коэффициентам ($w_1 \sim h_1^*$; $w_2 \sim h_2^*$). При этом обеспечивается согласованный (когерентный) прием сигнала. Тогда из (2.19)

следует, что эквивалентный коэффициент передачи \tilde{h}_{Ad} является действительным числом и равен

$$\tilde{h}_{Ad} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{|h_1|^2 + |h_2|^2}. \quad (2.20)$$

Это означает, что для ОСШ справедлива формула (2.14). Следовательно, эффективность адаптивной РП совпадает с эффективностью неадаптивной пространственно-временной РП.

В настоящее время в проектах CDMA-стандарта рассматриваются три варианта адаптивной РП (будем их обозначать как АРП(1), АРП(2) и АРП(4)), которые отличаются разной загрузкой обратного канала.

В самом простом из них (АРП(1)) используется один бит, с помощью которого сообщается, какая из передающих антенн создает большую мощность в точке приема, и только эта антенна затем используется для передачи. Мощность сигнала от первой и второй антенны пропорциональна $|h_1|^2$ и $|h_2|^2$, соответственно. Следовательно, считается, что $w_1=1$ и $w_2=0$ (отключена вторая антенна), если $|h_1| > |h_2|$, и $w_1=0$ и $w_2=1$ (отключена первая антенна), если $|h_1| < |h_2|$. При этом эквивалентный коэффициент передачи $\tilde{h}_{Ad(1)}$ равен

$$\tilde{h}_{Ad(1)} = \begin{cases} h_1, & \text{при } |h_1| > |h_2| \\ h_2, & \text{при } |h_1| < |h_2| \end{cases}. \quad (2.21)$$

Реализация из 500 выборок амплитуды коэффициента передачи $\tilde{h}_{Ad(1)}$ при использовании АРП(1) показана на рис. 2.7 для релеевского канала с максимальной частотой Доплера $f_d=100$ Гц (толстая кривая). Полная длина реализации составляет 50 мсек при времени корреляции по половинному уровню $\approx 2,4$ мсек. Тонкими кривыми представлены реализации амплитуды коэффициентов передачи для каждой из двух передающих антенн. Видно, что даже простейший вариант АРП(1) обеспечивает достаточно хорошее ослабление замираний сигналов.

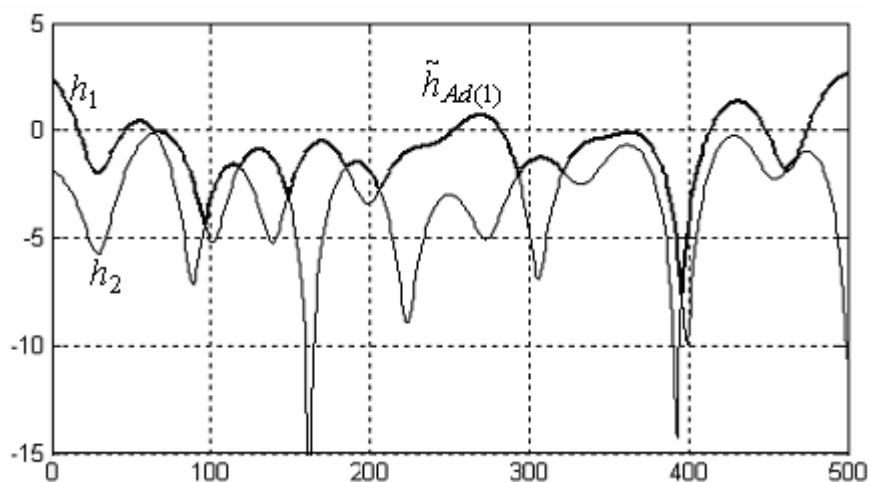


Рис. 2.7. Амплитуда коэффициентов передачи $\tilde{h}_{Ad(1)}$, h_1 и h_2 ($f_d=100$ Гц)

Во втором варианте (АРП(2)) с помощью двух бит передаются значения разности фаз весовых коэффициентов. При этом дискретность фазы составляет 90° , то есть значение фазы при передаче по обратному каналу округляется до ближайшего из чисел 0° , 90° , 180° и 270° . Амплитуды весовых коэффициентов считаются постоянными и равными $2^{-0.5}$.

В третьем варианте (АРП(4)) используется четыре бита и передается информация о значениях амплитуды и разности фаз весовых коэффициентов. Дискретность фазы, передаваемой по обратному каналу, уменьшается до 45° (используется 3 бита), а квадрат амплитуды считается равным 0,8 или 0,2 (используется 1 бит), в зависимости от того, какая передающая антенна создает большую мощность в точке приема.

2.5. Сравнительная эффективность методов разнесенной передачи

Рассмотрим эффективность различных видов разнесенной передачи [14]. Введем следующие обозначения для различных видов разнесенной передачи: НП - неразнесенная передача из одной антенны; ФРП, ОРТ и ПВРП – фазовая, ортогональная и пространственно-временная РП, соответственно; АРП(1), АРП(2), АРП(4) - адаптивная разнесенная передача с использованием одного, двух или четырех бит в обратном канале. Будем рассматривать CDMA-систему с параметрами фрейма, соответствующими стандарту IS-95 [15,16].

В соответствии с этим стандартом обеспечивается скорость передачи данных 9600 бит/сек. Информация передается фреймами, каждый из которых имеет длительность 20 мсек и состоит из 192 бит (172 бит данных, 12 бит циклического избыточного кода и 8 хвостовых бит). Биты избыточного кода являются двоичной сверткой бит данных с соответствующим генераторным полиномом и служат для определения корректности

принятого фрейма. Нулевые хвостовые биты добавляются в конец фрейма для обнуления всех ячеек (разрядов) декодера после завершения обработки фрейма.

Для исправления ошибок в CDMA системах используются сверточный кодер с кодовым ограничением равным 9 и со скоростью кодирования $r_c=1/2$. В случае медленных замираний сигнала возможны непрерывные ошибки (пакеты ошибок). Для борьбы с такими ошибками используется перемежитель (интерливер), который осуществляет перестановку входных бит во фрейме. Входные биты записываются в столбцы матрицы интерливера, а выходные биты формируются путем считывания строк этой матрицы. Число кодированных бит во фрейме равно 384 и матрица интерливера имеет размерность (24×16) . Переставленные биты поступают на модулятор с квадратурной фазовой модуляцией. Принятый сигнал после оптимального фильтра поступает на деинтерливер, который осуществляет обратную перестановку на символьном уровне, и затем на декодер Витерби, где реализуется алгоритм максимального правдоподобия на основе “мягкой” метрики [1,2].

Эффективность разных методов неадаптивной разнесенной передачи будем сравнивать по вероятности ошибки передачи фреймов. Предполагается, что пространственный канал является релейским каналом с частотной дисперсией, обусловленной движением пользователя.

На рис. 2.8 показана фреймовая ошибка в зависимости от ОСШ, для НП, а также для ОРП, ФРП и ПВРП. Частота Доплера $f_d=10$. Видно, что наиболее эффективной является ПВРП, а наименее эффективной – ФРП. Мощность, требуемая для фреймовой ошибки 1 %, уменьшается с 16 дБ до 11,8; 11,2 и 10,2 дБ за счет применения ФРП, ОРП и ПВРП, соответственно.

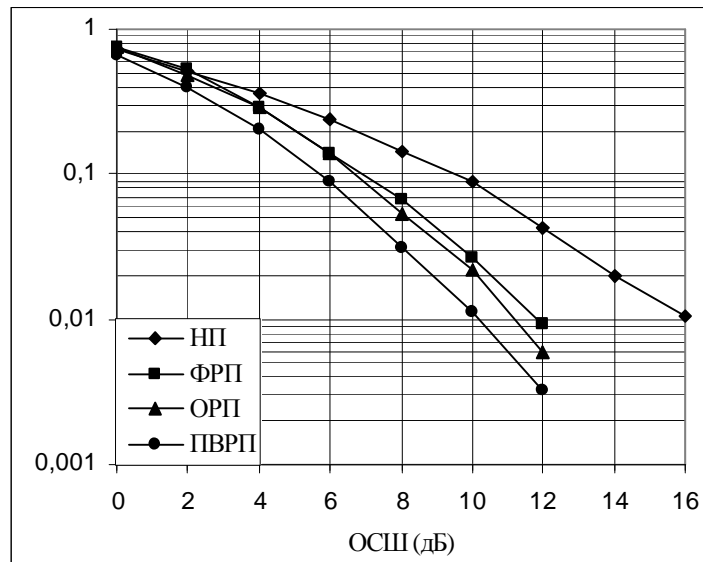


Рис. 2.8. Вероятность фреймовой ошибки для $f_d=10$ Гц

Рассмотрим теперь канал с более быстрыми федингами, когда частота Доплера $f_d=60$ Гц. На рис. 2.9 показана ошибка передачи фреймов в зависимости от среднего ОСШ для НП, ОРП, ФРП и ПВРП. Видно, что среднее ОСШ, требуемое для обеспечения фреймовой ошибки 1 %, может быть уменьшено с 10,7 дБ до 9,1; 7,7 и 6,7 дБ за счет применения ОРП, ФРП и ПВРП, соответственно.

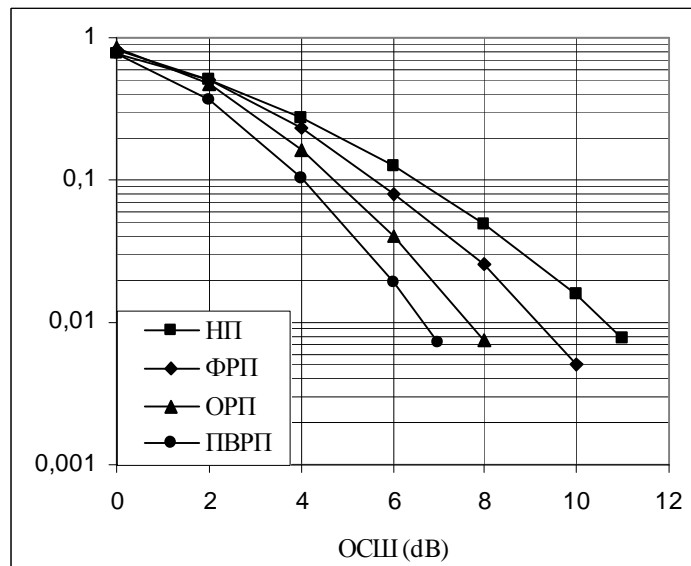


Рис. 2.9. Вероятность фреймовой ошибки для $f_d=60$ Гц

Вероятность ошибки передачи фреймов для всех вариантов адаптивной РП, а также для системы без разнесения, показана на рис. 2.10. Частота Доплера $f_d=10$ Гц. Видно, что при увеличении числа бит, используемых в обратной линии, эффективность адаптивной РП

увеличивается. Излучаемая мощность может быть уменьшена с 16 дБ до 11,9; 10,9 и 10,6 дБ в зависимости от варианта адаптивной РП.

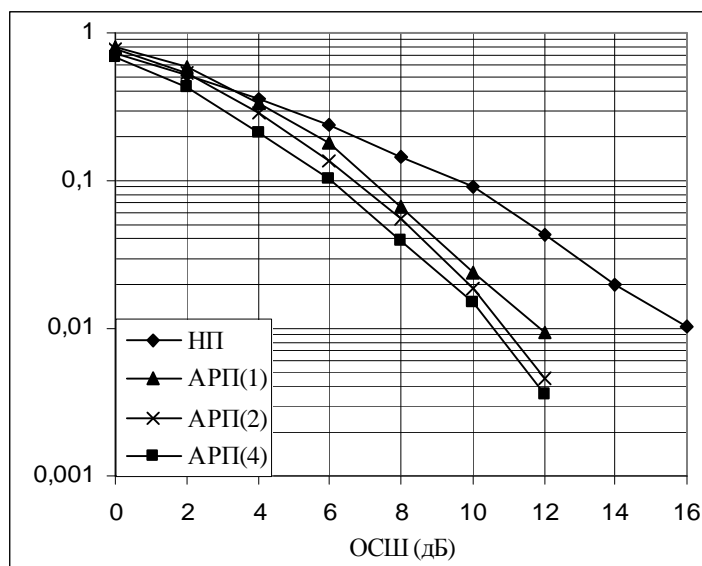


Рис. 2.10. Вероятность фреймовой ошибки для $f_d=10$ Гц

Сравнительные результаты эффективности методов РП, сведены в таблицу 2.1. Даны средние мощности (дБ), необходимые для обеспечения фреймовой ошибки 1%, а также частоты Доплера. Из данных результатов следует, что наиболее эффективной РП в условиях многолучевого характера распространения сигналов является пространственно-временная РП. Она обеспечивает наименьшую среднюю мощность при заданной ошибке передачи фрейма, предполагает достаточно простую линейную обработку сигналов в соответствии с (2.8), (2.9) на приемном конце линии и не требует передачи данных о состоянии канала на передающий конец линии связи.

Таблица 2.1.

Параметры	Метод разнесенной передачи				
	НП	ФРП	ОРП	ПВРП	АРП(4)
$f_d=10$ Гц	16	11.8	11.2	10.2	10.6
$f_d=60$ Гц	10.7	9.1	7.7	6.7	6.8

ГЛАВА 3. ММО-СИСТЕМЫ БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Наиболее перспективным для борьбы с замираниями сигналов является использование антенных решеток (АР) на обоих концах линии связи, то есть применение ММО-систем и различных методов пространственной обработки сигналов (пространственного кодирования и декодирования). Эти методы можно разделить на две группы. К первой из них относятся методы, которые не предполагают наличие канальной информации на передающей стороне. Поэтому при их использовании только прием сигналов является адаптивным и согласованным со случайным пространственным каналом. Вторую группу составляют методы, основанные на знании канала не только приемником, но и передатчиком, и обеспечивающие адаптивную пространственную обработку сигналов не только на прием, но и на передачу.

Основными алгоритмами обработки сигналов в ММО-системах без обратной связи являются:

- ортогональное блочное пространственно-временное кодирование (Space-Time Block Coding (STBC));
- метод Zero Forcing (ZF);
- оценка по минимуму среднеквадратической ошибки (МСКО-приемник);
- максимально правдоподобная (МП) оценка принятых символов (МП-приемник);
- Алгоритм BLAST (Bell laboratories LAyered Space-Time) пространственного декодирования.

Эти методы отличаются способом разделения переданных символов (посимвольным детектированием) в приемных антеннах.

3.1. Ортогональное пространственно-временное кодирование при произвольном числе приемных и передающих антенн

При использовании ортогонального блочного пространственного кодирования последовательность символов разделяется на блоки, которые специальным образом обрабатываются (пространственное кодирование) на передающем конце линии. В результате одновременной передачи данных несколькими антеннами каждая приемная антенна принимает смесь сигналов от всех передающих антенн. Блочное кодирование обеспечивает такую структуру передаваемого блока, которая позволяет разделить символы в приемных антеннах с помощью линейного преобразования.

Рассмотренная выше схема пространственно-временной разнесенной передачи (схема Alamouti) является частным случаем, когда имеется две передающие и одна приемная

антенна. Рассмотрим ее обобщение на случай произвольного числа передающих и приемных антенн [3,4].

Схема Alamouti с произвольным числом приемных антенн. Сначала предположим, что передающих антенн по-прежнему две ($M=2$), а число N приемных антенн является произвольным. В этом случае должно быть реализовано когерентное суммирование выходных сигналов пространственно-временных декодеров из каждой антенны.

Выходные сигналы на выходе декодера в i -ой приемной антенне можно записать аналогично (2.12) и (2.13) в виде

$$\tilde{z}_i(1) = \tilde{h}_i d_1 + \frac{n(1)h_{1i}^* + n^*(2)h_{2i}}{\sqrt{|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2}}, \quad (3.1)$$

$$\tilde{z}_i(2) = \tilde{h}_i d_2 + \frac{n^*(1)h_{2i} + n(2)h_{1i}^*}{\sqrt{|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2}}, \quad (3.2)$$

где h_{1i} и h_{2i} - канальные коэффициенты передачи между первой (второй) передающей антенной и i -ой приемной антенной, а $\tilde{h}_i = \sqrt{|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2}$ - эффективный канальный коэффициент передачи для i -ой приемной антенны.

Для когерентного суммирования выходных сигналов декодеров во всех приемных антеннах, необходимо сложить эти сигналы с весовыми коэффициентами равными \tilde{h}_i . В результате ОСШ для каждого из передаваемых символов d_1 и d_2 будет одинаковым и равным

$$r_1 = r_2 = 0,5 r_0 \sum_{i=1}^N (|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2), \quad (3.3)$$

где множитель 0,5 учитывает деление мощности P_0 между передающими антеннами.

Схема Alamouti при произвольном числе передающих антенн. Более сложным является обобщение на случай произвольного числа M передающих антенн. Отметим, что при $M=2$ схема Alamouti не дает задержки в передаче данных, то есть обеспечивает единичную скорость пространственно-временного кодирования. Однако при произвольном M не существует схем ортогонального блочного пространственного кодирования с единичной скоростью кодирования. Известные схемы обеспечивают скорость равную 1/2, то есть длительность блока удваивается при таком кодировании и

возникает задержка в передаче данных. Исключением являются случаи трех ($M=3$) и четырех ($M=4$), когда можно обеспечить скорость кодирования равную $3/4$.

Рассмотрим эти два случая.

1. Число передающих антенн $M=3$, скорость кодера $R=3/4$. Тогда матрица ортогонального пространственно-временного кода имеет вид

$$\mathbf{STBC}_3 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & ad_3 \\ -d_2^* & d_1^* & ad_3 \\ ad_3^* & ad_3^* & a^2(-d_1 - d_1^* + d_2 - d_2^*) \\ ad_3^* & -ad_3^* & a^2(d_2 + d_2^* + d_1 - d_1^*) \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

где $a^2=1/2$.

Таким образом, матрица кода состоит из 3 столбцов, что соответствует наличию 3 передающих антенн, и из 4 строк, что соответствует передаче трех символов d_1 , d_2 и d_3 за 4 момента времени. При этом выполняется условие ортогональности блочного кода в виде $(\mathbf{STBC}_3)^H \times \mathbf{STBC}_3 \sim \mathbf{I}$.

2. Число передающих антенн $M=4$, скорость кодера $R=3/4$. Тогда матрица ортогонального пространственно-временного кода имеет вид

$$\mathbf{STBC}_4 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & ad_3 & ad_3 \\ -d_2^* & d_1^* & ad_3 & -ad_3 \\ ad_3^* & ad_3^* & a^2(-d_1 - d_1^* + d_2 - d_2^*) & a^2(-d_2 - d_2^* + d_1 - d_1^*) \\ ad_3^* & -ad_3^* & a^2(d_2 + d_2^* + d_1 - d_1^*) & -a^2(d_1 + d_1^* + d_2 - d_2^*) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Матрица (3.5) состоит из 4 столбцов, что соответствует наличию 4 передающих антенн, и из 4 строк, что соответствует передаче трех символов d_1 , d_2 и d_3 за 4 момента времени. Отметим, что первые три столбца в матрицах \mathbf{STBC}_3 и \mathbf{STBC}_4 совпадают между собой. Условие ортогональности блочного кода выполняется, так как нетрудно получить, что $(\mathbf{STBC}_4)^H \times \mathbf{STBC}_4 \sim \mathbf{I}$.

В качестве примера для случая произвольного числа M передающих антенн приведем матрицы двух ортогональных блочных кодов для $M=3$ и $M=4$, при использовании которых обеспечивается передача четырех символов d_1 , d_2 , d_3 и d_4 за 8 моментов времени (скорость кодирования равна $1/2$).

$$\mathbf{STBC}_3 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \\ -d_2 & d_1 & -d_4 \\ -d_3 & d_4 & d_1 \\ -d_4 & -d_3 & d_2 \\ d_1^* & d_2^* & d_3^* \\ -d_2^* & d_1^* & -d_4^* \\ -d_3^* & d_4^* & d_1^* \\ -d_4^* & -d_3^* & d_2^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{STBC}_4 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ -d_2 & d_1 & -d_4 & d_3 \\ -d_3 & d_4 & d_1 & -d_2 \\ -d_4 & -d_3 & d_2 & d_1 \\ d_1^* & d_2^* & d_3^* & d_4^* \\ -d_2^* & d_1^* & -d_4^* & d_3^* \\ -d_3^* & d_4^* & d_1^* & -d_2^* \\ -d_4^* & -d_3^* & d_2^* & d_1^* \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

При произвольном числе M передающих антенн эффективный канальный множитель для i -ой приемной антенны равен

$$\tilde{h}_i = \sqrt{|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2 + \mathbf{K} + |h_{Mi}|^2}. \quad (3.7)$$

Далее необходимо обеспечить когерентное суммирование сигналов всех приемных антенн, то есть сложить их с весовыми коэффициентами \tilde{h}_i . Необходимо также учесть разделение мощности между антеннами.

В результате формула (3.3) обобщается и принимает вид:

$$r = \frac{1}{M} r_0 \sum_{i=1}^N \left(|h_{1i}|^2 + |h_{2i}|^2 + \mathbf{K} + |h_{Mi}|^2 \right). \quad (3.8)$$

Таким образом, ортогональное блочное пространственное кодирование обеспечивает значительное увеличение ОСШ за счет когерентного суммирования всех сигналов. Однако скорость передачи либо сохраняется (число передающих антенн $M=2$) или даже уменьшается ($M>2$) по сравнению с системой с одной передающей антенной ($M=1$).

3.2. Метод Zero Forcing (ZF)

Рассмотрим MIMO-систему с M передающими и N приемными антеннами и предположим, что приемных антенн больше, чем передающих ($N>M$). Входные символы $d_1(t), d_2(t), \dots, d_M(t)$, разделяются на M параллельных потоков. Если передатчик не имеет информации о пространственном канале, то используется равномерное распределение полной мощности P_0 между параллельными потоками данных.

Тогда вектор \mathbf{X} принятых сигналов равен

$$\mathbf{X} = \sqrt{P_0/M} \mathbf{H} \mathbf{D} + \mathbf{Z}. \quad (3.9)$$

Далее для простоты написания будем опускать множитель P_0/M . Тогда

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{D} + \mathbf{Z}. \quad (3.10)$$

ZF-приемник использует оценку $\hat{\mathbf{D}}_{ZF}$ переданных символов на основе обеспечения минимума функционала $J_{ZF}(\hat{\mathbf{D}})$ по вектору $\hat{\mathbf{D}}$, где [5]

$$J_{ZF}(\hat{\mathbf{D}}) = |\mathbf{X} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{D}}|^2 = (\mathbf{X} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{D}})^H (\mathbf{X} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{D}}). \quad (3.11)$$

Дифференцируя этот функционал по вектору $\hat{\mathbf{D}}^H$, и приравнивая производную к нулю, получим, что

$$dJ_{ZF}(\hat{\mathbf{D}})/d\hat{\mathbf{D}}^H = \mathbf{H}^H (\mathbf{X} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{D}}) = 0. \quad (3.12)$$

Отсюда

$$\hat{\mathbf{D}}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{X}. \quad (3.13)$$

Матрица $\mathbf{F}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$ называется псевдообратной матрицей к канальной матрице \mathbf{H} . Таким образом, для разделения сигналов в приемных антеннах необходимо преобразование вектора принятых сигналов \mathbf{X} , описываемое псевдообратной матрицей \mathbf{F}_{ZF} .

В случае одинакового числа передающих и приемных антенн ($N=M$) обратная матрица \mathbf{H}^{-1} существует. Тогда из (3.13) имеем, что $\hat{\mathbf{D}}_{ZF} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{X}$.

Отметим, что выходные собственные шумы \mathbf{Z}_{ZF} имеют дисперсию, отличную от единичной, и коррелированы между собой. В самом деле, имеем из (3.13), что

$$\mathbf{Z}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{Z} = \mathbf{F}_{ZF} \mathbf{Z}. \quad (3.14)$$

Отсюда корреляционная матрица шума имеет вид:

$$\langle \mathbf{Z}_{ZF} \mathbf{Z}_{ZF}^H \rangle = \mathbf{F}_{ZF} \langle \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \rangle \mathbf{F}_{ZF}^H. \quad (3.15)$$

Подставляя (3.13) в (3.15) и учитывая некоррелированность собственных шумов, будем иметь, что

$$\langle \mathbf{Z}_{ZF} \mathbf{Z}_{ZF}^H \rangle = s_0^2 \mathbf{F}_{ZF} \mathbf{F}_{ZF}^H = s_0^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}. \quad (3.16)$$

Коррелированность собственных шумов необходимо принимать во внимание при детектировании сигналов.

3.3. МСКО приемник

МСКО приемник обеспечивает оценку $\hat{\mathbf{D}}_{MMSE}$ переданных символов на основе обеспечения минимума среднеквадратичного функционала ошибки [5]

$$J_{MMSE} = \langle |\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D}|^2 \rangle. \quad (3.17)$$

Обозначим $\hat{\mathbf{D}}_{MMSE} = \mathbf{F}^H \mathbf{X}$ и найдем матрицу \mathbf{F}^H . Учитывая (3.17), получим, что

$$J_{MMSE}(\mathbf{F}) = \langle (\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D})^H (\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D}) \rangle. \quad (3.18)$$

Используя известное матричное тождество, среднеквадратичский функционал ошибки можно переписать в виде

$$J_{MMSE}(\mathbf{F}) = Sp\{ \langle (\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D})(\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D})^H \rangle \}, \quad (3.19)$$

где $Sp(\cdot)$ – обозначает след матрицы.

Продифференцируем функционал $J_{MMSE}(\mathbf{F})$ по матрице \mathbf{F} и приравняем производную к нулю. Учтем независимость матриц \mathbf{F} и \mathbf{F}^H , и то, что первый множитель под знаком следа не зависит от матрицы \mathbf{F} . В результате будем иметь, что

$$dJ_{MMSE}(\mathbf{F})/d\mathbf{F} = \langle (\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D}) \mathbf{X}^H \rangle. \quad (3.20)$$

Или

$$\langle (\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D}) \mathbf{X}^H \rangle = \{0\}. \quad (3.21)$$

Таким образом, MMSE-приемник обеспечивает ортогональность входного вектора \mathbf{X} и вектора ошибки $\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D}$.

Учтем далее два следующих условия. Во-первых, собственные шумы в приемных антеннах между собой не коррелированы и, во-вторых, информационные потоки в отдельных антеннах также между собой не коррелированы. В математической форме эти условия имеют вид:

$$\langle \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H \rangle = s_0^2 \mathbf{I}, \quad \langle \mathbf{D}\mathbf{D}^H \rangle = (P_0/M) \mathbf{I}. \quad (3.22)$$

Принимая во внимание статистическую независимость данных и собственных шумов, из (3.21) и (3.22) последовательно получим, что

$$\begin{aligned}
\langle (\mathbf{F}^H \mathbf{X} - \mathbf{D}) \mathbf{X}^H \rangle &= \langle (\mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{D} + \mathbf{F}^H \mathbf{Z} - \mathbf{D})(\mathbf{H} \mathbf{D} + \mathbf{Z})^H \rangle = \\
&= S_0^2 \left(\frac{r_0}{M} \mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{H}^H - \frac{r_0}{M} \mathbf{H}^H + \mathbf{F}^H \right) = \{\mathbf{0}\}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Таким образом, имеем, что искомая матрица \mathbf{F} равна

$$\mathbf{F}^H = \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1}. \tag{3.24}$$

Отсюда

$$\mathbf{D}_{MMSE} = \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{X}. \tag{3.25}$$

Выражение (3.25) эквивалентно следующему выражению [5]

$$\mathbf{D}_{MMSE} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{X}. \tag{3.26}$$

Сравнивая (3.26) с (3.13) при достаточно больших ОСШ r_0 , получим, что $\mathbf{D}_{MMSE} \approx \mathbf{D}_{ZF}$, то есть оценки вектора \mathbf{D} переданных символов с помощью ZF-приемника и MMSE-приемника совпадают между собой.

В случае, когда число передающих и приемных антенн одинаковое ($N=M$), обратная матрица \mathbf{H}^{-1} существует. Пусть также ОСШ $r \gg 1$. Тогда из (3.24) получим, что

$$\mathbf{F}^H \approx \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} = \mathbf{H}^{-1}. \tag{3.27}$$

Отсюда $\mathbf{D}_{MMSE} \approx \mathbf{H}^{-1} \mathbf{X} = \mathbf{D}$.

Отметим, что собственные шумы \mathbf{Z}_{MMSE} на выходе MMSE-приемника имеют дисперсию, отличную от единичной, и коррелированы между собой. В самом деле, имеем из (3.25), что шумовая компонента общего выходного сигнала равна

$$\mathbf{Z}_{MMSE} = \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{Z}. \tag{3.28}$$

Отсюда корреляционная матрица шума имеет вид:

$$\langle \mathbf{Z}_{MMSE} \mathbf{Z}_{MMSE}^H \rangle = \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1} \langle \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \rangle \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}. \tag{3.29}$$

Или, учитывая некоррелированность собственных шумов \mathbf{Z} , получим, что

$$\langle \mathbf{Z}_{MMSE} \mathbf{Z}_{MMSE}^H \rangle = s_0^2 \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{M}{r_0} \mathbf{I} \right)^{-2} \mathbf{H}. \quad (3.30)$$

Коррелированность собственных шумов необходимо принимать во внимание при детектировании сигналов.

3.4. МП-приемник

Рассмотрим МП оценку символа \mathbf{D} в ММО-системе при посимвольном детектировании. Если шумы приемников некоррелированы между собой, то совместная функция плотности вероятности комплексного M -мерного шумового вектора \mathbf{Z} равна

$$f(\mathbf{Z}) = \frac{1}{p^M s_0^2} \exp\left(-\frac{1}{s_0^2} \mathbf{Z}^H \mathbf{Z}\right). \quad (3.31)$$

Найдем вектор \mathbf{Z} из (3.10) и подставим результат в (3.31). Получим, что условная плотность вероятности вектора \mathbf{X} при условии, что был передан пространственный символ \mathbf{D} , определяется следующим выражением:

$$f[\mathbf{X}/\mathbf{D}] = \frac{1}{p^M s_0^2} \exp\left\{-\frac{1}{s_0^2} |\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{D}|^2\right\}. \quad (3.32)$$

Это выражение является функцией правдоподобия для пространственного символа \mathbf{D} . Для реализации алгоритма МП оценки необходимо выбрать такой символ $\hat{\mathbf{D}}$, который будет максимизировать функцию правдоподобия (3.32). Тогда алгоритм МП оценки можно представить в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{D}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{D}} \left\{ |\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{D}|^2 \right\}. \quad (3.33)$$

Сравнивая выражения (3.33) и (3.11) можно сделать вывод, что при статистически независимых собственных шумах в приемных антеннах МП-приемник совпадает в ZF-приемником. Следовательно, имеем, что

$$\hat{\mathbf{D}}_{ML} = \hat{\mathbf{D}}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{X}. \quad (3.34)$$

3.5. Алгоритм BLAST пространственного декодирования.

Алгоритм BLAST (Bell Laboratories Layered Space-Time), разработанный специалистами Bell Laboratories, имеет две основные модификации D (diagonal)-BLAST и V (vertical)-BLAST. Алгоритм D-BLAST позволяет, в принципе, получать более высокие

скорости передачи информации, но более сложен в реализации. Так как потери в скорости при переходе от D-BLAST к V-BLAST невелики, то второму алгоритму обычно отдаётся предпочтение. Именно его мы и будем рассматривать.

В V-BLAST алгоритме детектирование M переданных символов (оценка M -мерного вектора \mathbf{D}) выполняется за M итераций, каждая из которых, состоит из трех шагов [5].

Итерация 1.

Шаг 1. Оценка вектора \mathbf{D} с помощью MMSE-приемника в соответствие с (3.26). Имеем, что $\hat{\mathbf{D}}_{MMSE} = \mathbf{F}^H \mathbf{X} = \mathbf{Q} \mathbf{H}^H \mathbf{X}$, где матрица $\mathbf{Q} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + Mr_0^{-1} \mathbf{I})^{-1}$. Отметим, что $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^H$. В принципе, можно использовать оценку на основе ZF-приемника (3.13).

Шаг 2. Оценка того символа из вектора \mathbf{D} , для которого ОСШ является наибольшим. Номер этого элемента определяется номером наименьшего диагонального элемента матрицы \mathbf{Q} при MMSE-приемнике или номером столбца с наименьшей нормой при ZF-приемнике. Обозначим этот номер через p_1 .

Шаг 3. Модификация вектора \mathbf{X} принятых сигналов и канальной матрицы \mathbf{H} следующим образом. Из вектора \mathbf{X} принятых сигналов в (3.10) удаляется вклад, создаваемый символом d_{p_1} , а из матрицы \mathbf{H} удаляется столбец с номером p_1 . Обозначим модифицированный вектор через $\mathbf{D}^{(p_1)}$.

Таким образом, имеем, что

$$\mathbf{D}^{(p_1)} = \mathbf{D} - \mathbf{H}^{(p_1)} \hat{d}_{p_1}, \quad (3.35)$$

где $\mathbf{H}^{(p_1)}$ – столбец с номером p_1 матрицы \mathbf{H} .

Считаем, что оценка $\hat{d}_{p_1}(t)$ символа d_{p_1} является окончательной.

Итерация 2.

На этой итерации аналогично (с помощью трех шагов) оценивается тот символ из модифицированного вектора $\mathbf{D}^{(p_1)}$, для которого ОСШ является наибольшим. Номер этого элемента определяется номером наименьшего диагонального элемента матрицы $\mathbf{Q}^{(p_1)}$. Эта матрица формируется с помощью вектора $\mathbf{H}^{(p_1)}$, то есть $\mathbf{Q}^{(p_1)} = (\mathbf{H}^{(p_1)H} \mathbf{H}^{(p_1)} + r^{-1} \mathbf{I})^{-1}$. Отметим, что матрица $\mathbf{Q}^{(p_1)}$ имеет меньшую размерность $(M-1) \times (M-1)$.

Итерация 3.

Далее аналогичным образом выполняется аналогичным образом.

Всего с помощью M итераций последовательно оцениваются все символы вектора \mathbf{D} .

ГЛАВА 4. МІМО-СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

4.1. Формирование параллельных информационных каналов

Предположим теперь, что передатчик обладает знанием канала. Это означает, что матрица \mathbf{H} коэффициентов передачи между передающими и приемными антеннами оценивается на приемном конце линии связи, и затем эта информация сообщается передатчику. Очевидно, что в такой системе имеется обратная связь (обратная линия от приемника к передатчику). Знание канала на передающем конце линии дает возможность построить адаптивную пространственную обработку сигналов, не только на прием, но и на передачу. Такая обработка может быть реализована на основе сингулярного разложения канальной матрицы \mathbf{H} .

Входные символы разделяются на K параллельных информационных потоков, каждый из которых передается независимо друг от друга. Число таких потоков определяется рангом матрицы \mathbf{H} и не может быть больше минимального числа передающих (M) или приемных (N) антенн, то есть $K \leq \min\{M, N\}$. В случае некоррелированного релейского канала вероятность вырождения матрицы \mathbf{H} является ничтожно малой. Поэтому, число параллельных потоков определяется минимальным числом передающих или приемных антенн, то есть $K = \min\{M, N\}$.

Параллельные потоки символов $d_1(t), d_2(t), \dots, d_K(t)$ объединим в K -мерный вектор $\mathbf{D}(t) = [d_1(t), d_2(t), \dots, d_K(t)]^T$ пространственного символа. Сигналы из каждого потока умножаются на соответствующие весовые коэффициенты (пространственно кодируются) и излучаются M антеннами. Принятые сигналы (вектор $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$) преобразуются в пространственном декодере, на выходе которого имеется K -мерный вектор $\mathbf{Y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)]^T$. Схема МІМО-системы с параллельной передачей информации показана на рис. 4.1.

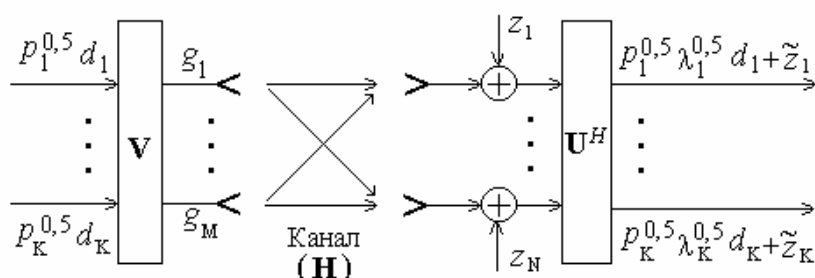


Рис. 4.1. МІМО-система с передачей данных по параллельным независимым каналам

M -мерный вектор сигналов $\mathbf{G}(t)=[g_1(t), g_2(t), \dots, g_M(t)]^T$ на выходе пространственного кодера может быть представлен в виде

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{V}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{D}(t), \quad (4.1)$$

где $(M \times K)$ -размерная матрица $\mathbf{V}=(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K)$ состоит из весовых векторов \mathbf{V}_i пространственного кодера, $\mathbf{P}=\text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_K\}$ – диагональная матрица, составленная из чисел p_i , которые дают распределение полной мощности между параллельными каналами.

Вектор $\mathbf{X}(t)$ сигналов в приемных антеннах равен

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{H}\mathbf{G}(t) + \mathbf{Z}(t). \quad (4.2)$$

Преобразование сигналов в пространственном декодере может быть описано $(N \times K)$ -размерной матрицей $\mathbf{U}=(\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_K)$. На выходе декодера вектор сигнала равен $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{X}(t)$. С учетом (4.2) будем иметь, что $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{H}\mathbf{G}(t) + \tilde{\mathbf{Z}}(t)$, где $\tilde{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{Z}(t)$ – вектор выходных шумов. С помощью (4.1) можно получить, что вектор $\mathbf{Y}(t)$ на выходе декодера равен

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{H}\mathbf{V}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{D}(t) + \tilde{\mathbf{Z}}(t). \quad (4.3)$$

Весовые векторы кодера и декодера должны быть выбраны так, чтобы обеспечить наилучшие характеристики системы (максимальное ОСШ и максимальную пропускную способность). Кроме того, для упрощения оценки принимаемых сигналов желательно, чтобы вторичные каналы были бы независимыми между собой. Тогда возможна независимая оценка сигналов в каждом канале.

Для формирования таких каналов должны быть выполнены два следующих условия:

$$\mathbf{U}_i^H \mathbf{H}\mathbf{V}_j = \begin{cases} \sqrt{I_i}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad \mathbf{U}_i^H \mathbf{U}_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \quad (4.4)$$

Первое условие в (4.4) обеспечивает диагональность матрицы $\mathbf{U}^H \mathbf{H}\mathbf{V}$ в (4.3), то есть независимость параллельных каналов по сигналам. Второе условие в (4.4) является условием ортогональности весовых векторов декодера и обеспечивает некоррелированность собственных шумов в параллельных каналах. В самом деле, для корреляционной матрицы шумов в таких каналах получим, что

$$\langle \tilde{\mathbf{Z}}(t)\tilde{\mathbf{Z}}^H(t) \rangle = \mathbf{U}^H \langle \mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t) \rangle \mathbf{U} = \mathbf{S}_0^2 \mathbf{I}. \quad (4.5)$$

Условия (4.4) выполняются, когда весовые векторы обеих ДОС являются векторами сингулярного разложения матрицы \mathbf{H} канальных коэффициентов, которое имеет вид [8]

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{V}^H, \quad (4.6)$$

где $\mathbf{L} = \text{diag}\{I_1, I_2, \dots, I_K\}$ – диагональная матрица ненулевых собственных чисел I_i матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, $(M \times K)$ -размерная матрица $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_K)$ состоит из собственных векторов матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, а матрица $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K)$, имеющая размерность $(N \times K)$, составлена из собственных векторов матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$.

Векторы \mathbf{U}_i и \mathbf{V}_i образуют ортонормированные векторные системы и связаны между собой следующими соотношениями: $\mathbf{U}_i = I_i^{-1/2}\mathbf{H}\mathbf{V}_i$ и $\mathbf{V}_i = I_i^{-1/2}\mathbf{H}^H\mathbf{U}_i$. Ненулевые собственные числа матриц $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ совпадают между собой. Однако матрица $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ имеет размерность $N \times N$, а размерность матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ равна $M \times M$. Поэтому в случае $M > N$ удобнее использовать матрицу $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, а при $M < N$ более простой является матрица $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$.

Сформированные таким образом каналы называются собственными каналами.

Подставляя (4.4) в (4.3), получим, что вектор сигналов в собственных каналах равен

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{D}(t) + \tilde{\mathbf{Z}}(t), \quad (4.7)$$

или в поэлементной записи

$$y_i(t) = \sqrt{p_i I_i} d_i(t) + \tilde{z}_i(t). \quad (4.8)$$

Отсюда следует, что в i -ом собственном канале присутствует только i -ый передаваемый символ. Кроме этого, в соответствии с (4.5) выходные собственные шумы являются некоррелированными между собой.

Таким образом, ММО-система может быть представлена в виде K независимых параллельных собственных каналов, то есть как совокупность K независимых одноканальных систем. Для формирования собственных каналов приемник должен оценивать матрицу \mathbf{H} коэффициентов передачи, и затем эта информация должна сообщаться на передающую сторону по обратной линии.

4.2. Шенноновская пропускная способность

Скорость передачи информации, наряду с вероятностью битовой ошибки, является одной из основных характеристик систем связи. Она зависит от статистических свойств флуктуаций сигналов и средней мощности, а также от выбранного способа кодирования передаваемых данных. При исследовании методов пространственной обработки сигналов

систему удобно характеризовать спектральной эффективностью или, другими словами, шенноновской пропускной способностью (ПС).

Шенноновская ПС равна максимальному числу бит, которые можно передать без ошибки за одну секунду и в полосе частот 1 Гц или, что эквивалентно, битовой загрузке символа. ПС определяется только статистическими свойствами федингов и средней мощностью и не зависит от способа помехоустойчивого кодирования данных. Если r мгновенное ОСШ, то шенноновская ПС определяется выражением вида [1,2]

$$C = \log_2(1 + r). \quad (4.9)$$

В пространственном канале с замираниями сигналов ПС является случайной величиной. Часто рассматривают ее среднее значение, получаемое в результате усреднения по функции плотности вероятности (замираний сигналов):

$$\langle C \rangle = \int_0^{\infty} \log_2(1 + r) f(r) dr. \quad (4.10)$$

Для однолучевого релейского канала в соответствии с (1.3) получим, что

$$\langle C(r_0) \rangle = \int_0^{\infty} \log_2(1 + r) \frac{1}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) dr. \quad (4.11)$$

Интегрируя в (4.11), будем иметь, что

$$\langle C(r_0) \rangle = -\frac{1}{\ln 2} \exp(r_0^{-1}) Ei(r_0^{-1}), \quad (4.12)$$

где $Ei(x)$ – интегральная функция вида:

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\exp(t)}{t} dt. \quad (4.13)$$

В случае разнесенного когерентного приема на произвольное число N антенн ОСШ определяется выражением (1.13), а функция $f(r)$ представляет собой хи-квадрат распределение с $2N$ степенями свободы вида (1.17). При этом интеграл (4.10) нельзя вычислить аналитически. На рис. 4.2 показана средняя шенноновская ПС в зависимости от среднего ОСШ r_0 для разных N ($N=1,2,4$) в случае релейского (сплошные кривые) и статического канала (пунктирная кривая). Видно, что с ростом числа антенн ПС увеличивается незначительно.

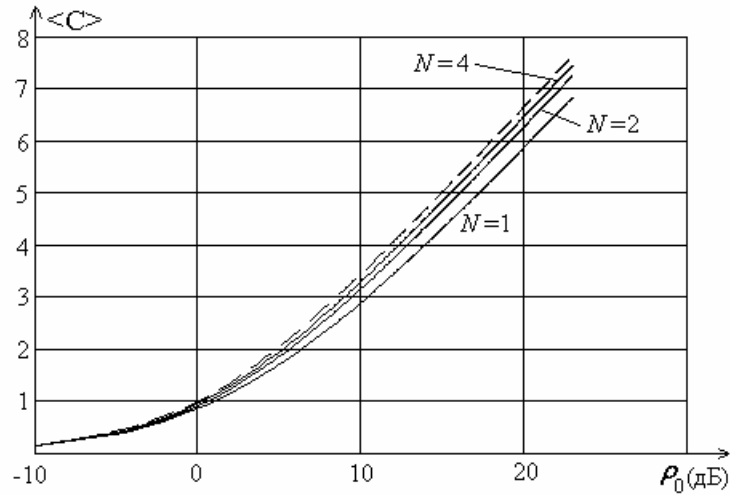


Рис. 4.2. Средняя ПС в зависимости от ОСШ r_0 для $N=1,2$ и 4 в случае релеевского (сплошные кривые) и статического канала (пунктирная кривая)

Найдем теперь шенноновскую ПС ММО-системы с параллельной передачей данных по собственным каналам. Из (4.8) следует, что ОСШ на выходе i -го собственного канала равно $h_i = r_i I_i$, где $r_i = p_i / S_0^2$. Поэтому для ПС этого канала будем иметь, что $C_i = \log_2(1 + r_i I_i)$. Так как собственные каналы являются независимыми, то полная ПС всей системы определяется суммой ПС отдельных собственных каналов и равна

$$C = \sum_{i=1}^K \log_2(1 + r_i I_i). \quad (4.14)$$

ПС зависит от способа распределения полной мощности P_0 между собственными каналами. Максимальная ПС достигается при распределении мощности в соответствии с так называемым «водоналивным» ("water pouring") правилом. Мощность в i -ом канале равна

$$p_i = k^{(0)} - S_0^2 / I_i, \quad (4.15)$$

где $k^{(0)}$ находится из условия ограничения полной мощности ($p_1 + p_2 + \dots + p_K = P_0$).

Величину $k^{(0)} - S_0^2 / I_i$ можно интерпретировать как глубину дна чаши, которая является разной для разных собственных каналов. Если в эту чашу налить определенное количество воды, эквивалентное мощности P_0 , то вода распределится по чаше так, чтобы достигнуть максимума пропускной способности. Чем глубже дно (больше коэффициент передачи I_i i -го собственного канала), тем большая доля мощности распределяется в этот канал. Более того, если для некоторых каналов дно окажется выше уровня воды, то есть

$S_0^2/I_i > k^{(0)}$ ($i > m$), то $p_i=0$, то в эти каналы мощность не распределяется. Другими словами, эти каналы не используются для передачи данных. Такое распределение мощности поясняется рис. 4.3.

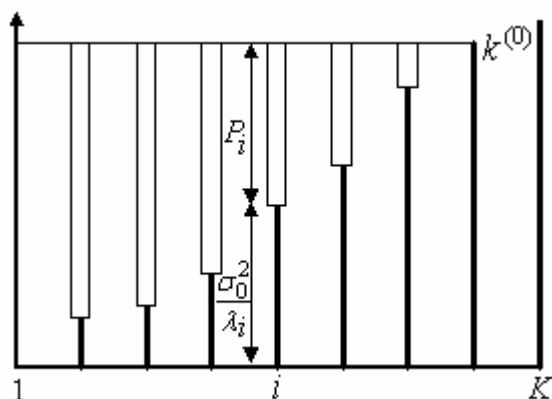


Рис. 4.3. Распределение мощности между собственными каналами по «водоналивным» правилу

ПС ММО-системы является случайной величиной, так как собственные числа I_i в условиях флуктуирующего канала являются случайными числами. В таблице 4.1 дана средняя ПС ММО-системы с различным числом антенн при ОСШ $r_0=10$ дБ [17]. Предполагается, что замирания сигналов являются релеевскими и статистически независимыми для каждой пары передающих и приемных антенн. Заметим, что ПС является симметричной функцией от M и N . На рис. 4.4 приведена средняя шенноновская ПС ММО-системы с оптимальным распределением мощности по собственным каналам в зависимости от среднего ОСШ r_0 для разного числа антенн.

Таблица 4.1.

N/M	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2,9									
2	4,1	5,7								
3	4,7	7,0	8,6							
4	5,2	8,1	10,0	11,5						
5	5,5	8,8	11,1	12,9	14,4					
6	5,8	9,4	12,1	14,1	15,8	17,3				
7	6,0	9,9	12,9	15,1	17,0	18,7	20,2			
8	6,2	10,3	13,5	16,1	18,2	19,9	21,6	23,1		
9	6,4	10,7	14,1	16,9	19,2	21,1	22,9	24,4	25,9	
10	6,6	11,1	14,7	17,6	20,1	22,2	24,0	25,8	27,4	28,8

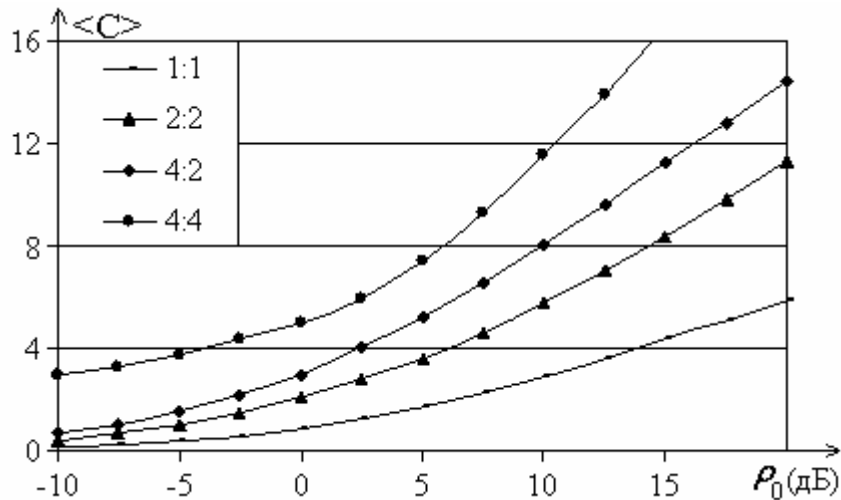


Рис. 4.4. Средняя ПС ММО-системы в зависимости от ОСШ при разном числе антенн

Из приведенных данных следует, что средняя ПС ММО-системы с одинаковым числом передающих и приемных антенн ($M=N$) увеличивается практически пропорционально числу антенн. Увеличение числа только передающих или только приемных антенн не приводит к значительному увеличению ПС, поскольку при этом существует только один собственный канал и параллельная передача информации становится невозможной.

Теперь сравним ПС ММО-системы с адаптивной и неадаптивной передачей. Если информация о канале отсутствует на передающей стороне, то мощность передатчика равномерно делится между M передающими антеннами. Тогда для ПС системы вместо (4.14) будем иметь

$$C_{non-ad} = \sum_{i=1}^M \log_2 \left(1 + \frac{r_0}{M} I_i \right). \quad (4.16)$$

Рассмотрим два случая. В первом из них число передающих антенн меньше или равно числу приемных антенн ($M \leq N$), то есть число собственных каналов определяется числом передающих антенн. Сравнивая (4.14) и (4.16), можно сделать вывод о том, что уменьшение ПС из-за неадаптивной передачи равно уменьшению ПС в ММО-системе с адаптивной передачей при замене оптимального распределения мощности на равномерное.

Если передающих антенн больше, чем приемных ($M > N$), то число собственных каналов равно $K = \min\{M, N\} = N$. Обозначим ΔC увеличение ПС за счет адаптивной передачи. С помощью (4.14) и (4.16) получим, что

$$\Delta C = C_{ad} - C_{non-ad} = \sum_{i=1}^N \left[\log_2 \left(1 + \frac{r_0}{N} I_i \right) - \log_2 \left(1 + \frac{r_0}{M} I_i \right) \right]. \quad (4.17)$$

При достаточно больших ОСШ r_0 из (4.17) будем иметь

$$\Delta C \approx N \log_2 \left(\frac{M}{N} \right). \quad (4.18)$$

Отсюда следует, что при $M > N$ адаптивная передача увеличивает ПС ММО-системы, тем больше, чем больше используется передающих антенн при одинаковом числе приемных антенн. Это объясняется равномерным делением мощности между большим числом антенн M в системе с неадаптивной передачей, что является неоптимальным с точки зрения обеспечения максимума ПС, особенно при больших M .

Полученные результаты для разного соотношения между числом передающих и приемных антенн можно представить одной формулой. В результате получим, что увеличение ΔC ПС за счет адаптивной передачи при ОСШ $r_0 \gg 1$ равно

$$\Delta C \approx \min\{M, N\} \cdot \log_2 \left(\frac{M}{\min\{M, N\}} \right). \quad (4.19)$$

На рис. 4.5 показана средняя ПС ММО-системы с адаптивной (сплошные кривые) и с неадаптивной (пунктирные кривые) передачей в зависимости от ОСШ r_0 в релейском канале при меньшем числе передающих антенн. Видно, что ПС обеих ММО-систем практически совпадают друг с другом. Аналогичные кривые при большем числе передающих антенн показаны на рис. 4.6. Видно, что теперь адаптивная передача значительно увеличивает ПС системы.

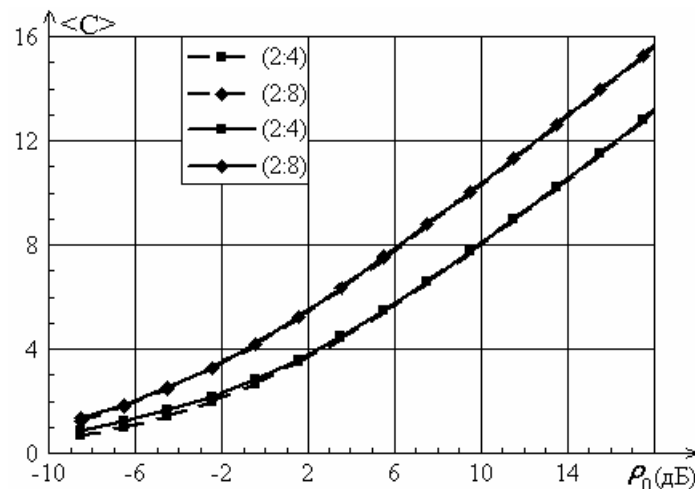


Рис. 4.5. ПС с адаптивной (сплошные кривые) и неадаптивной (пунктирные кривые) передачей при меньшем числе передающих антенн

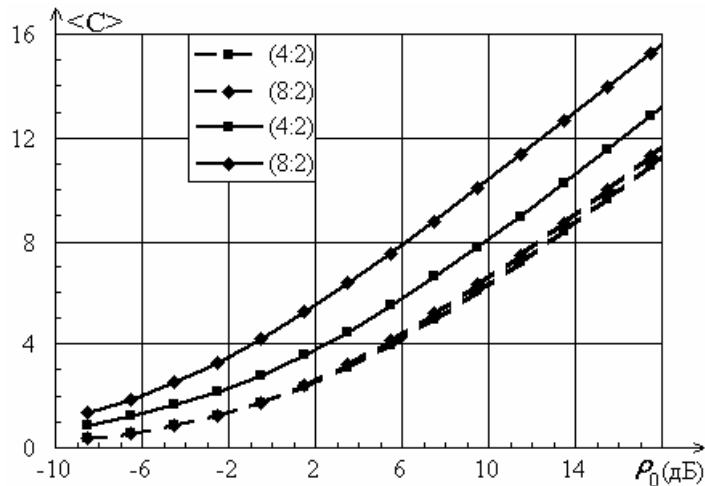


Рис. 4.6. ПС с адаптивной (сплошные кривые) и неадаптивной (пунктирные кривые) передачей при большом числе передающих антенн

4.3. Методы совместной оптимизации скорости передачи данных и вероятности битовой ошибки

Ранее основное внимание уделялось ПС ММО-системы с параллельной передачей данных по собственным каналам. Другой важнейшей характеристикой является вероятность битовой ошибки при приеме информации.

ОСШ на выходе i -го собственного канала определяется собственными числами I_i матрицы коэффициентов передачи канала. Поэтому собственные каналы в ММО-системе обладают разной энергетикой, что приводит к разной ошибке передачи в них.

На рис. 4.7 представлены функции плотности вероятности собственных чисел I_1 и I_2 (в децибельной шкале) для ММО-системы с $M=2$ при $N=2$ (слева) и $N=4$ (справа), а также функция плотности вероятности $|h|^2$. Результаты для ММО-системы с $M=4$ и $N=4$ показаны на рис. 4.8. Видно, что вероятность малых собственных чисел в системе с разным числом передающих и приемных антенн ($M=4$ и $N=2$) значительно меньше, чем в системе с одинаковым числом антенн ($M=2, N=2$ или $M=4, N=2$), а разброс собственных чисел является наибольшим для ММО-системы с $M=4, N=4$. В соответствии с (4.8) коэффициент усиления i -го собственного канала равен $p_i I_i$. Поэтому распределение мощности по «водопадному» правилу приведет к еще большему разбросу в энергетике собственных каналов. Результаты моделирования дают следующие отношения медианных значений усиления собственных каналов по отношению к самому слабому в релейском канале: 9,5 дБ ($M=2, N=2$); 5,6 дБ ($M=4, N=2$); 17,3; 13,9 и 9,2 дБ ($M=4, N=4$).

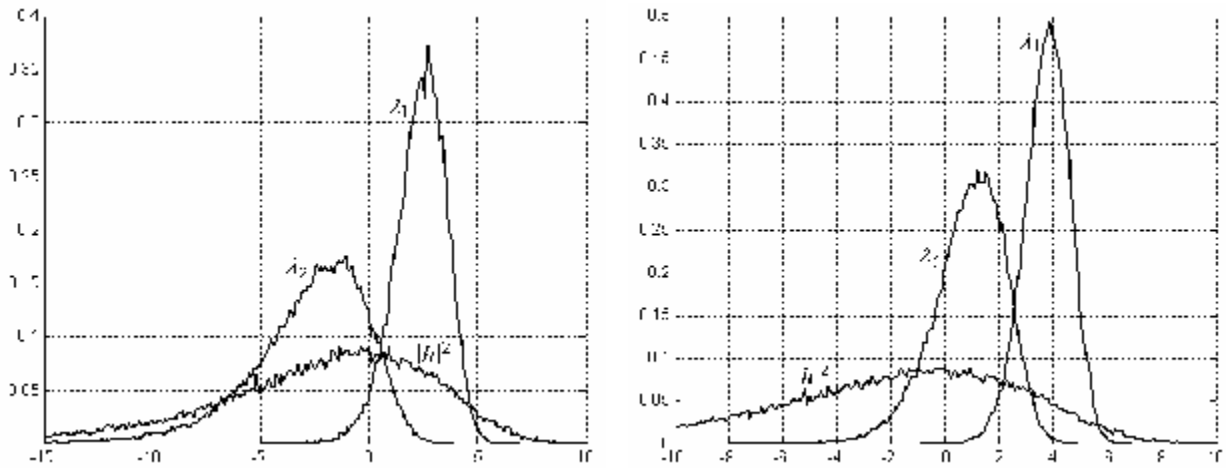


Рис. 4.7. Функции плотности вероятности $|h|^2$ и I_1, I_2 (в дБ) при $M=2; N=2$ (слева) и $N=4$ (справа)

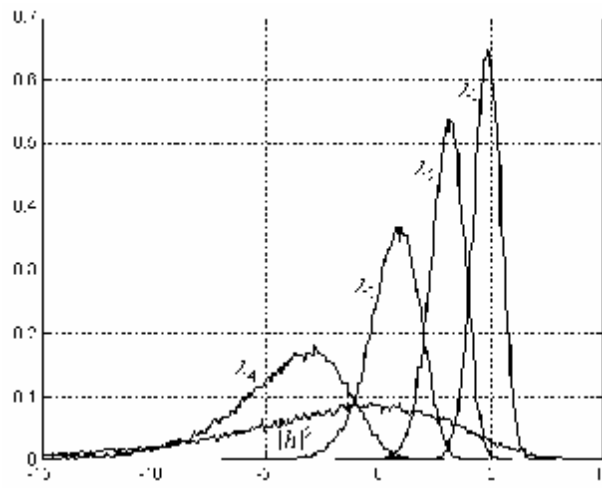


Рис. 4.8. Функции плотности вероятности $|h|^2$ и I_1, I_2, I_3, I_4 (в дБ) при $M=4$ и $N=4$

Вероятности битовой ошибки для каждого из собственных каналов в зависимости от ОСШ r_0 для ММО-системы с $M=4, N=4$ представлены на рис. 4.9. Видно, что имеется значительное различие в эффективности собственных каналов, обусловленное большим разбросом собственных чисел канальной матрицы \mathbf{H} и использованием «водопаивного» правила распределения мощности. Например, при ОСШ $r_0=5$ дБ вероятности ошибки в первом и четвертом собственных каналах различаются более чем в 500 раз. Поэтому полная вероятность ошибки в ММО-системе может оказаться неприемлемо большой.

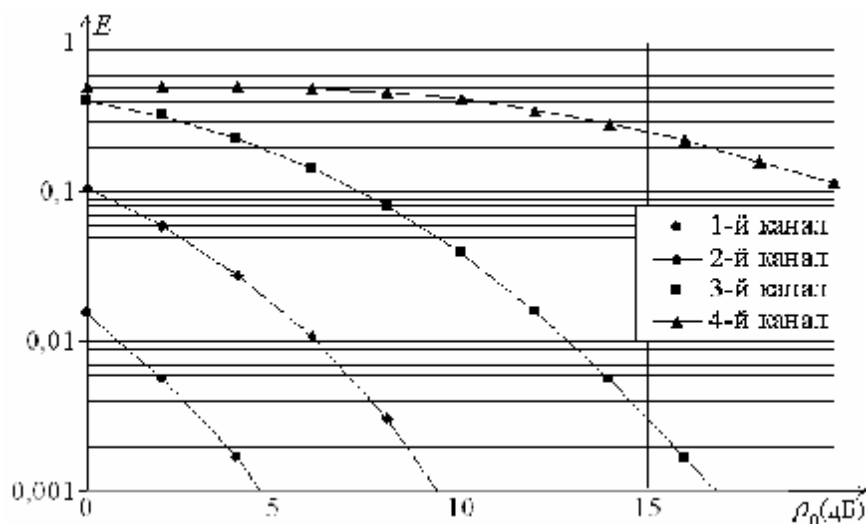


Рис. 4.9 Вероятность битовой ошибки в собственных каналах в зависимости от ОСШ r_0 для MIMO-системы с $M=4$, $N=4$

Очевидно, что требования увеличения скорости передачи информации и уменьшения вероятности ошибки являются противоречивыми между собой. С одной стороны, чтобы увеличить ПС MIMO-системы большая доля мощности в соответствии с «водопадным» алгоритмом распределяется в более сильные собственные каналы. С другой стороны, для уменьшения вероятности ошибки необходимо, наоборот, большую долю мощности распределять в более слабые каналы.

Рассмотрим два метода совместной оптимизации скорости передачи данных и вероятности битовой ошибки, основанных на разделении собственных каналов на энергетически сильные и слабые [18,23].

Метод передачи данных по наиболее мощным собственным каналам с одинаковой скоростью в каждом из них. В соответствии с данным методом все собственные каналы имеют одинаковую скорость передачи. Тогда наибольшая скорость MIMO системы будет обеспечена при использовании всех собственных каналов. Однако вероятность битовой ошибки может становиться неприемлемо большой в энергетически слабых каналах. Это, в свою очередь, может привести к значительному увеличению результирующей ошибки, обеспечиваемой всей MIMO-системой. Если допустить определенные потери в скорости, то можно не передавать информацию по слабым каналам и, тем самым, уменьшить общую ошибку передачи данных. Такой подход будет обеспечивать компромисс между скоростью передачи и вероятностью ошибки.

Для формирования собственных каналов приемник должен непрерывно оценивать канальную матрицу \mathbf{H} и затем эта информация должна сообщаться на передающую

сторону. Обычно поток сигналов разделяется на группы длительностью t_{gr} , и оценка матрицы \mathbf{H} производится один раз для каждой группы. Поэтому для эффективного отслеживания состояния канала длительность t_{gr} группы символов должна быть значительно меньше времени корреляции t_{cor} федингов.

Матрица \mathbf{H} всегда оценивается с некоторой ошибкой, обусловленной влиянием собственных шумов приемных устройств и изменением состояния канала за время между двумя его последовательными оценками. Однако мы будем рассматривать потенциальные характеристики ММО-системы, реализуемые при точно известной на обоих концах линии матрице \mathbf{H} . Будем также считать, что пространственный канал (матрица \mathbf{H}) остается постоянным в течение каждой группы сигналов и изменяется случайным образом по некоторому закону (например, релеевскому) от одной группы к другой. Тогда обеспечивается полное согласование со случайным каналом, как передачи, так и приема сигналов. Так как канальная матрица \mathbf{H} предполагается фиксированной (“замороженной”) на время равное длительности группы t_{gr} , то число используемых собственных каналов будет постоянным в течение этого интервала времени, изменяясь случайным образом с частотой t_{gr}^{-1} .

Рассмотрим ММО-систему с произвольным числом передающих M и приемных N антенн. Пусть скорость передачи данных (битовая загрузка символов) является одинаковой во всех собственных каналах, не зависит от мгновенных значений ОСШ в этих каналах и равна T бит/символ. Тогда при использовании всех K собственных каналов одновременно передается KT бит, то есть скорость, обеспечиваемая ММО-системой, будет максимальной и равной $T_{max}=KT$ бит/символ.

Отключение слабых собственных каналов будет приводить к уменьшению скорости передачи. Пусть T_{Σ} является допустимой скоростью передачи данных ММО-системы, усредненной по флуктуациям сигналов. Тогда $T_{\Sigma}=T(a_1+a_2+\dots+a_K)$, где a_i – вероятность использования i -го собственного канала для передачи данных. Отбор слабых собственных каналов с малыми значениями ОСШ можно реализовать с помощью порогового метода.

Введем в рассмотрение матрицу $\mathbf{H}^{(r)}$ равную

$$\mathbf{H}^{(r)} = \begin{cases} r_0 \mathbf{H} \mathbf{H}^H & (M > N), \\ r_0 \mathbf{H}^H \mathbf{H} & (M < N), \end{cases} \quad (4.20)$$

Пороговый метод [18,23] заключается в разделении собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ на две группы чисел, превышающих или не превышающих некоторое пороговое значение, которое зависит, как от состояния канала (матрица \mathbf{H}), так и от среднего ОСШ r_0 .

Обозначим $I_i^{(r)}$ – положительные собственные числа матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ в (4.20). Для определения порога найдем одномерную функцию плотности вероятности $f(I_i^{(r)})$ неранжированного по величине любого собственного числа матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$. Выберем для конкретности первое собственное число $I_1^{(r)}$. Пусть $f(I_1, I_2, \mathbf{L}, I_K)$ – K -мерная совместная функция плотности вероятности не ранжированных собственных чисел I_i матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (при $M > N$) или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ (при $M < N$). Известно, что

$$f(I_1, I_2, \mathbf{L}, I_K) = \frac{1}{kK!} \cdot \exp\left(-\sum_{i=1}^K I_i\right) \cdot \prod_{i=1}^K (I_i^{K_{max}-K}) \cdot \prod_{i < j}^K (I_i - I_j)^2, \quad (4.21)$$

где $K_{max} = \max\{N, M\}$ и k – некоторый нормирующий множитель.

Интегрируя по переменным I_2, I_3, \dots, I_K можно получить выражение для одномерной функции плотности вероятности первого собственного числа I_1 из не ранжированных собственных чисел матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ в виде:

$$f(I_1) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(i)!}{(i + K_{max} - K)!} [L_i^{K_{max}-K}(I_1)]^2 (I_1)^{K_{max}-K} \exp(-I_1), \quad (4.22)$$

где $L_i^{K_{max}-K}(I_1)$ – полином Лагерра i -го порядка.

Найдем искомую одномерную функцию плотности вероятности $f(I_1^{(r)})$ не ранжированного по величине собственного числа $I_1^{(r)}$ матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ в (4.20). Учитывая, что $I_1^{(r)} = r_0 I_1$, получим из (4.22) следующее выражение

$$f(I_1^{(r)}, r_0) = \frac{1}{Kr_0^{K_{max}-K+1}} \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(i)!}{(i + K_{max} - K)!} [L_i^{K_{max}-K}(I_1^{(r)}/r_0)]^2 (I_1^{(r)})^{K_{max}-K} \exp(-I_1^{(r)}/r_0). \quad (4.23)$$

Вероятность p того, что первое из не ранжированных собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ находится в пределах $0 < I_1^{(r)} < I_{target}^{(r)}$ при среднем ОСШ r_0 , равна

$$p(I_{target}^{(r)}, r_0) = \int_0^{I_{target}^{(r)}} f(I_1^{(r)}, r_0) dI_1^{(r)}. \quad (4.24)$$

Отсюда следует, что уравнение $[1 - p(I_{target}^{(r)}, r_0)] = T_{\Sigma}/T_{max}$ будет определять вероятность использования i -го собственного канала, для которого величина $r_0 I_i > I_{target}^{(r)}$. Решая обратную задачу, то есть, задавая T_{Σ}/T_{max} , можно найти пороговое значение $I_{target}^{(r)}$ для разделения собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$. При этом будет обеспечиваться заданная скорость передачи данных T_{Σ} вместо максимальной скорости T_{max} . Отобранные таким образом собственные каналы имеют наибольшие мгновенные значения ОСШ, поэтому вероятность битовой ошибки будет меньше, чем в случае использования всех K собственных каналов.

Таким образом, если задать скорость T_{Σ} передачи данных в ММО-системе, то пороговое значение $I_{target}^{(r)}$ для отбора необходимого числа наиболее мощных собственных каналов можно найти из уравнения

$$p(r_0, I_{target}^{(r)}) = 1 - T_{\Sigma}/T_{max}. \quad (4.25)$$

Возможны два варианта передачи данных с использованием только мощных собственных каналов. В первом из них (вариант А) обеспечивается одинаковая скорость передачи данных T_{Σ} независимо от среднего ОСШ r_0 . Это значит, что при любом r_0 в среднем будет использоваться одинаковое число собственных каналов с наибольшими мгновенными значениями ОСШ. При этом KT_{Σ}/T_{max} собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ в (4.20) должны превышать пороговое значение $I_{target}^{(r)}$. Следовательно, это значение должно зависеть от среднего ОСШ r_0 и от заданной скорости передачи данных T_{Σ} ($I_{target}^{(r)} = I_{target}^{(r)}(r_0, T_{\Sigma})$) и увеличиваться с ростом ОСШ r_0 .

Второй вариант (вариант В) отличается тем, что скорость передачи (назовем ее T_{min}) задается только для минимального значения ОСШ r_{min} в интервале $[r_{min} \div r_{max}]$ возможных изменений ОСШ. Это означает, что теперь пороговое значение зависит от минимального ОСШ r_{min} и от T_{Σ} , то есть $I_{target}^{(r)} = I_{target}^{(r)}(r_{min}, T_{min})$. Очевидно, что с ростом ОСШ r_0 собственные числа матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ в (4.20) увеличиваются. Следовательно, число собственных чисел, превышающих выбранный порог, будет увеличиваться. Это означает, что скорость передачи данных также будет увеличиваться. Для вариантов А и В ММО-системы можно использовать оптимальное распределение мощности между отобранными собственными каналами в соответствии с «водоналивным» правилом.

Рассмотрим результаты моделирования эффективности данного метода передачи данных в условиях релейского канала. Зададим квадратурную фазовую модуляцию с битовой нагрузкой $T=2$ бит/символ, и будем сравнивать эффективность трех вариантов передачи данных в ММО-системе. Это упомянутые выше варианты А и В, которые обозначим как ММО-А и ММО-В, соответственно, а также вариант передачи с использованием максимального числа собственных каналов (обозначим его как ММО-С). Будем считать, что область изменений ОСШ r_0 составляет от $r_{min}=0$ дБ до $r_{max}=20$ дБ.

На рис. 4.10 показана интегральная функция распределения $f(I_1^{(r)}, r_0)$ не ранжированного по величине собственного числа матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$, вычисленная с помощью (4.23) при $r_0=1$ для ММО-системы с разным числом антенн ($M=4, N=4$; $M=2, N=2$ и $M=4, N=2$). Видно, что вероятность появления малых собственных чисел в системе с разным числом передающих и приемных антенн ($M=4$ и $N=2$) значительно меньше, чем в системе с одинаковым числом антенн ($M=2, N=2$ или $M=4, N=2$). Отметим также, что разброс собственных чисел является наибольшим для ММО-системы с $M=4, N=4$.

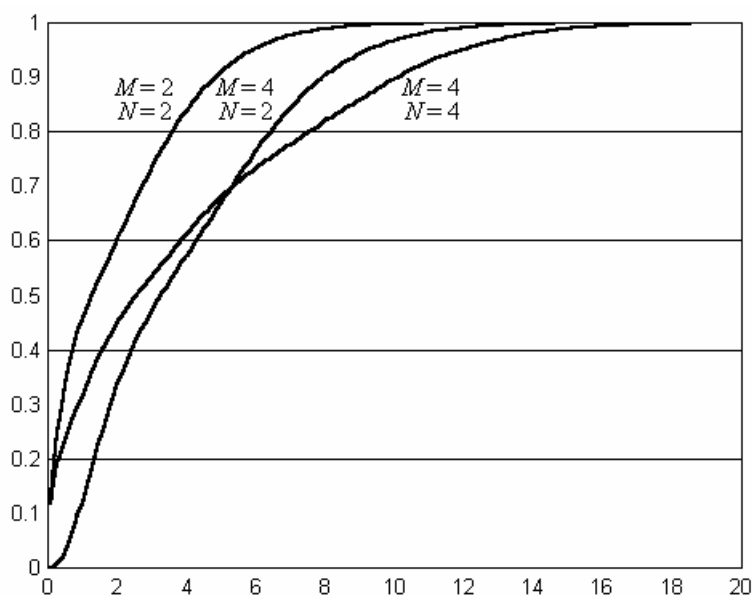


Рис. 4.10. Интегральная функция распределения не ранжированного по величине собственного числа матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ при $r_0=1$ для ММО-системы с разным числом антенн

Выберем ММО-систему с $M=4, N=4$, для которой максимальное число собственных каналов равно $K=4$, а максимальная скорость передачи данных при использовании всех четырех каналов (система ММО-С) составляет $KT=8$ бит/символ.

Для системы ММО-А с постоянной скоростью передачи данных зададим ее равной $T_{\Sigma}=6$ бит/символ, то есть коэффициент использования скорости равен $T_{\Sigma}/T_{max}=0,75$. При

этом среднее число используемых собственных каналов равно 3. Для системы ММО-В необходимо задать скорость передачи данных для наименьшего среднего ОСШ $r_{min}=0$ дБ. Пусть она составляет $T_{min}=4$ бит/символ, что соответствует двум собственным каналам при $r_{min}=0$ дБ. С ростом ОСШ число собственных каналов будет увеличиваться. Это видно на рис. 4.11 и 4.12, на которых показана скорость передачи данных и вероятность битовой ошибки для всех трех вариантов ММО-системы.

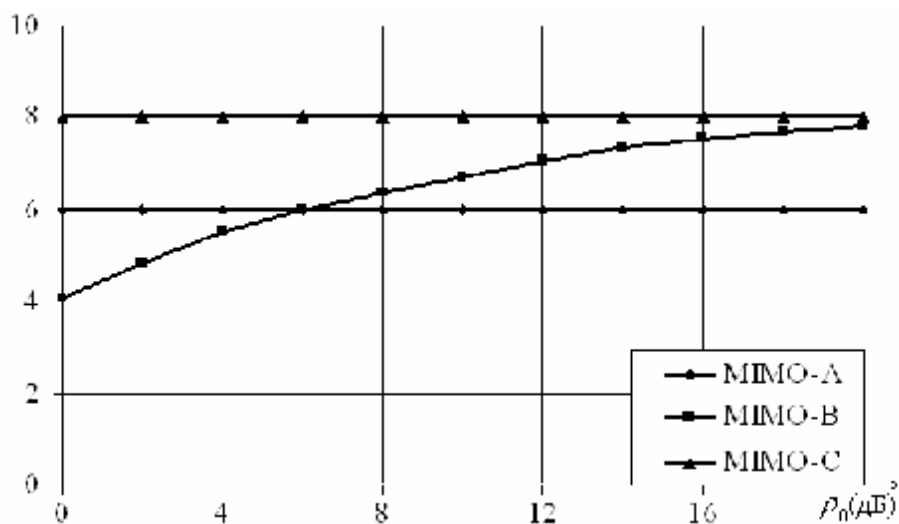


Рис. 4.11. Скорость передачи данных в зависимости от ОСШ при $M=4, N=4$

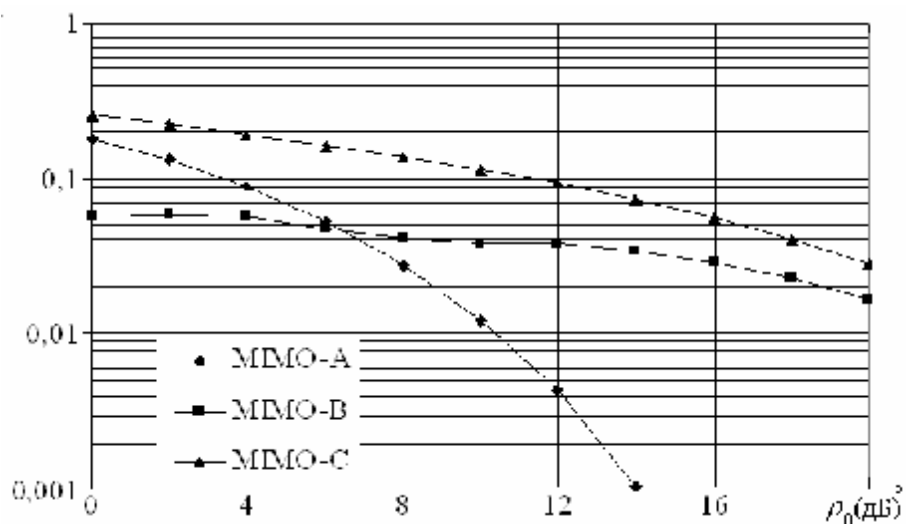


Рис. 4.12. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ при $M=4, N=4$

Из приведенных графиков видно, что вероятность битовой ошибки для систем ММО-А и ММО-В уменьшилась по сравнению с системой ММО-С во всем рассматриваемом интервале ОСШ r_0 . При этом для системы ММО-А наблюдается значительное уменьшение вероятности ошибки в области достаточно больших ОСШ r_0 ($r_0 > 6$ дБ). В то

время как для системы ММО-В наибольшее уменьшение ошибки имеет место в области малых ОСШ r_0 ($r_0 < 6$ дБ), что обеспечивается меньшей скоростью передачи в этой области ОСШ (см. рис. 4.11).

Предложенный способ передачи информации дает возможность уменьшить полную мощность при сохранении заданной вероятности битовой ошибки. Например, зафиксируем битовую ошибку на уровне 3%. Тогда требуемое ОСШ составляет $r_0 = 8$ дБ, 16 дБ и 20 дБ для ММО-А, ММО-В и ММО-С, соответственно. При этом соответствующая скорость передачи данных составляет 6; 7,6 и 8 бит/символ.

На рис. 4.13 и 4.14 показаны скорость передачи данных и вероятность битовой ошибки в ММО-системе с двумя или четырьмя передающими антеннами и в ММО-системе с двумя приемными антеннами ($M=2, N=2$ и $M=4, N=2$), на которых ММО ($M:N$) обозначает систему с M передающими и N приемными антеннами. Видно, что если $M=2$ и $N=2$, то необходимое ОСШ для сохранения вероятности битовой ошибки на уровне 3% для ММО-А, ММО-В и ММО-С составляет 8,2 дБ, 13,2 дБ и 16,5 дБ, при скоростях 3; 3,7 и 4 бит/символ, соответственно. Из этих результатов следует также, что эффективность рассмотренного метода увеличивается при одинаковом числе передающих и приемных антенн.

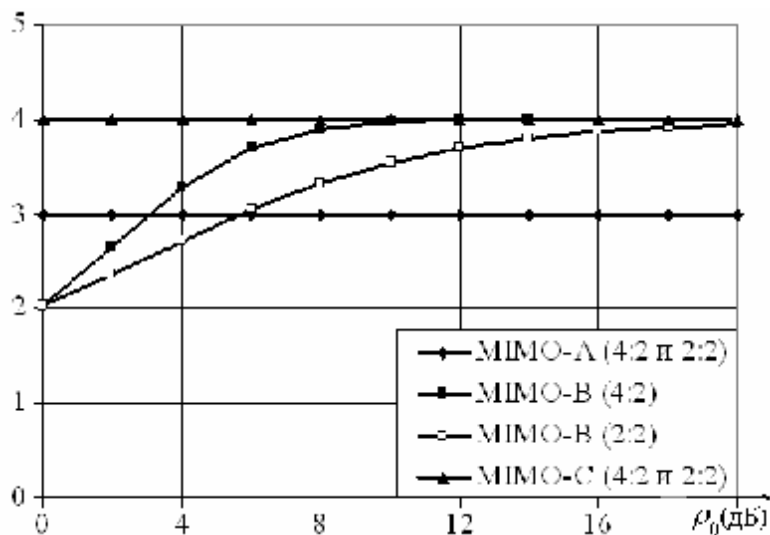


Рис. 4.13. Скорость передачи данных в зависимости от ОСШ при $M=2$ и 4 и $N=2$

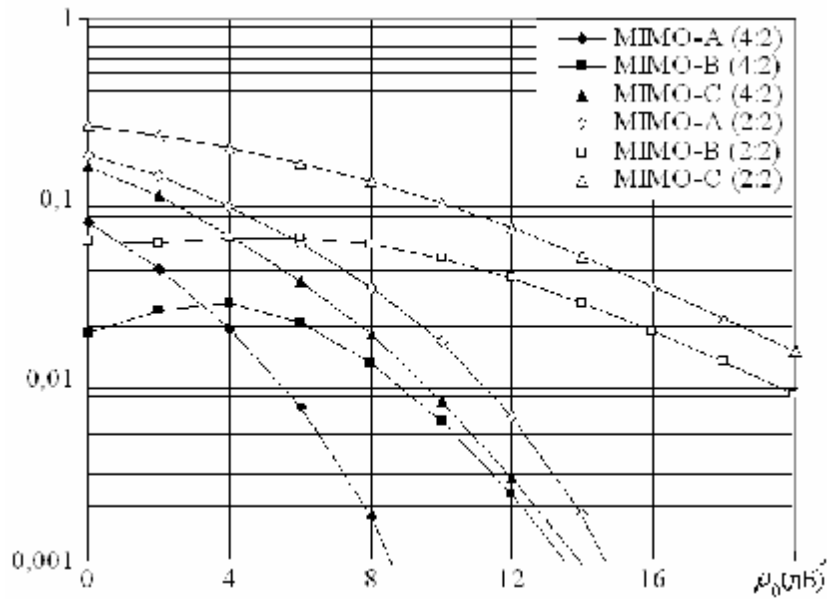


Рис. 4.14. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ при $M=2$ и 4 и $N=2$

Метод передачи с адаптивной битовой загрузкой символов. Рассмотренная пороговая техника для разделения собственных каналов на сильные и слабые может использоваться также для реализации адаптивной модуляции в МИМО-системе. Выбор скорости передачи в каждом собственном канале может осуществляться отдельно на основе сравнения выходного ОСШ с заданными порогами [18,23]. Если статистические свойства замираний сигналов известны, то пороги для адаптивного выбора битовой загрузки символов можно выбрать исходя из заданной средней скорости передачи в МИМО-системе.

Обозначим T_k бит/символ ($k=1,2,\dots,K$) набор используемых модуляций ($T_1 < T_2 < \dots < T_K$), а $a_k^{(m)}$ – вероятность использования k -ой модуляции T_k . Тогда результирующая скорость передачи в МИМО-системе будет равна

$$T_{\Sigma} = a_1^{(m)}T_1 + a_2^{(m)}T_2 + \dots + a_K^{(m)}T_K. \quad (4.26)$$

Выбор k -ой модуляции T_k в любом собственном канале сделаем из условия

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_i^{(m)} < f(I_1^{(r)}, r_0) \leq \sum_{i=1}^k a_i^{(m)}, \quad (4.27)$$

где $f(I_1^{(r)}, r_0)$ – одномерная функция плотности вероятности не ранжированного по величине собственного числа $I_1^{(r)}$ матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ (см. (4.23)).

В качестве примера рассмотрим эффективность ММО-системы с четырьмя передающими и приемными антеннами ($M=N=4$) в условиях некоррелированных релейских замираний сигналов. Будем использовать двоичную, четверичную и восьмеричную фазовую модуляцию, когда $T_1=1$, $T_2=2$ и $T_3=3$ бит/символ. Выбор модуляции произведем путем сравнения собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ с пороговыми значениями. Эти значения выберем так, чтобы каждая модуляция использовалась равновероятно, то есть будем считать в (4.27), что $a_1^{(m)} = a_2^{(m)} = a_3^{(m)} = 1/3$. Это означает, что пороги должны соответствовать значениям функции распределения $f(I_1^{(r)}, r_0)$, равным 1/3 и 2/3.

Интегральная функция распределения $f(I_1^{(r)}, r_0)$ неранжированных собственных чисел матрицы $\mathbf{H}^{(r)}$ и выбранные пороги для переключения уровня фазовой модуляции показаны на рис. 4.15. Видно, что пороговые значения равны 1,2 и 4,5 дБ. Сравним такую ММО-систему с аналогичной системой ($M=N=4$), использующей фиксированную фазовую модуляцию со скоростью $T=2$ бит/символ. (Такая система обозначалась выше как ММО-С). Средняя скорость в обеих системах одинаковая и равна $T_\Sigma=8$ бит/символ. На рис. 4.16 показана вероятность ошибки при использовании адаптивной и фиксированной модуляций. Видно, что адаптивная модуляция уменьшает ОСШ, необходимое для обеспечения заданного уровня вероятности ошибки. Например, 3%-ая ошибка достигается при ОСШ, меньшем на 5дБ. Следовательно, энергетический выигрыш за счет адаптивной модуляции составил 5 дБ при сохранении скорости передачи 8 бит/символ.

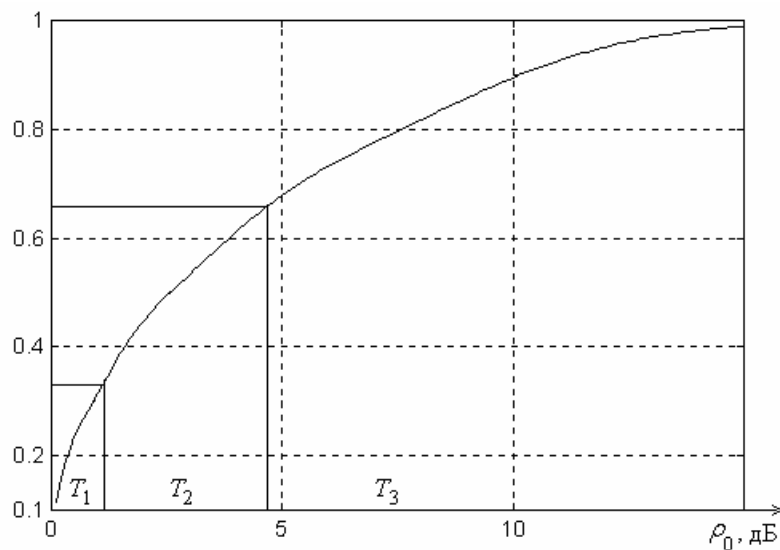


Рис. 4.15. Функция распределения $f(I_1^{(r)}, r_0)$ при $M=N=4$

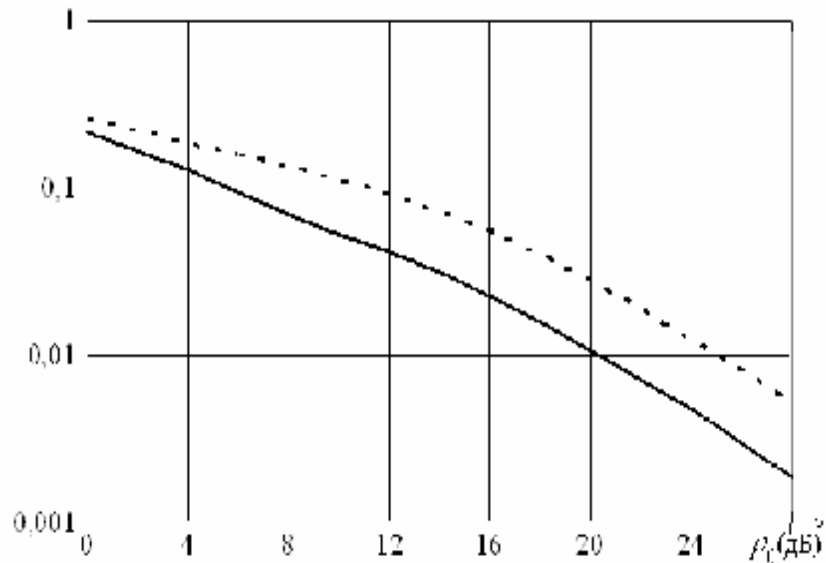


Рис. 4.16. Вероятность битовой ошибки для адаптивной (сплошные кривые) и фиксированной модуляций (пунктирные кривые) при $M=N=4$

4.4. Особенности формирования собственных каналов при разных корреляционных свойствах замираний сигналов

Коэффициент пространственной корреляции замираний сигналов в двух разнесенных на расстояние d антеннах определяется функцией Бесселя и имеет вид [12]

$$r \approx J_0\left(\frac{\Delta}{l} d\right), \quad (4.28)$$

где Δ - угловой размер источника, выраженный в радианах.

В городских условиях антенна пользователя обычно находится вблизи земной поверхности, то есть среди рассеивателей, окружающих ее со всех сторон. Поэтому сигналы базовой станции принимаются антенной пользователя со всех направлений, то есть для пользователя базовая станция представляется протяженным источником с угловым размером $\Delta=2p$. В то же время антенна базовой станции, как правило, располагается достаточно высоко над окружающими зданиями. Следовательно, БС принимает сигналы пользователя в некоторой угловой области шириной $\Delta_{BS} \ll 2p$.

Пространственный интервал корреляции для антенн пользователя по нулевому уровню составляет $d_{user} = 0,38l$, а для антенн базовой станции он равен $d_{BS} = 0,38(2pl \cdot \Delta^{-1})$. Например, если угловой размер пользователя составляет $\Delta=0.1$ (или $\Delta=36^\circ$), то пространственный интервал корреляции увеличивается до $d_{BS} = 3,8l$. Очевидно, что в качестве передающей или приемной стороны может выступать как базовая станция, так и

пользователь. Поэтому корреляционные свойства канала связи могут быть достаточно разнообразными.

Рассмотрим, как влияют статистические свойства пространственного канала на эффективность ММО-системы. Пусть, например, облако отражателей сосредоточено только вокруг приемной АР [19]. Тогда коэффициенты передачи h_{mn} будут некоррелированными для элементов приемной АР (второй индекс n) и коррелированными для элементов передающей АР (первый индекс m). Если облако отражателей охватывает обе АР, то все коэффициенты передачи h_{mn} могут быть некоррелированными для элементов как передающей, так и приемной АР.

Выделим четыре случая, отличающиеся разными статистическими свойствами пространственного канала.

1. Пусть рассеиватели отсутствуют, то есть имеется статический канал без замираний сигналов. Канальные коэффициенты передачи являются неслучайными величинами. Коэффициент передачи из m -ой передающей антенны в n -ую приемную антенну можно представить в виде:

$$h_{nm} = \exp[j(j_n + y_m)]. \quad (4.29)$$

Вектор-фазор передающей АР, формирующий плоскую волну в направлении на приемную АР $\Phi_1 = [\exp(jy_1), \exp(jy_2), \mathbf{K}, \exp(jy_M)]^T$, а вектор-фазор приемной АР, при согласованном приеме этой плоской волны равен $\Phi_2 = [\exp(jj_1), \exp(jj_2), \mathbf{K}, \exp(jj_N)]^T$. Тогда матрицу канальных коэффициентов можно записать через векторы плоских волн в виде: $\mathbf{H} = \Phi_2 \Phi_1^H$. Такая матрица имеет ранг равный единице. Поэтому на ее основе может быть сформирован только один собственный канал с весовыми векторами приемной и передающей АР соответственно равными:

$$\mathbf{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{N}} \Phi_2; \quad \mathbf{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{M}} \Phi_1. \quad (4.30)$$

В этом случае ПС ММО-системы будет равна

$$C(r_0) = \log_2(1 + r_0 MN). \quad (4.31)$$

Отметим, что когда рассеиватели отсутствуют, можно использовать понятия диаграммы направленности и коэффициента направленного действия АР. В (4.31) M и N имеют смысл максимальных коэффициентов направленного действия передающей и приемной АР, соответственно.

2. Предположим, что отражатели сосредоточены только вокруг приемной АР и коэффициенты передачи h_{mn} коррелированы для разных передающих антенн и не коррелированы для разных приемных антенн. То есть элементы матрицы \mathbf{H} коррелированы по строке и не коррелированы по столбцу. Если первый столбец обозначить через вектор \mathbf{H}_1 , то m -ый столбец (вектор \mathbf{H}_m) можно выразить как $\mathbf{H}_m = \exp(j\mathbf{u}_m)\mathbf{H}_1$. Следовательно, матрица \mathbf{H} может быть записана в виде:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 \Phi_1^H. \quad (4.32)$$

Эта матрица имеет ранг равный единице. Следовательно, можно сформировать только один собственный канал с весовыми векторами приемной и передающей АР соответственно равными

$$\mathbf{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{H}_2^H \mathbf{H}_2}} \mathbf{H}_2; \quad \mathbf{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{M}} \Phi_1. \quad (4.33)$$

При этом для ПС будем иметь

$$C(r_0) = \log_2(1 + r_0 M \sum_{n=1}^N |h_{n1}|^2). \quad (4.34)$$

3. Пусть теперь рассеиватели сосредоточены вокруг передающей АР. Нетрудно видеть, что этот случай является аналогичным предыдущему. Для нахождения ПС системы в (4.34) необходимо заменить число передающих антенн числом приемных антенн и наоборот. В результате получим, что

$$C(r_0) = \log_2(1 + r_0 N \sum_{m=1}^M |h_{1m}|^2). \quad (4.35)$$

Отметим, что рассмотренные три случая использования многоэлементных АР на передачу и на прием отличаются друг от друга условиями распространения сигналов. Однако их общим свойством является то, что возможно сформировать только один пространственный канал. На рис. 4.17 показаны кривые для средних ПС в зависимости от среднего ОСШ для трех рассмотренных моделей каналов для 4-х элементной передающей АР и 2-х элементной приемной АР ($M=4; N=2$) (кривые 1,2,3, соответственно).

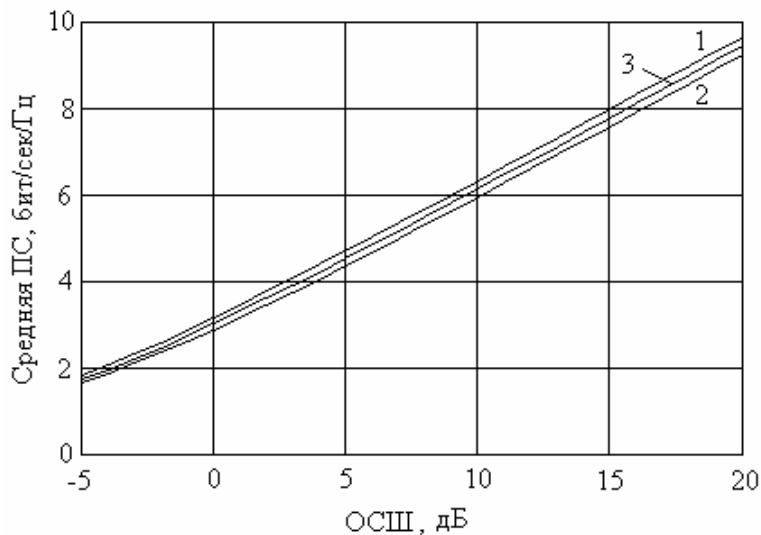


Рис. 4.17. Средняя ПС для трех моделей каналов (кривые 1,2,3, соответственно) при $M=4$; $N=2$

4. Рассмотрим, наконец, общий случай, когда отражатели располагаются во всем пространстве между двумя АР и коэффициенты передачи h_{mn} являются независимыми величинами. При этом вероятность появления линейно зависимых строк или столбцов в матрице \mathbf{H} становится крайне малой. Поэтому матрица \mathbf{H} будет иметь ранг K , равный минимальному числу элементов АР ($K = \min\{M, N\}$) и для передачи информации можно использовать K параллельных собственных каналов.

ПС ММО-системы является случайной величиной, так как собственные числа I_i являются случайными. В случае распределения мощности по собственным каналам в соответствии с рассмотренным ранее «водопаивным» правилом шенноновскую ПС можно найти путем моделирования. Для примера на рис. 4.18 показана зависимость средней ПС системы с 4 передающими и 2 приемными антеннами ($M=4$; $N=2$) при релейских замираниях и при отсутствии замираний. Видно, что ПС в условиях релейских замираний может быть даже больше, чем в статическом канале без замираний.

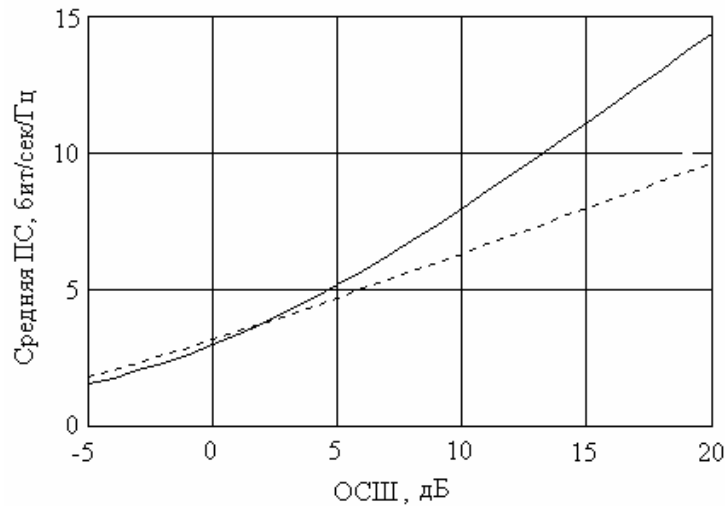


Рис. 4.18. Средняя ПС при релейских замираниях (сплошная кривая) и при отсутствии замираний (пунктирная кривая), $M=4$; $N=2$

Этот неожиданный факт можно объяснить тем, что при малых ОСШ (≤ 3 дБ) в условиях релейских замираний формируется только один собственный канал, так как во второй канал мощность не распределяется. При больших ОСШ (≥ 3 дБ) формируются уже два независимых собственных канала. В то же время, выше показано, что в канале без замираний можно сформировать только один собственный канал. Хотя его усиление будет больше, однако скорость передачи информации оказывается меньше, чем скорость передачи информации по двум параллельным каналам с меньшими усилениями. Здесь следует отметить, что в данном примере предполагается, что средняя мощность в точке приема одинакова в статическом и релейском каналах.

В случае многоэлементных АР, то есть при достаточно больших M и N , собственные числа ограничены неравенством

$$(\sqrt{M} - \sqrt{N})^2 < \lambda_i < (\sqrt{M} + \sqrt{N})^2. \quad (4.36)$$

Отсюда следует, что, если передающая АР больше приемной АР ($M > N$), то все собственные числа будут группироваться около числа M . Поэтому, для оценок ПС можно получить следующую приближенную формулу вида

$$C(r_0) \approx N \log_2 \left(1 + r_0 \frac{M}{N} \right). \quad (4.37)$$

Например, пусть $M=8$ и $N=2$. Тогда с помощью (4.37) получим, что ПС ММО-системы будет равна 10,7 бит/сек/Гц при среднем ОСШ $r_0=10$. Точный расчет дает ПС, равную 10,4 бит/сек/Гц, то есть погрешность приближенной формулы является небольшой.

ГЛАВА 5. МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЛУЧЕВОГО КАНАЛА СВЯЗИ

Как отмечалось ранее, длительность импульсов в системах сотовой связи, как правило, значительно превышает возможные задержки сигналов, обусловленные рассеянием в многолучевом пространственном канале. Поэтому межсимвольная интерференция является пренебрежимо малой и ее можно не учитывать. Ширина полосы, как правило, выбирается достаточно узкой и, поэтому, канал является частотно-неселективным. Свойства такого канала могут быть описаны с помощью комплексного коэффициента передачи h сигналов из передающей антенны в приемную антенну.

В настоящее время широко используются CDMA-системы связи с кодовым разделением пользователей, для реализации которого применяется модуляция информационных символов ортогональными кодовыми последовательностями Уолша [15, 20]. Каждому пользователю назначается своя последовательность Уолша, которая представляет собой адрес этого пользователя. Задержки сигналов в канале, которые являются пренебрежимо малыми по сравнению с длительностью импульсов, могут быть достаточно большими по сравнению с длительностью элемента кодовых последовательностей Уолша. В этом случае свойства такого канала описываются не комплексным коэффициентом передачи h сигналов из передающей антенны в приемную антенну, а импульсной характеристикой (ИХ). Если используется несколько приемных антенн, то необходимо оценить моноканальную импульсную характеристику (МИХ).

Рассмотрим вначале случай одной передающей и одной приемной антенны. Для оценки ИХ многолучевого канала передаются обучающие сигналы, например, в виде последовательности, состоящей из L_s импульсов. Так в GSM-стандарте длина $L_s=26$. Предположим, что кроме прямого сигнала канал порождает m задержанных сигналов. Это значит, что ИХ канала имеет $(m+1)$ комплексных значений $h(n)$, первое из которых дает коэффициент передачи $h(0)$ прямого сигнала, а другие определяют коэффициенты передачи задержанных лучей.

Пусть передается обучающая последовательность сигналов $s(k)$. Тогда последовательность принятых сигналов можно записать в виде

$$x(k) = \sum_{n=0}^m h(n)s(k-n) + z(k), \quad (5.1)$$

где $s(k)$ - k -я выборка псевдошумовой обучающей последовательности, $h(n)$ - ИХ многолучевого канала, $(m+1)$ - длина ИХ, $z(k)$ - k -я выборка собственного шума приемника.

Будем считать шумовые выборки $z(k)$ некоррелированным гауссовским процессом с нулевым средним и с дисперсией s_0^2 . Функция плотности вероятности шума может быть записана в виде

$$f(z) = \frac{1}{ps_0^2} \exp\left\{-\frac{|z|^2}{s_0^2}\right\}. \quad (5.2)$$

Учитывая статистические свойства шума, из (5.1) получим, что среднее и дисперсия случайного процесса $x(k)$ равны

$$\langle x(k) \rangle = \sum_{n=0}^m h(n)s(k-n), \quad \langle |x(k) - \langle x(k) \rangle|^2 \rangle = s_0^2. \quad (5.3)$$

Тогда для функции плотности вероятности входного сигнала $x(k)$ будем иметь

$$f[x(k)] = \frac{1}{ps_0^2} \exp\left\{-\frac{1}{s_0^2} \left|x(k) - \sum_{n=0}^m h(n)s(k-n)\right|^2\right\}. \quad (5.4)$$

Длина последовательности сигналов $x(1), x(2), \dots, x(L)$, которая получается в результате приема обучающей последовательности, может быть выбрана равной или больше, чем длина L_s самой обучающей последовательности. Из-за многолучевости необходимая длина равна $L_{max} = L_s + m$. Задача заключается в оценивании значений ИХ $h(0), h(1), h(2), \dots, h(m)$.

Эту проблему можно подразделить на две отдельные задачи.

- оценивание значений ИХ $h(0), h(1), \dots, h(m)$ при заданной длине m ;
- оценивание длины ИХ $(m+1)$.

5.1. Оценивание импульсной характеристики при заданной ее длине

Рассмотрим первую задачу [21,23]. Значения $x(1), x(2), \dots, x(L)$ являются статистически независимыми. Поэтому их совместная функция плотности вероятности равна произведению одномерных функций плотности вероятности (5.4) и, следовательно, мы можем записать эту функцию в виде

$$f[x(1), x(2), \dots, x(L)] = \frac{1}{(ps_0^2)^L} \exp\left\{-\frac{1}{s_0^2} \sum_{k=1}^L \left|x(k) - \sum_{n=0}^m h(n)s(k-n)\right|^2\right\}. \quad (5.5)$$

В общем случае неизвестными величинами в (5.5) являются значения ИХ $h(0), h(1), \dots, h(m)$, дисперсия шума s_0^2 и число задержанных лучей m . Однако сейчас мы предполагаем, что число задержанных лучей m задано. Чтобы найти значений ИХ $h(0), h(1), \dots, h(m)$ и дисперсию шума s_0^2 , будем рассматривать (5.5), как функцию правдоподобия относительно этих параметров. Это возможно, так как последовательность выборок $x(1), x(2), \dots, x(L)$ задана. Значения искомым параметров, которые обеспечивают максимальное значение функции правдоподобия (5.5), называются максимально правдоподобными (МП) оценками этих параметров.

Найдем логарифм от функции правдоподобия (5.5) в виде

$$\ln f[x(1), x(2), \dots, x(L)] = -L \ln p - L \ln s_0^2 - \frac{1}{s_0^2} \sum_{k=1}^L \left| x(k) - \sum_{n=0}^m h(n) s(k-n) \right|^2. \quad (5.6)$$

Максимум плотности вероятности будет иметь место при выполнении следующих условий:

$$\frac{d \ln f[x(1), x(2), \dots, x(L)]}{dh^*(q)} = 0, \quad q=0, 1, 2, \dots, m) \quad (5.7a)$$

$$\frac{d \ln f[x(1), x(2), \dots, x(L)]}{ds_0^2} = 0. \quad (5.7b)$$

По сути $(m+1)$ условий в (5.7a) представляют собой $(m+1)$ линейных уравнений, из которых можно найти значения $h(0), h(1), \dots, h(m)$. Эти уравнения имеют вид

$$\sum_{n=0}^m h(n) \sum_{k=1}^L s(k-n) s^*(k-q) = \sum_{k=1}^L x(k) s^*(k-q). \quad (q=0, 1, 2, \dots, m) \quad (5.8)$$

Введем в рассмотрение матрицу \mathbf{M} и вектор \mathbf{R} с элементами

$$M(q, n) = \sum_{k=1}^L s(k-n) s^*(k-q), \quad R(q) = \sum_{k=1}^L x(k) s^*(k-q), \quad (5.9)$$

и перепишем (5.8) в виде

$$\sum_{n=0}^m M(q, n) h(n) = R(q), \quad (q=0, 1, 2, \dots, m). \quad (5.10)$$

Если решения системы уравнений (5.10) подставить в последнее условие (5.7b), то это даст нам оценку дисперсии шума

$$S^2 = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \left| x(k) - \sum_{n=0}^m h(n)s(k-n) \right|^2. \quad (5.11)$$

Необходимо отметить, что если не делать предположения о гауссовости шума $z(k)$, то уравнение (5.11) может быть рассмотрено как квадратичный функционал от переменных $h(0), h(1), \dots, h(m)$. Минимизируя этот функционал, мы придем к (5.10). В этом случае точность оценивания будет определяться минимальным значением среднеквадратической ошибки (5.11). Таким образом, в случае гауссова шума обе оценки (минимума среднеквадратической ошибки и максимального правдоподобия) будут давать одинаковый результат. Минимальное значение дисперсии S_{min}^2 в (5.11) соответствует максимуму плотности вероятности в (5.6).

Решение задачи представим более компактно в векторно-матричной форме. Для этого введем следующие векторы-столбцы: входных данных $\mathbf{X} = [x(1), x(2), \mathbf{K}, x(L)]^T$, шумов $\mathbf{Z} = [z(1), z(2), \mathbf{K}, z(L)]^T$, импульсной характеристики $\mathbf{H} = [h(0), h(1), h(2), \mathbf{K}, h(m)]^T$ и обучающих сигналов $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$ в форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{S}_0 = [s(1), s(2), \mathbf{K}, s(L_s), 0, 0, 0, \mathbf{K}, 0, 0]^T, \\ \mathbf{S}_1 = [0, s(1), s(2), \mathbf{K}, s(L_s - 1), s(L_s), 0, 0, \mathbf{K}, 0, 0]^T, \\ \mathbf{S}_2 = [0, 0, s(1), \mathbf{K}, s(L_s - 1), s(L_s), 0, \mathbf{K}, 0, 0]^T, \\ \mathbf{K} \\ \mathbf{S}_{m-1} = [0, 0, \mathbf{K}, 0, s(1), \mathbf{K}, s(L_s - 1), s(L_s), 0]^T, \\ \mathbf{S}_m = [0, 0, \mathbf{K}, 0, 0, s(1), \mathbf{K}, s(L_s - 1), s(L_s)]^T. \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Векторы $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$ будем называть обучающими векторами. Объединим их в матрицу \mathbf{S} следующим образом

$$\mathbf{S} = (\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{K}, \mathbf{S}_m). \quad (5.16)$$

Теперь (5.1) и (5.11) можно записать в матричной форме:

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{H} + \mathbf{Z}, \quad (5.17)$$

$$LS^2 = |\mathbf{X} - \mathbf{S}\mathbf{H}|^2. \quad (5.18)$$

Приравнявая градиент квадратичного функционала (5.18) относительно вектора \mathbf{H} к нулю, можно записать (5.10) как

$$\mathbf{M}\mathbf{H} = \mathbf{R}, \quad (5.19)$$

где $\mathbf{M}=\mathbf{S}^H\mathbf{S}$, $\mathbf{R}=\mathbf{S}^H\mathbf{X}$.

Матрица \mathbf{M} представляет собой матрицу Грамма, составленную из скалярных произведений обучающих векторов $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_0^H \mathbf{S}_0 & \mathbf{S}_0^H \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_0^H \mathbf{S}_2 & \dots & \mathbf{S}_0^H \mathbf{S}_m \\ \mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_0 & \mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_2 & \dots & \mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_m \\ \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_0 & \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_2 & \dots & \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{S}_m^H \mathbf{S}_0 & \mathbf{S}_m^H \mathbf{S}_1 & \mathbf{S}_m^H \mathbf{S}_2 & \dots & \mathbf{S}_m^H \mathbf{S}_m \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

Матрица \mathbf{M} является эрмитовой. Элементами ее главной диагонали являются квадраты модулей обучающих векторов. Будем предполагать, что все сигналы обучающей последовательности имеют одинаковую амплитуду s . Тогда диагональные элементы $M(n,n)$ равны между собой:

$$M(n,n) = \mathbf{S}_n^H \mathbf{S}_n = |s|^2 L_s, \quad (n = 0, 1, \dots, m). \quad (5.21)$$

Если бы псевдошумовая обучающая последовательность являлась бы «чистым» шумом, то матрица \mathbf{M} была бы диагональной, а векторы \mathbf{S}_n ортогональными. Но обучающая последовательность является псевдошумовой. Поэтому матрица \mathbf{M} будет псевдодиагональной. Поскольку обучающая последовательность известна, то, в принципе, можно вычислить все матричные элементы заранее и хранить в памяти приемника.

Компоненты вектора \mathbf{R} в (5.19) являются скалярными произведениями обучающих векторов \mathbf{S}_n и вектора \mathbf{X} входных сигналов.

Решение уравнения (5.19) дает МП оценку ИХ в виде

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{R} = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{X}. \quad (5.22)$$

Оценка $\hat{\mathbf{H}}$ является случайной величиной и, строго говоря, не совпадает с точным значением ИХ \mathbf{H} . Среднее значение оценки равно

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \rangle = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \langle \mathbf{X} \rangle. \quad (5.23)$$

Из (5.17) получим, что $\langle \mathbf{X} \rangle = \mathbf{S} \mathbf{H}$. Учитывая (5.23) получим, что

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \rangle = \mathbf{H}. \quad (5.24)$$

Таким образом, оценка $\hat{\mathbf{H}}$ является несмещенной.

Точность оценивания определяется матрицей ошибок равной

$$\Delta = \langle (\hat{\mathbf{H}} - \langle \hat{\mathbf{H}} \rangle) (\hat{\mathbf{H}} - \langle \hat{\mathbf{H}} \rangle)^H \rangle. \quad (5.25)$$

Используя (5.17), (5.22) и (5.23), получим, что

$$\Delta = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \langle \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \rangle \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1}. \quad (5.26)$$

Вычислим матрицу \mathbf{D} . Поскольку шумы являются некоррелированными во времени и имеют мощность s_0^2 , то корреляционная матрица шума

$$\langle \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \rangle = s_0^2 \mathbf{I}. \quad (5.27)$$

Подставляя (5.27) в (5.26), получим, что искомая матрица ошибок равна

$$\Delta = s_0^2 (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} = s_0^2 \mathbf{M}^{-1}. \quad (5.28)$$

Пренебрегая недиагональными элементами и подставляя диагональные элементы из (5.21), получим, что \mathbf{D} является диагональной матрицей с элементами

$$\Delta(n, q) = \frac{s_0^2}{|s|^2 L_s} d(n - q), \quad (5.29)$$

где d - дельта-функция.

В этом случае оценки отсчетов ИХ $h(n)$ ($n=0,1,2, \dots, m$) будут статистически независимы между собой, а точность их оценивания будет одинаковой.

В общем случае точность оценки (5.22) определяется следующими 3 величинами:

- ОСШ для сигналов обучающей последовательности. Увеличение ОСШ увеличивает точность оценивания ИХ;
- длиной обучающей последовательности. Ее увеличение ведет к уменьшению ошибки;
- степенью ортогональности обучающих векторов $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$.

Если обучающая последовательность выбрана неудачно (нет ортогональности обучающих векторов), то матрица (5.20) становится близкой к сингулярной матрице, а некоторые ее собственные числа становятся близкими к нулю. Это приводит к уменьшению точности оценивания, так как согласно (5.28) матрица ошибок определяется матрицей \mathbf{M}^{-1} , собственные числа которой возрастают. Чтобы обеспечить хорошую точность оценивания ИХ, необходимо взять такие псевдошумовые обучающие последовательности, чтобы базис, построенный на соответствующих векторах, был бы максимально близок к ортогональному базису. Для этого детерминант матрицы \mathbf{M} должен

быть близок к максимальному значению, равному $(\det(\mathbf{M}))_{\max}=L_s^{m+1}$ при единичной амплитуде сигнала s .

Рассмотрим два примера генерирования двоичной обучающей последовательности длительностью 26 символов, каждый из которых может принимать только два значения 1 или -1. Первые 5 сигналов последовательности назначаются произвольно, а последующие сигналы определяются с использованием следующих соотношений: $s(k)=-s(k-5)s(k-3)$ (пример 1) и $s(k)=-s(k-5)s(k-2)$ (пример 2). Таким образом, в каждом из примеров мы можем получить 32 (2^5) последовательности сигналов, которые могут рассматриваться в качестве обучающих. Для каждой такой последовательности вычислим $\det(\mathbf{M})$ и найдем его отношение к максимально возможному значению равному L_s^{m+1} . В таблице 5.1 представлены результаты расчетов этого отношения для всех возможных последовательностей.

Для определения «лучшей» псевдошумовой обучающей последовательности (в смысле ортогональности обучающих векторов) в таблице 5.1 нужно найти значения, близкие к единице. Нулевые значения соответствуют обучающим последовательностям, которые не подходят для оценивания ИХ, так как они образуют линейно зависимые системы обучающих векторов.

Таблица 5.1.

Номер	Начальные комбинации сигналов	Пример 1	Пример 2
1	11111	0,9679	0,9733
2	1111-1	0,9419	0,9671
3	111-11	0,9303	0,9130
4	111-1-1	0,9009	0,0000
5	11-111	0,9375	0,0000
6	11-11-1	0,8746	0,0000
7	11-1-11	0,9216	0,8032
8	11-1-1-1	0,9446	0,0000
9	1-1111	0,9671	0,8432
10	1-111-1	0,8032	0,8543
11	1-11-11	0,0000	0,9465
12	1-11-1-1	0,9465	0,9432
13	1-1-111	0,8635	0,8032
14	1-1-11-1	0,9130	0,0000
15	1-1-1-11	0,8543	0,0000
16	1-1-1-1-1	0,0000	0,8635
17	-11111	0,0000	0,9303
18	-1111-1	0,9733	0,8175
19	-111-11	0,9432	0,8532
20	-111-1-1	0,8032	0,9446
21	-11-111	0,0000	0,9441

22	-11-11-1	0,0000	0,8746
23	-11-1-11	0,0000	0,9679
24	-11-1-1-1	0,8432	0,8828
25	-1-1111	0,0000	0,9375
26	-1-111-1	0,8828	0,0000
27	-1-11-11	0,9196	0,0000
28	-1-11-1-1	0,8175	0,9419
29	-1-1-111	0,9441	0,9196
30	-1-1-11-1	0,0000	0,9009
31	-1-1-1-11	0,8532	0,9216
32	-1-1-1-1-1	0,0000	0,0000

Для выяснения смысла оценки (5.22) рассмотрим вектор $\mathbf{S}\hat{\mathbf{H}}$, являющийся оценкой вектора $\mathbf{S}\mathbf{H}$ в (5.17). Из (5.22) можно получить, что

$$\mathbf{S}\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{S}(\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H\mathbf{X}. \quad (5.30)$$

Матрица $\mathbf{S}(\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H$ проектирует L -мерные векторы \mathbf{X} на $(m+1)$ -размерное подпространство обучающих векторов (5.15). Поэтому вектор $\mathbf{S}\hat{\mathbf{H}}$ имеет смысл проекции вектора \mathbf{X} на подпространство обучающих векторов, а каждая компонента оценочного вектора $\hat{\mathbf{H}}$ является проекцией на соответствующий обучающий вектор.

Для системы обучающих векторов (5.15) введем систему так называемых взаимных векторов в виде

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S}(\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}. \quad (5.31)$$

Тогда оценка ИХ (5.22) будет равна

$$\hat{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{S}}^H\mathbf{X}. \quad (5.32)$$

Реализация (5.32) требует L комплексных умножений и L сложений. Взаимные векторы могут быть подготовлены заранее и храниться в памяти вычислителя.

Взаимные векторы не являются ортогональными, так как матрица Грамма $\tilde{\mathbf{S}}^H\tilde{\mathbf{S}} = (\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}$ недиагональная, но в тоже время $\tilde{\mathbf{S}}^H\mathbf{S} = \mathbf{I}$. Благодаря этому возможно независимое оценивание компонент вектора ИХ.

Согласно (5.17) вектор принятых сигналов \mathbf{X} содержит вектор шума \mathbf{Z} , который может быть представлен в виде суммы ортогональных векторов \mathbf{Z}_{col} и \mathbf{Z}_{ort} . Вектор \mathbf{Z}_{col} находится в $(m+1)$ -мерном подпространстве обучающих векторов (5.15). Вектор \mathbf{Z}_{ort} принадлежит ортогональному подпространству размерности $[L-(m+1)]$. Так как собственный шум является однородным, то его мощность в подпространстве обучающих векторов равна

$(m+1)s_0^2$ и в оставшемся подпространстве - $[L-(m+1)]s_0^2$. Следовательно, минимальное значение выражения (5.18) полностью определяется значением мощности шума в ортогональном подпространстве и равно

$$s_{min}^2 = L^{-1} |Z_{ort}|^2. \quad (5.33)$$

Среднее значение мощности этого шума равно

$$\langle s_{min}^2 \rangle = \frac{L_s - 1}{L_s + m} s_0^2. \quad (5.34)$$

Шум из ортогонального подпространства не влияет на точность оценки ИХ, которая определяется влиянием шумовой компоненты Z_{col} .

5.2. Оценка длины импульсной характеристики

До сих пор предполагалось, что число задержанных в канале лучей m является известным. Если это не так или же m выбрано неудачно, то при оценивании ИХ могут возникнуть дополнительные ошибки. Например, если взять m больше, чем истинная длина ИХ, то входной вектор \mathbf{X} будет проектироваться на подпространство большей размерности. Это ведет к дополнительным ошибкам в оценке $\hat{\mathbf{H}}$ из-за дополнительной мощности шума, содержащейся в компоненте Z_{col} . Если матрица ошибок \mathbf{D} будет диагональной, то ошибки будут некоррелированными и дополнительный шум не окажет влияния на оценку вектора ИХ \mathbf{H} . В этом случае малые компоненты \mathbf{H} , сравнимые с уровнем шума могут считаться нулевыми. Однако если матрица ошибок не является диагональной, то дополнительный шум изменяет точность оценивания \mathbf{H} из-за расширения подпространства обучающих векторов.

Допустим теперь, что длина m выбрана на один бит меньше истинной длины. Это означает, что последняя компонента в \mathbf{H} не будет оцениваться. Точность оцениваемых компонент будет зависеть от степени ортогональности обучающих векторов и степени диагональности матрицы ошибок. Если эти векторы не ортогональны, то оцениваемые компоненты в \mathbf{H} будут искажены тем компонентом входного сигнала, который не был принят во внимание.

Таким образом, неправильный выбор длины m при минимизации критерия (5.11) или (5.18) приводит к дополнительным ошибкам, обусловленным статистической связью ошибок оценивания разных отсчетов ИХ. Ошибки в конкретной компоненте ИХ будут статистически независимыми только тогда, когда обучающие векторы (5.15) являются ортогональными.

Анализируя поведение функции правдоподобия (5.6) в зависимости от числа m задержанных сигналов, нетрудно видеть, что МП оценка длины ИХ не существует. При увеличении m значение минимума (5.11) будет уменьшаться, а функция правдоподобия (5.6) будет возрастать. Отсутствие экстремума обусловлено влиянием шума. Пусть принятая последовательность \mathbf{X} содержит только шум \mathbf{Z} . Тогда реализация шумового процесса \mathbf{Z} может быть представлена в виде разложения с использованием произвольного базиса. Если в качестве базиса взять обучающие векторы (5.15) и выполнить МП оценивание, то шумовая реализация породит ненулевые оценки ИХ при любом сколь угодно большом значении m , хотя в действительности сигнала нет. Поэтому при увеличении m функция плотности вероятности будет монотонно возрастать.

Чтобы оценить длину m необходимо привлечь дополнительные априорные знания [21,23]. В частности, допустим, что нам известна статистика собственного шума, который является комплексным, гауссовым, некоррелированным во времени процессом с нулевым средним и дисперсией s_0^2 . Выше было установлено, что минимум s_{min}^2 в (5.11) соответствует максимуму функции правдоподобия. Уравнение (5.34) определяет среднее значение случайной величины s_{min}^2 .

Найдем дисперсию s_{min}^2 равную $D_s = \langle s_{min}^4 \rangle - (\langle s_{min}^2 \rangle)^2$. Из (5.33) имеем, что

$$\langle s_{min}^4 \rangle = \frac{1}{L^2} \sum_{k=1}^L \sum_{l=1}^L \langle z_{ort}(k) z_{ort}^*(k) z_{ort}(l) z_{ort}^*(l) \rangle. \quad (5.35)$$

Для гауссовского процесса справедливо следующее выражение [22]

$$\langle z_{ort}(k) z_{ort}^*(k) z_{ort}(l) z_{ort}^*(l) \rangle = \langle |z_{ort}(k)|^2 \rangle \langle |z_{ort}(l)|^2 \rangle + \langle z_{ort}(k) z_{ort}^*(l) \rangle \langle z_{ort}(l) z_{ort}^*(k) \rangle. \quad (5.36)$$

Подставляя (5.36) в (5.35) и учитывая статистические свойства шума, получим, что

$$\langle s_{min}^4 \rangle = \frac{1}{L^2} \{ [L - (m + 1)]^2 s_0^4 + [L - (m + 1)] s_0^4 \}. \quad (5.37)$$

Тогда дисперсия $D(s_{min}^2)$ равна

$$D_s = \frac{L - (m + 1)}{L^2} s_0^4. \quad (5.38)$$

Чтобы получить выражение при использовании обучающих векторов (5.15) нужно заменить L на $L_s + m$. В результате получим

$$D_s = \frac{L_s - 1}{(L_s + m)^2} S_0^4. \quad (5.39)$$

Используя (5.34) и (5.39), можно определить статистический критерий для оценки m . Так как S_{min}^2 уменьшается с ростом m , то можно задать пороговое значение равным

$$r_t = \langle S_{min}^2 \rangle + \sqrt{D_s}. \quad (5.40)$$

Это означает, что если для некоторого m выполняется условие $S_{min}^2 < r_t$, то остаток S_{min}^2 считается обусловленным только шумом.

Для примера рассмотрим канал с ИХ вида: $h(0)=1.65$; $h(1)=0.2$; $h(2)=1.2$; $h(3)=0.3$; $h(4)=h(5)=\dots=0$. На рис. 5.1 изображена функция $S_{min}^2(m)$ для 10 реализаций шума с дисперсией $S_0^2 = 0.25$. Порог r_t вычислен по формуле (5.40). Заметим, что величина порога зависит от m . Видно, что при $m=2$ несколько реализаций $S_{min}^2(m)$ ниже порога, а при $m=3$ все реализации ниже порога. Для конкретной реализации шума выберем либо $m=2$, либо $m=3$ (истинное значение равно 3). Ошибка в оценивании m обусловлена тем, что последняя компонента ИХ ($h(3)=0.3$) меньше, чем среднеквадратический уровень шума $S_0 = 0.5$.

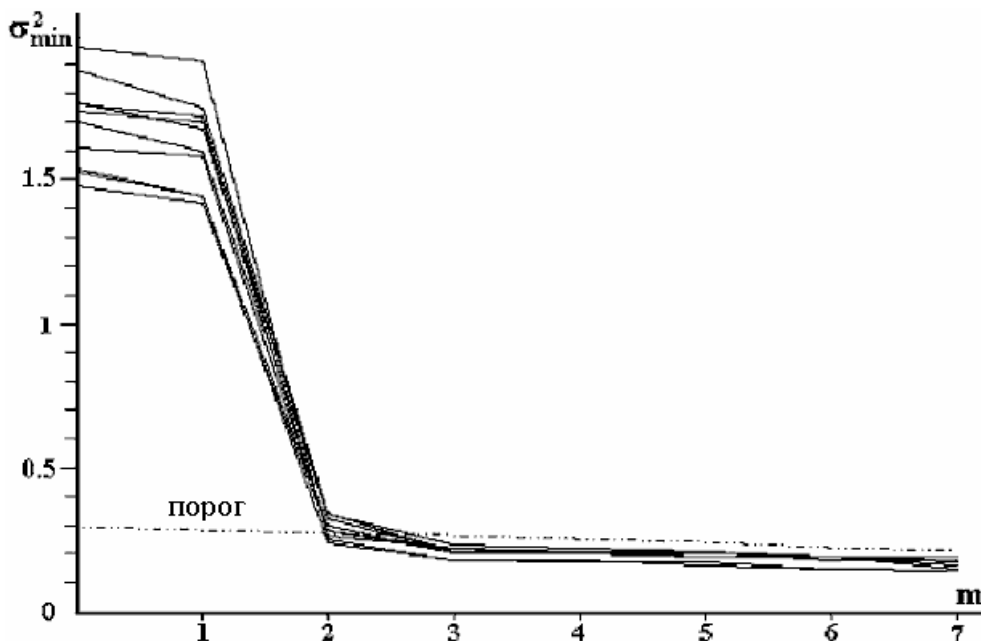


Рис. 5.1. Функция $S_{min}^2(m)$ для 10 реализаций шума с дисперсией $S_0^2 = 0.25$

5.3. Оценка многоканальной импульсной характеристики и ее длины в системах связи с разнесенным приемом

Рассмотрим задачу канального оценивания в таких системах, в которых для приема сигнала используется АР, состоящая из N антенн, расположенных произвольным образом, а передача сигнала осуществляется одной антенной. Эту проблему можно подразделить на три отдельные задачи.

- оценивание значений ИХ;
- оценивание длины ИХ;
- оценивание ранга ИХ.

Предположим, что для оценки канала передается псевдошумовая обучающая последовательность сигналов. Вектор принятых сигналов размерности L для k -ой приемной антенны можно записать в виде

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{S}\mathbf{H}_k + \mathbf{Z}_k, \quad (5.41)$$

где $\mathbf{S}=(\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m)$ - матрица обучающих векторов (5.15); вектор \mathbf{H}_k размерности $(m+1)$ дает ИХ k -ой приемной антенны, состоящую из $(m+1)$ независимых отсчетов; вектор \mathbf{Z}_k определяет последовательность выборок шума на выходе k -ой антенны.

Все N векторов входных сигналов объединим в матрицу $\mathbf{X}=(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N)$ размерности $L \times N$. В общем случае отклики различных приемных антенн на одни и те же входные сигналы отличаются друг от друга. Поэтому мы можем ввести в рассмотрение многоканальную импульсную характеристику (МИХ) системы, как совокупность ИХ отдельных антенн в виде матрицы $\mathbf{H}=(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \dots, \mathbf{H}_N)$ размерности $(m+1) \times N$. Аналогичным образом выборки собственных шумов приемных каналов (антенна с приемником) можно описать матрицей $\mathbf{Z}=(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \dots, \mathbf{Z}_N)$ размерности $(L \times N)$.

Тогда матрица принятых сигналов может быть представлена как

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}\mathbf{H} + \mathbf{Z}. \quad (5.42)$$

Полагая собственные шумы статистически независимыми как по времени, так и по пространству (антеннам), совместную функцию плотности вероятности шума в элементах АР можно представить в виде

$$f(\mathbf{Z}) = \frac{1}{(p\mathbf{s}_0^2)^{NL}} \exp\left\{-\frac{1}{\mathbf{s}_0^2} Sp(\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H)\right\}, \quad (5.43)$$

где \mathbf{s}_0^2 - мощность шума одного пространственно-временного отсчета.

Нетрудно проверить, что

$$Sp(\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H) = Sp(\mathbf{Z}^H\mathbf{Z}) = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^N |z_i(k)|^2, \quad (5.44)$$

где $z_i(k)$ - k -ая выборка шума в i -ой антенне ((k,i) -ый элемент в матрице \mathbf{Z}).

Полагая МИХ и обучающую последовательность детерминированными, из (5.43) и (5.42) получим совместную функцию плотности вероятности принятых сигналов, описываемых матрицей \mathbf{X} , в виде

$$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{(ps_0^2)^{NL}} \exp\left\{-\frac{1}{s_0^2} Sp[(\mathbf{X}-\mathbf{S}\mathbf{H})(\mathbf{X}-\mathbf{S}\mathbf{H})^H]\right\}. \quad (5.45)$$

Если имеется некоторая реализация принятых сигналов \mathbf{X} , то это уравнение можно рассматривать, как функцию правдоподобия относительно двух неизвестных: канальной матрицы \mathbf{H} и дисперсии шума s_0^2 .

МП оценки находятся из следующих уравнений правдоподобия

$$\mathbf{M}\mathbf{H} = \mathbf{R}; \quad s_{min}^2 = \frac{1}{NL} Sp[(\mathbf{X}-\mathbf{S}\hat{\mathbf{H}})(\mathbf{X}-\mathbf{S}\hat{\mathbf{H}})^H]; \quad (5.46)$$

где матрица $\mathbf{M}=\mathbf{S}^H\mathbf{S}$, вектор $\mathbf{R}=\mathbf{S}^H\mathbf{X}$, а $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{R} = (\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H\mathbf{X}$ - МП оценка матрицы \mathbf{H} .

Выражение для s_{min}^2 в (5.46) удобно переписать в развернутом виде:

$$s_{min}^2 = \frac{1}{NL} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^L \left| x_i(k) - \sum_{n=0}^m \hat{h}_i(n)s(k-n) \right|^2. \quad (5.47)$$

Интересно сравнить полученные результаты оценки МИХ в случае произвольного числа приемных антенн с результатами оценки одноканальной ИХ при одной приемной антенне. Результаты сравнения показывают, что:

1. Оценки отсчетов МИХ могут выполняться независимо для каждой приемной антенны и аналогично более простому случаю одной приемной антенны.

2. Оценивать длину МИХ m можно путем проведения N независимых оценок для каждой антенны. Значение $s_{min}^2(m,i)$ ($i=1,2, \dots, N$) в каждом из каналов описывается формулой

$$s_{min}^2(m,i) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \left| x_i(k) - \sum_{n=0}^m \hat{h}_i(n)s(k-n) \right|^2. \quad (5.48)$$

Пусть для некоторого m выполняется условие $s_{min}^2(m, i) < r_i$ (при любом i), где r_i – выбранное пороговое значение. Тогда это значение m является оценкой длины многоканальной ИХ. Этот способ был рассмотрен в данной главе.

3. Можно применять другой способ оценивания длины МИХ, если сравнивать с порогом величину $s_{min}^2(m)$, задаваемую формулой (5.47). Нетрудно видеть, что

$$s_{min}^2(m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_{min}^2(m, i). \quad (5.49)$$

Очевидно, что дисперсия величины $s_{min}^2(m)$ будет в N раз меньше, чем для отдельного слагаемого. Следовательно, значение порога r_i для $s_{min}^2(m)$ также будет более низким.

4. Принципиальное отличие оценки МИХ заключается в том, что она представляет собой матрицу, а не вектор. Поэтому появляется еще один независимый параметр – ранг матрицы МИХ, который также должен быть оценен.

5.4. Оценивание ранга многоканальной импульсной характеристики

Как известно, ранг матрицы определяет число ее независимых строк или столбцов. Для лучшего понимания физического смысла ранга матрицы \mathbf{H} МИХ рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Матрица \mathbf{H} состоит из одной строки ($m=0$). Это означает, что задержки в канале можно не учитывать, и в каждой антенне нет задержанных сигналов. В этом случае ранг матрицы \mathbf{H} всегда равен 1.

2. Матрица \mathbf{H} состоит из одного столбца ($N=1$). Это означает, что для приема сигнала используется одна антенна. Ранг матрицы \mathbf{H} всегда будет равен 1, независимо от длины ИХ. Этот случай был рассмотрен выше.

3. Матрица \mathbf{H} состоит из двух строк ($m=1$). Наличие второй строки говорит о том, что имеются сигналы, задержанные относительно прямого сигнала на один символ из последовательности Уолша. Элементы второй строки описывают амплитудно-фазовое распределение задержанного сигнала по приемным антеннам. Если прямой и задержанный сигналы приходят с одного направления, то строки матрицы \mathbf{H} будут линейно зависимыми и ранг матрицы \mathbf{H} будет равен 1. Иначе ранг будет равен 2.

Эти простые примеры могут быть обобщены. Предположим, что матрица \mathbf{H} имеет $(m+1)$ строк, то есть существует m задержанных сигналов. Если $(m+1 < N)$, то ранг матрицы \mathbf{H} может изменяться в пределах от 1 до $m+1$. Если ранг равен k ($1 \leq k \leq m+1$), то k строк будут линейно независимы. Каждая строка представляет собой вектор сигнала, лежащий в

N -мерном векторном пространстве. Таким образом, ранг матрицы \mathbf{H} определяет размерность сигнального подпространства, в котором расположены векторы МИХ. Если $m+1 \geq N$, то ранг матрицы \mathbf{H} может принимать значение в пределах $1 \leq k \leq N$.

Очевидно, что ранг матрицы \mathbf{H} не дает полную информацию о сигнальном подпространстве. Чтобы полностью определить данное подпространство, необходимо найти k базисных векторов. Существуют различные способы сделать это, и мы рассмотрим один из них, опираясь на сингулярное разложение матрицы \mathbf{H} [21, 23, 24].

Если ранг матрицы \mathbf{H} меньше N , то это означает, что выходы антенн могут быть преобразованы так, что сигналы будут присутствовать только в k вторичных каналах АР. Эта линейная операция, проиллюстрированная на рис. 5.2, выполняется с использованием адаптивной диаграммообразующей схемы (ДОС).

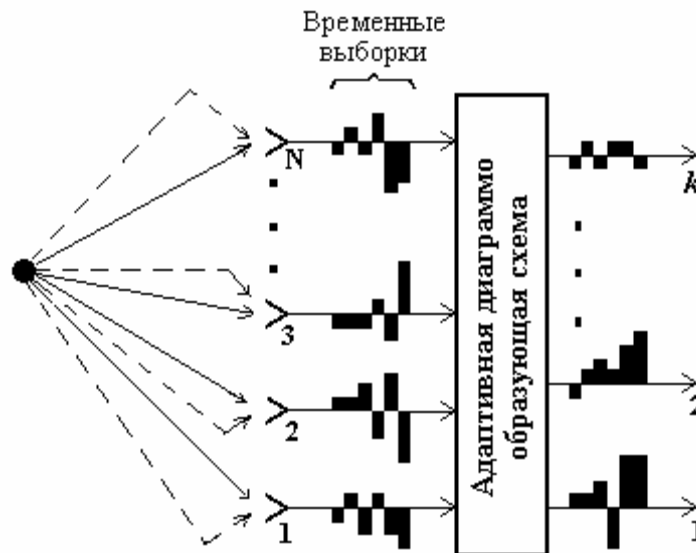


Рис. 5.2. Преобразование сигналов в адаптивной ДОС

Матрица $\tilde{\mathbf{H}} = (\tilde{\mathbf{H}}_1, \tilde{\mathbf{H}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{H}}_k)$ МИХ на выходе ДОС будет содержать k столбцов. Если весовые коэффициенты адаптивной ДОС, формирующие ее первый выход, записать в виде нормированного столбца \mathbf{U}_1^H , то ИХ для первого выхода ДОС будет равна $\tilde{\mathbf{H}}_1 = \mathbf{H}\mathbf{U}_1^H$.

Весовой вектор \mathbf{U}_1^H выберем так, чтобы обеспечить максимальную мощность выходного сигнала, то есть максимум $|\tilde{\mathbf{H}}_1|^2 = \mathbf{U}_1^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{U}_1^H$. Это будет иметь место, если

вектор \mathbf{U}_1^H является собственным вектором матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Соответствующее собственное значение $I_1 = |\tilde{\mathbf{H}}_1|^2$.

Второй выход ДОС сформируем с помощью весового вектора \mathbf{U}_2^H , ортогонального вектору \mathbf{U}_1^H . Для этого с помощью проекционной матрицы равной $(\mathbf{I} - \mathbf{U}_1^H\mathbf{U}_1)$ исключим из матрицы \mathbf{H} векторы, коллинеарные вектору \mathbf{U}_1^H . В результате получим, что

$$\mathbf{H}(\mathbf{E} - \mathbf{U}_1^H\mathbf{U}_1) = \mathbf{H} - \tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}_1. \quad (5.50)$$

Ранг матрицы (5.50) равен $(k-1)$, то есть на единицу меньше, чем ранг матрицы \mathbf{H} . Весовой вектор \mathbf{U}_2^H выберем из условия максимума нормы вектора $\tilde{\mathbf{H}}_2 = (\mathbf{H} - \tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{U}_1)\mathbf{U}_2^H$. Очевидно, что это будет второй собственный вектор матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, соответствующий собственному значению I_2 .

Выполняя аналогичные рассуждения, можно придти к выводу, что в качестве весовых векторов ДОС могут быть использованы собственные векторы матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Составляя из этих векторов матрицу $\mathbf{U}^H = (\mathbf{U}_1^H, \mathbf{U}_2^H, \mathbf{K}, \mathbf{U}_k^H)$, определим МИХ на выходе ДОС в виде

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{U}^H. \quad (5.51)$$

Следует обратить внимание на некоторые важные особенности этого преобразования. Столбцы матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$, определяющие компоненты сигнала на выходе ДОС, являются ортогональными, тогда как столбцы матрицы \mathbf{H} не ортогональны. В самом деле,

$$\tilde{\mathbf{H}}^H\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\mathbf{H}^H\mathbf{H}\mathbf{U}^H = \mathbf{L}, \quad (5.52)$$

где \mathbf{L} - диагональная матрица. Кроме того, столбцы $\tilde{\mathbf{H}}$ это собственные векторы матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Например, для $\tilde{\mathbf{H}}_1$ легко получить, что

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H\tilde{\mathbf{H}}_1 = \mathbf{H}\mathbf{H}^H\mathbf{H}\mathbf{U}_1^H = I_1\mathbf{H}\mathbf{U}_1^H = I_1\tilde{\mathbf{H}}_1. \quad (5.53)$$

Таким образом, можно заключить, что МИХ (5.51) полностью определяется матрицами $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Эти матрицы имеют равные собственные числа и связанные между собой собственные векторы.

Теперь нормируем векторы-столбцы матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ в (5.51), приняв во внимание, что $I_i = |\tilde{\mathbf{H}}_i|^2$. В результате получим матрицу \mathbf{V} , равную

$$\mathbf{V} = (I_1^{-0.5}\tilde{\mathbf{H}}_1, I_2^{-0.5}\tilde{\mathbf{H}}_2, \mathbf{K}, I_N^{-0.5}\tilde{\mathbf{H}}_N) = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{L}^{-0.5}, \quad (5.54)$$

где \mathbf{L} - диагональная матрица с элементами $(I_i)^{-0.5}$.

Из (5.54) видно, что $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{0.5}$. Подставляя это в (5.51) получим, что

$$\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{0.5} = \mathbf{H}\mathbf{U}^H. \quad (5.55)$$

Умножая (5.55) справа на унитарную матрицу \mathbf{U} , и учитывая, что $\mathbf{U}^H\mathbf{U}=\mathbf{I}_k$ (\mathbf{I}_k - единичная матрица размерности $k \times k$) найдем, что

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{0.5}\mathbf{U}. \quad (5.56)$$

Это выражение представляет собой сингулярное разложение матрицы \mathbf{H} .

Таким образом, можно сделать следующий вывод. Если ДООС использует в качестве весовых векторов собственные векторы из унитарной матрицы \mathbf{U} сингулярного разложения МИХ \mathbf{H} , то число выходов ДООС будет равно числу задержанных сигналов в канале, а ИХ каждого выхода ДООС будет равна соответствующему собственному вектору из унитарной матрицы \mathbf{V} сингулярного разложения (5.56).

Рассмотрим оценку ранга МИХ \mathbf{H} . МП оценкой матрицы \mathbf{H} является $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{R} = (\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H\mathbf{X}$. Поэтому мы должны оценить ранг \mathbf{H} , используя доступную нам оценку $\hat{\mathbf{H}}$.

Можно записать, что

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \Delta\mathbf{H}, \quad (5.57)$$

где $\Delta\mathbf{H}$ - матрица, обусловленная собственным шумом.

Оценка $\hat{\mathbf{H}}$ является несмещенной, так как матрица $\langle \Delta\mathbf{H} \rangle = \{\mathbf{0}\}$, то есть $\langle \hat{\mathbf{H}} \rangle = \mathbf{H}$.

Подобно истинной МИХ \mathbf{H} , свойства ее МП оценки $\hat{\mathbf{H}}$ будут определяться эрмитовыми матрицами $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$ и $\hat{\mathbf{H}}^H\hat{\mathbf{H}}$.

Матрица $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$ имеет размерность $(m+1) \times (m+1)$. Если число задержанных сигналов в канале связи меньше числа приемных антенн $(m+1) < N$, то она будет иметь $(m+1)$ случайных собственных чисел m_1, m_2, \dots, m_{m+1} . Вероятность появления нулевых собственных чисел будет крайне малой, так как из-за шума строки матрицы $\hat{\mathbf{H}}$, не будут линейно зависимыми. Если задержанных сигналов больше, чем приемных антенн $(m+1) > N$, то матрица $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$ будет иметь N случайных ненулевых собственных чисел m_1, m_2, \dots, m_N , а остальные $[(m+1)-N]$ собственных чисел будут равны нулю.

Матрица $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ имеет N строк и N столбцов. При $(m+1) > N$ нулевых собственных чисел нет. Когда же $(m+1) < N$ есть $[N-(m+1)]$ нулевых собственных чисел, и мы должны анализировать матрицу $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$.

Для матриц $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$ и $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ из (5.57) получим средние значения, равные

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H \rangle = \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle, \quad \langle \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \rangle = \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle. \quad (5.58)$$

Опуская громоздкий вывод, приведем выражения для дополнительных слагаемых в (5.58), которые характеризуют смещение среднего [23]

$$\langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle = N \mathbf{S}_0^2 \mathbf{M}^{-1}, \quad \langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle = \mathbf{S}_0^2 (Sp \mathbf{M}^{-1}) \mathbf{I}_N. \quad (5.59)$$

Таким образом, оценивая ранг k матрицы МИХ с помощью анализа собственных значений матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$, необходимо принять во внимание их смещение относительно среднего значения, вызванное шумом (матрицы $\langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle$ и $\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle$). Также необходимо учесть возможность отклонения случайных шумовых собственных чисел от их среднего значения. Для этого сформируем следующую матрицу

$$\mathbf{B} = \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} - \langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle. \quad (5.60)$$

Опуская громоздкие преобразования, приведем конечное выражение для среднего значения квадрата нормы этой матрицы

$$\langle \|\mathbf{B}\|^2 \rangle = Sp(\langle \mathbf{B}^2 \rangle) = N^2 \mathbf{S}_0^4 (Sp \mathbf{M}^{-2}). \quad (5.61)$$

Теперь можно сказать, что матрица $\Delta \mathbf{H}$ в (5.57) приводит к появлению отличных от нуля шумовых собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$. Их средние задаются формулой (5.59), а их разброс будет порядка $\sqrt{\langle \|\mathbf{B}\|^2 \rangle} = N \mathbf{S}_0^2 \sqrt{Sp \mathbf{M}^{-2}}$.

Для оценивания ранга МИХ мы должны сравнить случайные собственные числа m_1, m_2, \dots, m_N матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ с порогом, равным

$$m_i^{(1)} = \mathbf{S}_0^2 (Sp \mathbf{M}^{-1}) + N \mathbf{S}_0^2 \sqrt{Sp \mathbf{M}^{-2}}. \quad (5.62)$$

Затем нужно отобрать собственные значения, превышающие данный порог. Их число будет определять ранг матрицы МИХ.

Для обучающих векторов $Sp \mathbf{M}^{-1} \approx (m+1)L^{-1}$; $\sqrt{Sp \mathbf{M}^{-2}} \approx \sqrt{m+1} L^{-1}$ и порог будет равен

$$m_t^{(1)} = s_0^2 \frac{\sqrt{N(m+1)}}{L} \left(\sqrt{\frac{m+1}{N}} + \sqrt{N} \right). \quad (5.63)$$

Перейдем к оценке ранга k матрицы МИХ на основе анализа собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$. Среднее значение $\langle \hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H \rangle$ смещено на матрицу $\langle \Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H \rangle$ в (5.59) относительно матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Для оценки разброса шумовых собственных чисел введем матрицу

$$\mathbf{A} = \Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H - \langle \Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H \rangle. \quad (5.64)$$

Опуская громоздкие вычисления, приведем результат для среднего значения квадрата евклидовой нормы

$$\langle \|\mathbf{A}\|^2 \rangle = N s_0^4 (Sp\mathbf{M}^{-1})^2. \quad (5.65)$$

Матрица $\langle \Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H \rangle$ имеет разные собственные числа. Для оценки порога, возьмем самое большое из них. Тогда порог будет складываться из величины $N s_0^2 I_{max}$ (I_{max} - наибольшее собственное число матрицы \mathbf{M}^{-1}) и из величины разброса $\sqrt{\langle \|\mathbf{A}\|^2 \rangle} = \sqrt{N} s_0^2 (Sp\mathbf{M}^{-1})$. То есть, порог для разделения случайных собственных чисел матрицы $\langle \hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H \rangle$ будет равен

$$m_t^{(2)} = N s_0^2 I_{max} + \sqrt{N} s_0^2 (Sp\mathbf{M}^{-1}). \quad (5.66)$$

Для обучающих L -мерных векторов имеем, что $I_{max} \approx L^{-1}$; $Sp\mathbf{M}^{-1} \approx (m+1)L^{-1}$. Тогда

$$m_t^{(2)} = s_0^2 \frac{\sqrt{N(m+1)}}{L} \left(\sqrt{\frac{N}{m+1}} + \sqrt{m+1} \right). \quad (5.67)$$

Если $\hat{\mathbf{H}}$ квадратная матрица, то есть число задержанных сигналов в канале равно числу приемных антенн ($m+1=N$), тогда найденные пороговые значения совпадают ($m_t^{(1)}=m_t^{(2)}$). При достаточно малом числе лучей ($m+1 < N$) мы оцениваем ранг матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$ и используем для этого порог $m_t^{(2)}$. Если лучей достаточно много ($m+1 > N$), оценивается ранг матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H\hat{\mathbf{H}}$ и используется порог $m_t^{(1)}$.

Результаты расчета шумовых собственных чисел матрицы $\Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H$ для разного числа m задержанных сигналов приведены на рис. 5.3 ($m=0,1,2$) и на рис. 5.4 ($m=3,4$). Порог $m_t^{(2)}$ вычислялся по формуле (5.67) при $N=8$, $L=26$, $s_0^2 = 0,25$ и равен 0.104, 0.131, 0.159, 0.186, 0,213 для $m=0,1,2,3, 4$, соответственно. Видно, что эта формула хорошо соответствует

поведению наибольшего собственного числа. На практике порог можно сделать выше, если это необходимо. Важно то, что полученные уравнения представляют собой зависимость порога от числа N приемных антенн, длины МИХ m , длины обучающей последовательности L и мощности шума S_0^2 .

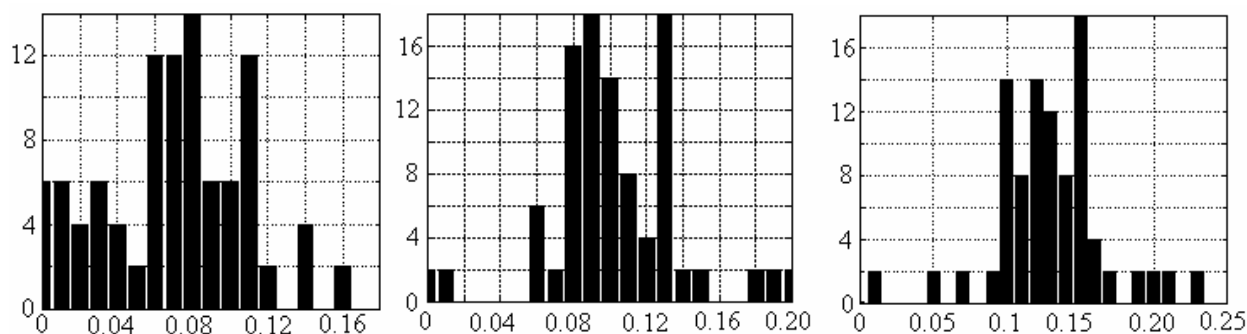


Рис. 5.3 Гистограмма распределения шумовых собственных чисел для $m=0,1,2$

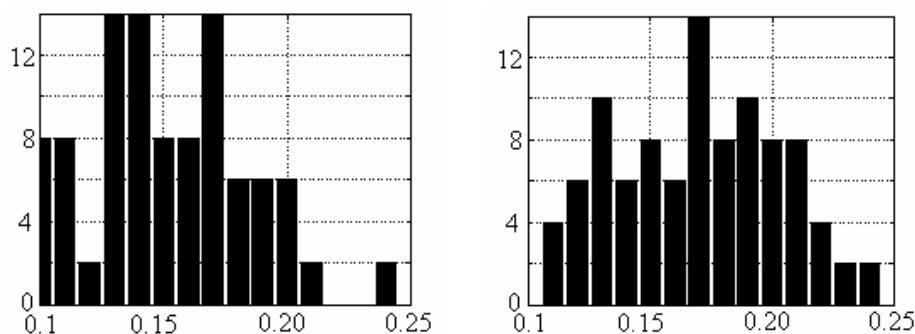


Рис. 5.4 Гистограмма распределения шумовых собственных чисел для $m=3$ и 4

Рассмотрим результаты моделирования для предложенной методики оценки МИХ. В таблице 5.2 представлены реальные и мнимые части истинной ИХ в 8 каналах АР ($N=8$) и значения МИХ на выходе ДОС. Ранг МИХ выбран равным 1, и сформирован только один выходной канал ДОС.

Таблица 5.2.

Истинные значения МИХ на входе ДОС					
N	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
1	(-1.30,1.00)	(0.20,-0.03)	(0.90,0.80)	(-0.21,-0.21)	(0.00,0.00)
2	(3.92,1.22)	(-0.35,-0.36)	(0.34,-2.99)	(-0.13,0.74)	(0.00,0.00)
3	(1.71,0.87)	(-0.13,-0.19)	(0.39,-1.35)	(-0.12,0.33)	(0.00,0.00)
4	(1.48,0.03)	(-0.16,-0.09)	(-0.18,-1.07)	(0.03,0.27)	(0.00,0.00)
5	(-0.35,0.39)	(0.06,-0.02)	(0.33,0.20)	(-0.08,-0.05)	(0.00,0.00)
6	(2.30,1.27)	(-0.17,-0.27)	(0.60,-1.83)	(-0.18,0.45)	(0.00,0.00)
7	(0.84,0.75)	(-0.05,-0.13)	(0.42,-0.71)	(-0.12,0.17)	(0.00,0.00)

8	(0.43,0.52)	(-0.02,-0.08)	(0.32,-0.38)	(-0.08,0.09)	(0.00,0.00)
Истинные значения ИХ на выходе ДОС					
<i>K</i>	<i>n=0</i>	<i>n=1</i>	<i>n=2</i>	<i>n=3</i>	<i>n=4</i>
1	(-4.64,3.57)	(0.70,-0.12)	(3.21,2.86)	(-0.76,-0.76)	(0.00,0.00)

Различные реализации шума с дисперсией $s_0^2 = 0,25$ были добавлены к обучающей последовательности, проходящей через канал с заданной МИХ. Ранг МИХ оценивался на основе сравнения собственных чисел матрицы $\hat{H}\hat{H}^H$ с порогом при 50-ти шумовых реализациях. На рис. 5.5 изображены сигнальное собственное число, шумовые собственные числа и порог. Видно, что шумовые собственные числа превышают порог в редких случаях. В большинстве случаев ранг МИХ, который равен единице, оценивается правильно.

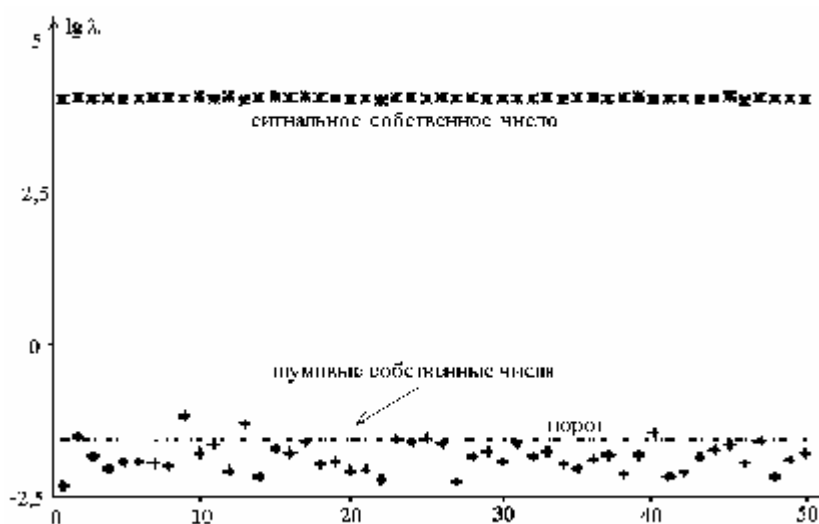


Рис. 5.5. Разделение собственных чисел с помощью порога

Из таблицы 5.2 видно, что сигнал во второй антенне является сильным, тогда как в пятой антенне сигнал очень слабый. На рис. 5.6 представлены оценки ИХ для 10 различных шумовых реализаций в этих антеннах. Видно, что оценка ИХ в пятой антенне сильно искажена шумом. Оценки МИХ на выходе ДОС изображены на рис. 5.7. Видно, что точность ее оценивания МИХ существенно выше.

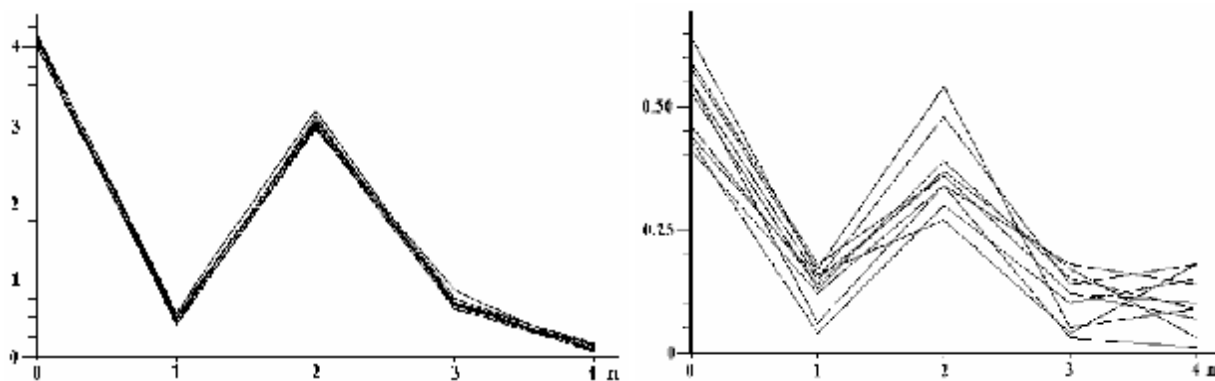


Рис. 5.6. Десять реализаций оценок ИХ во второй (слева) и пятой (справа) антеннах

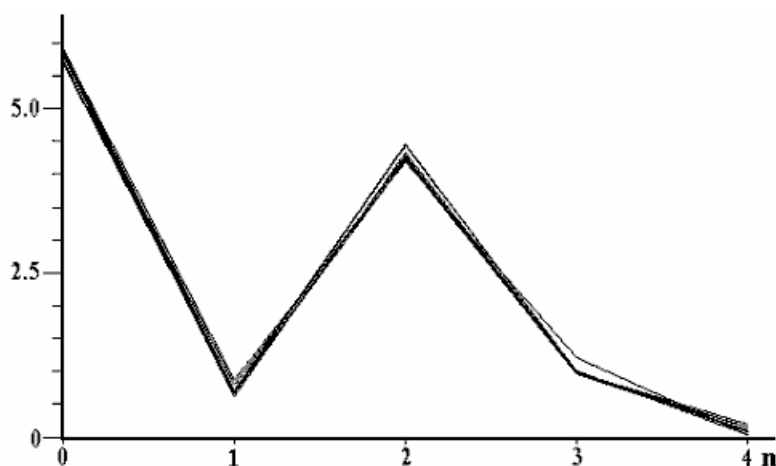


Рис. 5.7. Десять реализаций оценок МИХ на выходе адаптивной ДОС

Оценка МИХ с рангом $k=3$ моделировалась аналогично. В таблице 5.3 даны реальная и мнимая части отсчетов истинной ИХ в 8 каналах AP ($N=8$) и МИХ на выходе ДОС. Сигнал на выходе ДОС имеется в трех каналах. Рис. 5.8 демонстрирует разделение сигнальных и шумовых собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$, используя пороговую методику. На рис. 5.9 представлены модули оценок ИХ антенны 6 и антенны 3, соответственно, которые принимают самые сильные и самые слабые сигналы.

Модули оценки МИХ для трех выходов ДОС представлены на рис. 5.10. Сравнивая их с истинными значениями, представленными в таблице 5.4, мы видим, что они очень близки. Мощности сигналов на выходах ДОС составляли 79.6%, 20.0% и 0.4% в 1, 2, 3 каналах, соответственно.

Таблица 5.3.

Истинные значения ИХ на входе ДОС					
N	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
1	(-1.30,1.00)	(0.20,-0.03)	(0.90,0.80)	(-0.21,-0.21)	(0.00,0.00)
2	(3.92,1.22)	(-0.13,-0.19)	(-0.18,-1.07)	(0.03,0.27)	(0.00,0.00)
3	(-0.35,0.39)	(-0.17,-0.27)	(0.42,-0.71)	(-0.12,0.17)	(0.00,0.00)

4	(0.43,0.52))	(0.00,0.10)	(-2.11,-2.81)	(0.48,0.73)	(0.00,0.00)
5	(-1.17,0.51)	(-0.30,-0.12)	(-0.85,-0.14)	(0.21,0.05)	(0.00,0.00)
6	(0.50,-4.24)	(-0.15,0.14)	(-0.50,0.65)	(0.14,-0.16)	(0.00,0.00)
7	(-3.10,0.59)	(-0.21,0.20)	(-0.61,-0.11)	(0.15,0.04)	(0.00,0.00)
8	(-1.33,3.23)	(0.25,0.00)	(0.75,-0.57)	(-0.20,0.13)	(0.00,0.00)
Истинные значения ИХ на выходе ДОС					
K	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
1	(-6.62,4.17)	(0.27,0.14)	(1.93,0.43)	(-0.47,-0.82)	(0.00,0.00)
2	(1.01,0.20)	(0.24,-0.04)	(2.08,3.18)	(-0.47,-0.82)	(0.00,0.00)
3	(-0.01,-0.02)	(0.49,-0.33)	(-0.03,-0.01)	(0.01,0.00)	(0.00,0.00)

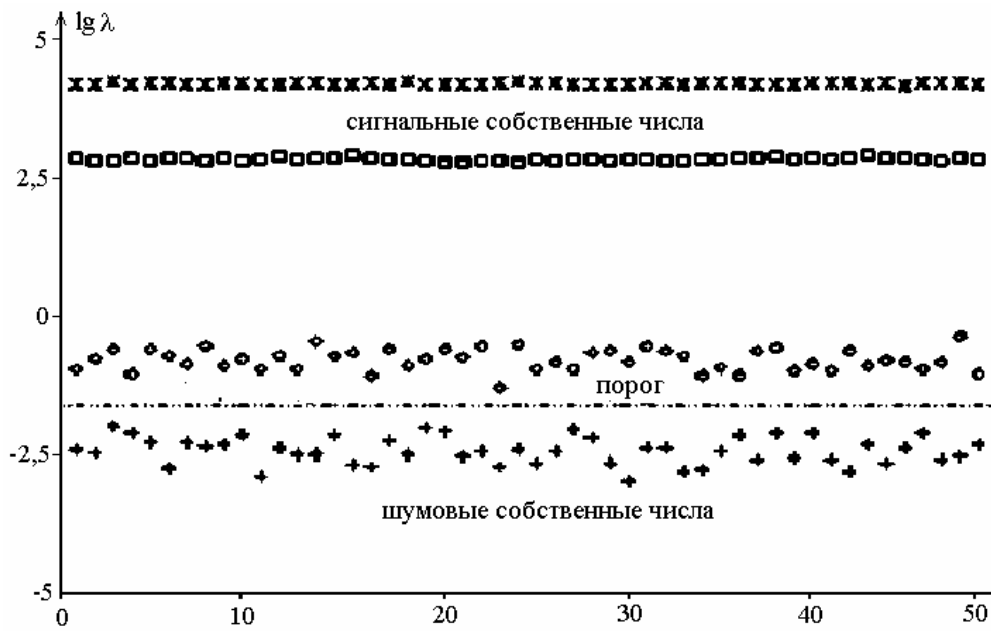


Рис. 5.8. Разделение собственных чисел с помощью порога

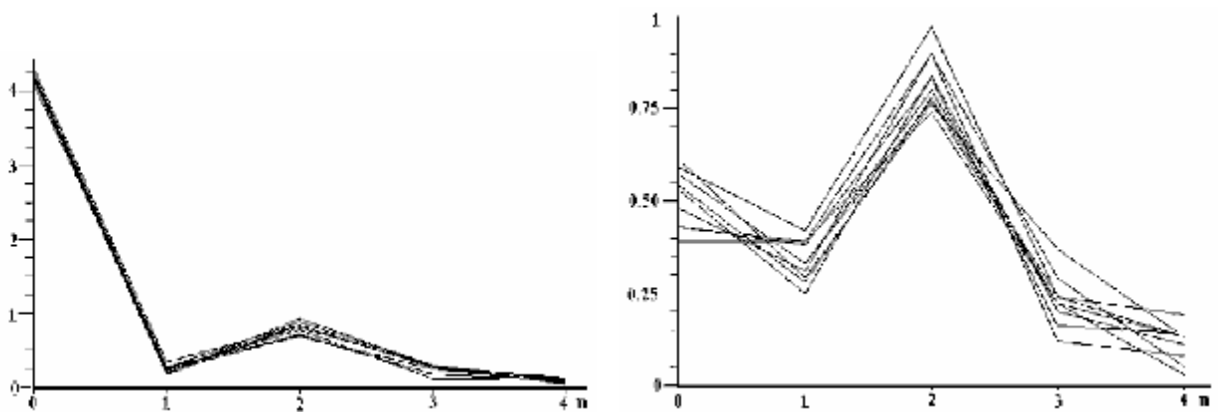


Рис. 5.9. Десять реализаций оценок ИХ во шестой (слева) и третьей (справа) антеннах

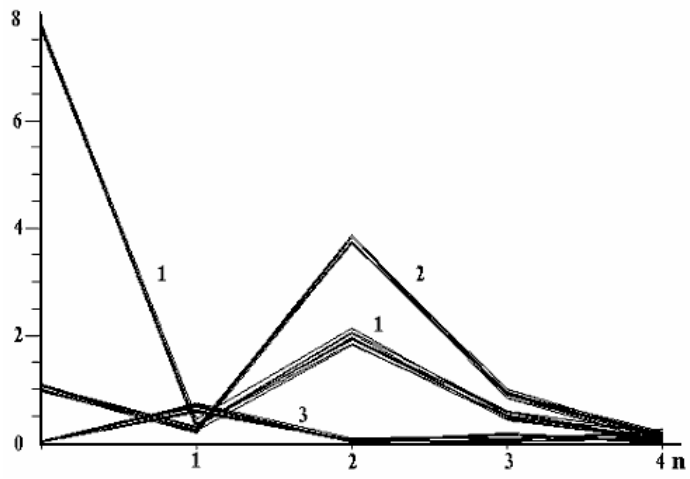


Рис. 5.10. Реализации оценок МИХ на трех выходах ДОС

ЛИТЕРАТУРА

1. Прокис Д. Цифровая связь. Пер. с англ. – М: Радио и связь, 2000.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Пер. с англ. М.: Вильямс, 2003.
3. Space-Time Processing for MIMO Communications. Editors A.B. Gershman and N.D. Sidoropoulos. Wiley&Sons, 2005.
4. Vucetic B., Yuan J. Space-Time Coding. Wiley, 2003.
5. A. Paylraj, R. Nabar and D. Gore, “Introduction to Space-Time Wireless Communications”. Cambridge University Press, 2003.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Радио и связь, 1989.
7. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов. радио, 1970.
8. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
9. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука. 1971.
10. Bevan D.D.N., Ermolayev V.T., Flaksman A.G. Coherent multichannel reception of binary modulated signals with independent Rician fading // Proceedings of IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM2000). 2000. Cambridge MA. P. 37-39.
11. Bevan D.D.N., Ermolayev V.T., Flaksman A.G. Coherent multichannel reception of binary modulated signals with dependent Rician fading // IEE Proceedings Communications. 2001. V. 148, № 2. P. 105-111.
12. Джейкс У.К. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ. Пер. с англ. М.: Связь, 1979.
13. Alamouti S.M. A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1998. V. 16, No. 8. P. 1451-1458.
14. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Чечиль К.В. Сравнительный анализ эффективности методов пространственной разнесенной передачи информации в системах с кодовым разделением пользователей // Прикладная радиоэлектроника. 2003, Т. 2, № 1. С. 41-51.
15. Garg V.K. IS-95 CDMA and cdma2000: Cellular/PCS systems implementation. Prentice-Hall, Inc., 2000.

16. Ojanpera T., Prasad R. Wideband CDMA for Third Generation Mobile Communication. London: Artech House, 1998.
17. Ермолаев В.Т., Мальцев А.А., Флакман А.Г., Маврычев Е.А., Тираспольский С.А. Болховская О.В. Применение адаптивных антенных решеток для повышения скорости передачи информации в беспроводных компьютерных сетях // Труды (шестой) научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения М.Т.Греховой. 7 мая 2002 г. / Ред. А.В.Якимов. Нижний Новгород: ТАЛАН, 2002. С. 22-28.
18. Ермолаев В.Т., Маврычев Е.А. Флакман А.Г. Уменьшение вероятности битовой ошибки при параллельной передаче информации в ММО системе // Изв. Вузов. Радиофизика. 2003, Т.46, № 3. С. 251-260.
19. Ермолаев В.Т., Маврычев Е.А. Флакман А.Г. Эффективность систем связи с антенными решетками в условиях рассеивающей среды // Успехи современной радиоэлектроники. 2003. № 3. С. 41-48.
20. Liberti J.C., Rappaport T.S. Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications. Prentice Hall, Inc., 1999.
21. Ermolayev V.T., Flaksman A.G., Mavrichev E.A. Estimation of channel matrix rank for multielement antenna arrays working in multipath fading environment // Proceedings of 1st IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communication (ICCSC'02). 2002. St. Petersburg, Russia. P. 416-419.
22. Евсиков Ю.А., Чапурский В.В. Преобразование случайных процессов в радиотехнических устройствах. М.: Высшая школа, 1977.
23. Флакман А.Г. Адаптивная пространственная обработка сигналов в многоканальных информационных системах. Докторская диссертация. Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2004.
24. Флакман А.Г. Адаптивная обработка сигналов в антенных решетках с учетом ранга матрицы импульсной характеристики многолучевого канала // Изв. Вузов. Радиофизика. 2002. Т.45, № 12. С. 1064-1076.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Вероятность битовой ошибки в релейском и райсовском каналах в системах с разнесенным приемом	6
1.1. Вероятность битовой ошибки в однолучевом релейском канале	6
1.2. Вероятность битовой ошибки в релейском канале при произвольном числе антенн	9
1.3. Ошибка передачи информации при произвольной корреляции релейских замираний	14
1.4. Вероятность битовой ошибки в однолучевом райсовском канале	16
1.5. Вероятность битовой ошибки в некоррелированном райсовском канале при произвольном числе приемных антенн	20
1.6. Вероятность ошибки в коррелированном райсовском канале	22
1.7. Поляризационное разнесение	23
Глава 2. Обработка сигналов в системах с разнесенной передачей	26
2.1. Фазовая разнесенная передача	26
2.2. Ортогональная разнесенная передача	28
2.3. Ортогональная пространственно-временная разнесенная передача (схема Alamouti)	29
2.4. Адаптивная разнесенная передача	33
2.5. Сравнительная эффективность методов разнесенной передачи	35
Глава 3. MIMO-системы без обратной связи	39
3.1. Ортогональное пространственно-временное кодирование при произвольном числе приемных и передающих антенн	39
3.2. Метод Zero Forcing (ZF)	42
3.3. МСКО-приемник	44
3.4. МП-приемник	46
3.5. Алгоритм BLAST пространственного декодирования	46
Глава 4. MIMO-системы с обратной связью	48
4.1. Формирование параллельных информационных каналов	48
4.2. Шенноновская пропускная способность	50
4.3. Методы совместной оптимизации скорости передачи данных и вероятности битовой ошибки	56

4.4. Особенности формирования собственных каналов при разных корреляционных свойствах замираний сигналов	67
Глава 5. Методы оценивания импульсной характеристики многолучевого канала связи	72
5.1. Оценивание импульсной характеристики при заданной ее длине	73
5.2. Оценка длины импульсной характеристики	80
5.3. Оценка многоканальной импульсной характеристики и ее длины в системах связи с разнесенным приемом	82
5.4. Оценивание ранга многоканальной импульсной характеристики	85
Литература	95

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АР	антенная решетка
АРП	адаптивная разнесенная передача
ДОС	диаграммообразующая схема
ИХ	импульсная характеристика
КПШП	кодовая псевдошумовая последовательность
МИХ	моноканальная импульсная характеристика
МСКО	минимум среднеквадратической ошибки
МП	максимально правдоподобный
НП	неразнесенная передача
ОРТ	ортогональная разнесенная передача
ОСШ	отношение сигнал/шум
ПВРП	пространственно-временная разнесенная передача
РП	разнесенная передача
ФРП	фазовая разнесенная передача
BLAST	Bell Laboratories Layered Space-Time
CDMA	Code Division Multiple Access
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MMSE	Minimum Mean-Square Error
STBC	блочное пространственно-временное кодирование
ZF	Zero Forcing