

УДК 539.3

**РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ ПЛАСТИЧНОСТИ
С КОМБИНИРОВАННЫМ УПРОЧНЕНИЕМ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ МАЛОЦИКЛОВЫХ НАГРУЖЕНИЙ***

© 2018 г.

Горохов В.А.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

vas-gor@rambler.ru

Поступила в редакцию 14.03.2018

Предложен вариант модели пластичности, позволяющий описывать кинетику процессов пластического деформирования материалов при различных режимах малоцикловых нагружений. В модели радиус поверхности текучести представляется в виде функции, зависящей от температуры и накопленной пластической деформации, а координаты центра описываются двумя эволюционными уравнениями типа Армстронга – Фредерика – Кадашевича, в первое из которых дополнительно введены корректирующие материальные функции. Получение материальных функций модели и проверка ее работоспособности осуществлялись на основе результатов экспериментального изучения процесса деформирования цилиндрического образца в условиях мягкого циклического нагружения с контролем максимального и минимального значений усилий в цикле. Эксперименты проводились на сервогидравлической установке для испытаний на усталостную прочность Amsler HA 100 с использованием измерительной аппаратуры, включающей датчик силы класса 1 по ISO 7500-1. Сравнение результатов расчетов и экспериментальных данных показывает, что предложенная модель позволяет достаточно хорошо описать основные эффекты пластического деформирования (смещение петель пластического гистерезиса и уменьшение размаха полных деформаций) рассмотренного материала при мягких несимметричных нагружениях. Полученные по результатам численного моделирования зависимости при жестких циклических нагружениях отражают основные закономерности деформирования упрочняющихся материалов и качественно согласуются с опубликованными ранее экспериментальными и численными результатами исследования таких процессов. Выполнено расчетное исследование зависимости кинетики петли пластического гистерезиса в условиях мягкого нагружения при различных параметрах асимметрии цикла.

Ключевые слова: модели пластичности, малоцикловое деформирование, мягкое нагружение, жесткое нагружение, численное моделирование.

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-79-20161).

Введение

В настоящее время известен целый ряд математических моделей, предложенных для описания процессов пластического деформирования при малоцикловых нагружениях [1–16]. Эффективность применения моделей [1–6] хорошо изучена при исследовании жестких циклических нагружений. Однако для исследования процессов при мягких несимметричных нагружениях возможности применения этих моделей либо существенно ограничены, либо изучены недостаточно досконально.

В частности, установлено [17], что варианты моделей, предложенные в [1, 2], не позволяют правильно описать количественные зависимости смещения и изменения ширины петли от числа циклов в условиях мягких циклических нагружений. В статье [17] показано, что при таких видах нагружений модели [3, 4, 18] удовлетворительно описывают закономерности смещения петли пластического деформирования, однако информация о возможности описания в рамках этих моделей кинетики ширины петли пластического гистерезиса, которая фактически определяет циклическую составляющую энергии разрушения, отсутствует.

Далее рассмотрен вариант модели пластичности с комбинированным упрочнением для описания всех основных эффектов деформирования при мягких, жестких, симметричных и несимметричных малоцикловых нагружениях, являющийся развитием варианта модели [2], дополненного уточненными соотношениями для описания кинематического упрочнения [3, 17, 18].

1. Основные положения модели

В предлагаемом варианте модели радиус поверхности текучести C_p представляется в виде функции, зависящей от температуры T и накопленной пластической деформации, характеризуемой параметром Одвишта k_p :

$$C_p = C_p(T, k_p), \quad (1)$$

$$k_p = \bar{k}_p + \Delta k_p, \quad \Delta k_p = \sqrt{\frac{2}{3}} (\Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p).$$

Компоненты тензора остаточных микронапряжений ρ_{ij} являются функционалом процесса пластического деформирования:

$$\rho_{ij} = \bar{\rho}_{ij} + \Delta \rho_{ij}, \quad (2)$$

где черта над символом означает накопленное значение величины; $\Delta \rho_{ij}$ – изменение ρ_{ij} на элементарном шаге изменения внешних воздействий, представляющее собой сумму микронапряжений двух типов, описываемых эволюционными уравнениями типа Армстронга – Фредерика – Кадашевича [19, 20]:

$$\Delta \rho_{ij} = \sum_{m=1}^2 \Delta \rho_{ij}^m, \quad (3)$$

$$\Delta \rho_{ij}^1 = G_1^1 \cdot \Delta e_{ij}^p - G_2^1 \cdot \rho_{ij}^1 \cdot \Delta k_p + g_T^p \cdot \rho_{ij}^1 \langle \Delta T \rangle,$$

$$\Delta \rho_{ij}^2 = G_1^2 \cdot \Delta e_{ij}^p - G_2^2 \cdot \rho_{ij}^2 \cdot \Delta k_p + g_T^p \cdot \rho_{ij}^2 \langle \Delta T \rangle.$$

В соотношениях (3):

$$\langle \Delta T \rangle = \Delta T \text{ при } \Delta T \geq 0, \quad \langle \Delta T \rangle = 0 \text{ при } \Delta T < 0,$$

$$\begin{aligned} G_1^1 &= G_1^0 \cdot (1 - n_1(T, k_p)), \\ G_2^1 &= G_2^0 \cdot (1 - n_2(T, e_u^p)), \end{aligned} \quad (4)$$

где $G_1^0(T)$, $G_2^0(T)$, $G_1^2(T)$, $G_2^2(T)$, $g_T^p(T)$ – зависящие от температуры T материальные функции; $n_1(T, k_p)$, $n_2(T, e_u^p)$ – корректирующие материальные функции; e_u^p – интенсивность пластических деформаций.

Введение функций $n_1(T, k_p)$ и $n_2(T, e_u^p)$ позволяет корректировать исходные значения параметров эволюционных уравнений, описывающих изменение остаточных микронапряжений в процессе жестких и мягких несимметричных циклических нагружений, для более адекватного моделирования смещения и кинетики изменения ширины петли пластического деформирования.

Функции $G_1^0(T)$, $G_2^0(T)$, $G_1^2(T)$, $G_2^2(T)$ связаны с используемыми в [3] материальными параметрами β^1 , σ_a^1 , β^2 , σ_a^2 , алгоритм получения которых описан в [3, 18]:

$$G_1^0 = \frac{2}{3} \beta^1 \sigma_a^1, \quad G_2^0 = \beta^1, \quad G_1^2 = \frac{2}{3} \beta^2 \sigma_a^2, \quad G_2^2 = \beta^2. \quad (5)$$

При определенных значениях корректирующих функций $n_1(T, k_p)$, $n_2(T, e_u^p)$ из соотношений (3) и (4) можно получить вариант соотношений модели Бондаря [18] без учета микронапряжений третьего типа (при $n_2(T, e_u^p) = 1$) и вариант модели Шабоса [4], использующий первые два уравнения типа Армстронга – Фредерика – Кадашевича (при $n_1(T, k_p) = 0$ и $n_2(T, e_u^p) = 0$).

Изменения пластических деформаций в модели определяются на основе ассоциированного закона течения:

$$\Delta e_{ij}^p = \lambda (\sigma'_{ij} - \rho_{ij}), \quad (6)$$

где λ – параметр, определяемый из условия прохождения указанной поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений на основе алгоритма, рассмотренного в [1].

2. Оценка работоспособности модели при исследовании процессов деформирования в различных режимах малоцикловых нагружений

Получение материальных параметров модели и проверка ее работоспособности осуществлялись на основе результатов экспериментального изучения процесса деформирования образца, выполненного из материала типа стали 12X18H10T, с цилиндрической рабочей частью ($d_0 = 12$ мм, $l_0 = 40$ мм) в условиях мягкого циклического нагружения с контролем максимального и минимального значений усилий в цикле.

Эксперименты проводились на сервогидравлической установке для испытаний на усталостную прочность Amsler HA 100 с использованием измерительной аппаратуры, включающей датчик силы класса 1 по ISO 7500-1.

На первом цикле нагружения амплитудные значения напряжений составили $\sigma_{\max} = 260$ МПа и $\sigma_{\min} = -210$ МПа. При последующем циклическом нагружении происходило постепенное увеличение амплитудных значений напряжений, которые достигли $\sigma_{\max} = 300$ МПа и $\sigma_{\min} = -230$ МПа на 50-м цикле. Дальнейшее циклическое нагружение образца происходило при постоянных значениях амплитудных напряжений, достигнутых на 50-м цикле.

Полученные в результате эксперимента кривые циклического деформирования приведены на рис. 1 с указанием номеров циклов.

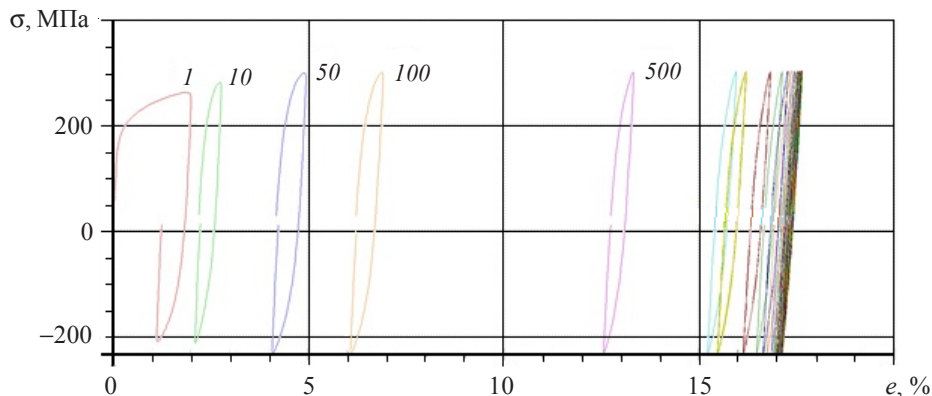


Рис. 1

Материальные функции модели $G_1^0, G_2^0, G_1^2, G_2^2$ определялись на основе обработки результатов эксперимента для первых двух циклов нагружения при амплитудных значениях напряжений $\sigma_{\max} = 260$ МПа и $\sigma_{\min} = -210$ МПа. Для получения значений функции $C_p = C_p(k_p)$ использовались экспериментальные результаты для первых двух циклов нагружения с указанными амплитудами изменения напряжений, а также результаты эксперимента для циклов в диапазоне $n = 50-500$ с амплитудами изменения напряжений $\sigma_{\max} = 300$ МПа и $\sigma_{\min} = -230$ МПа.

Значения функций $n_1(k_p)$ и $n_2(e_u^p)$ определялись из условия удовлетворительного описания экспериментальной зависимости смещения петли пластического деформирования $l(n)$ и размаха полных деформаций петли в цикле $h(n)$ от числа циклов n в диапазоне $n = 50-500$.

На рис. 2 представлены кривые деформирования, построенные по результатам численного моделирования для первого и десятого циклов нагружения при амплитудных значениях напряжений $\sigma_{\max} = 260$ МПа и $\sigma_{\min} = -210$ МПа. Точками на рисунке отмечены результаты эксперимента.

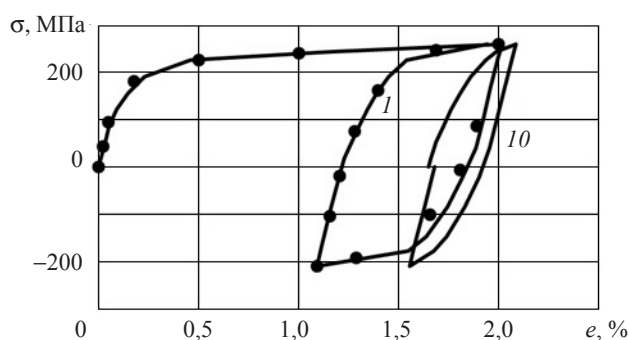


Рис. 2

Из рисунка видно хорошее согласование численных и экспериментальных результатов для первого цикла, а также видно, что с увеличением числа циклов происходит смещение петли деформирования в сторону положительных деформаций и уменьшение размаха деформаций в пределах цикла.

На рис. 3 приведены аналогичные результаты для циклов $n = 1, 50, 100, 500$ при амплитудных значениях напряжений $\sigma_{\max} = 300$ МПа и $\sigma_{\min} = -230$ МПа.

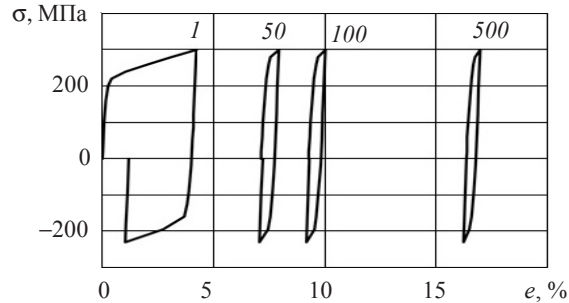


Рис. 3

В качественном отношении результаты численного моделирования, представленные на рис. 3, совпадают с аналогичными экспериментальными результатами. Для оценки количественной разницы на рис. 4 приведен график зависимости смещения петли $\Delta l(n) = l(n) - l(50)$, а на рис. 5 – график размаха полных деформаций петли в цикле $h(n)$ от числа циклов n . Результаты численного моделирования обозначены на рисунках сплошными линиями, экспериментальные результаты – точками.

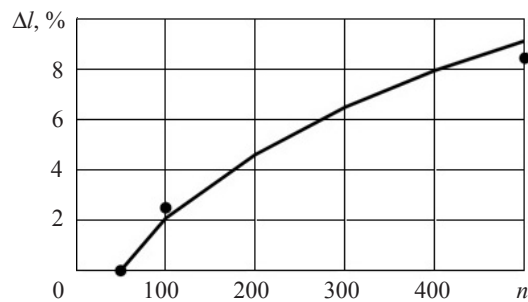


Рис. 4

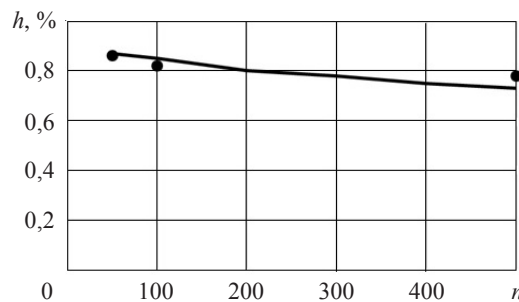


Рис. 5

Полученные результаты показывают, что предложенная модель позволяет достаточно хорошо описать основные эффекты пластического деформирования рассмотренного материала при мягких несимметричных нагружениях при $n \leq 500$ циклов. Сопоставление результатов для большего числа циклов не имеет смысла, так как численное моделирование при дальнейшем увеличении числа циклов должно учитывать влияние на характеристики процесса развивающейся поврежденности материала.

Оценка работоспособности предложенной модели при исследовании жестких малоцикловых нагружений осуществлялась на примерах численного моделирования процессов деформирования цилиндрического образца при симметричных и несимметричных циклических нагружениях с заданными законами изменения торцевых перемещений.

С этой целью рассмотрены варианты жесткого циклического нагружения рабочей части тонкостенного цилиндрического образца торцевыми перемещениями U , меняющимися по законам симметричного и несимметричного циклов.

На рис. 6 представлены кривые деформирования, построенные по результатам численного моделирования для первого, второго и десятого циклов жесткого симметричного циклического нагружения образца при амплитудных значениях торцевых перемещений $U_{\max} = 0,02237$ мм, $U_{\min} = -0,02237$ мм. Аналогичные кривые для жесткого несимметричного нагружения со значениями $U_{\max} = 0,02237$ мм, $U_{\min} = -0,01583$ мм изображены на рис. 7.

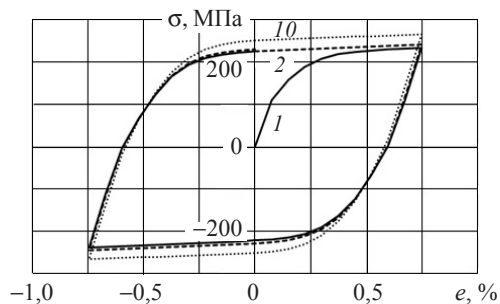


Рис. 6

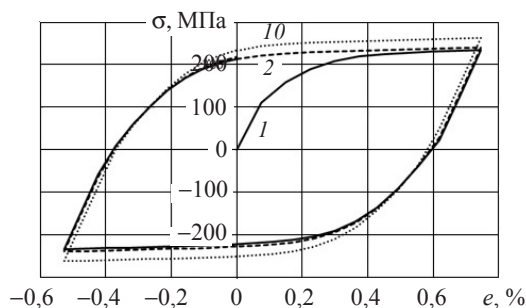


Рис. 7

Результаты расчетов показали, что для рассмотренных вариантов нагружения с ростом числа циклов происходит постепенная стабилизация петель гистерезиса. При этом для симметричных режимов петли располагаются симметрично относительно начала координат, а для несимметричных – смещены вдоль оси деформаций на величину, соответствующую степени асимметрии цикла. Размах полных деформаций в цикле не меняется и определяется амплитудными значениями торцевых перемещений.

При исследовании блочных нагружений рассмотрены два варианта, отличающиеся различной последовательностью приложения торцевых перемещений:

– 30 циклов с амплитудой $U_1 = 0,00956$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_2 = 0,01583$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_3 = 0,02237$ мм;

– 30 циклов с амплитудой $U_3 = 0,02237$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_2 = 0,01583$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_1 = 0,00956$ мм.

Результаты расчетов представлены в виде графиков зависимости от числа циклов n амплитудных значений осевых напряжений в образце S для варианта возрастания амплитуд на рис. 8 и для варианта убывания амплитуд на рис. 9.

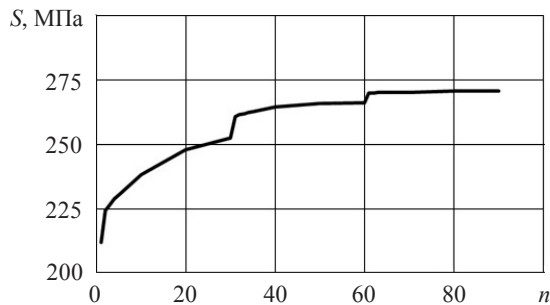


Рис. 8

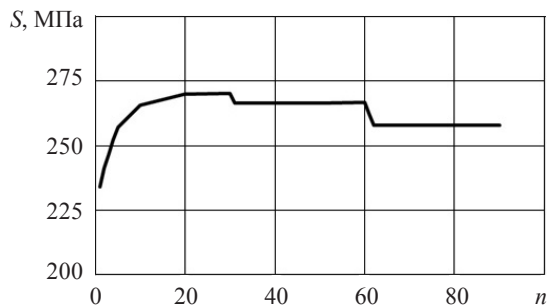


Рис. 9

Полученные зависимости отражают основные закономерности циклического поведения упрочняющихся материалов при жестких блочных симметричных циклических нагружениях и качественно согласуются с экспериментальными и численными результатами исследования таких процессов другими авторами [1, 2, 18].

Для проверки возможности описания с помощью предлагаемой модели процессов деформирования пластически упрочняющихся материалов при жестких циклических нагружениях после предварительной односторонней деформации (процесс посадки петли) проведено моделирование рассмотренного в [17] процесса жесткого симметричного циклического нагружения цилиндрического образца с размахом деформации рабочей части $\Delta e = 0,01$ после предварительной деформации сжатия до $e = 0,01$ и последующего растяжения до $e = 0,05$.

Результаты расчета, полученные на основе предлагаемой модели, представлены в виде графика изменения среднего напряжения в цикле S в зависимости от числа циклов n на рис. 10. Из рисунка видно, что при $n \geq 120$ петля пластического деформирования становится практически симметричной. Следует отметить, что, согласно решению этой задачи на основе модели [1], симметрия петли наступает при $n = 3$ (штриховая линия). Приведенные выше результаты, характеризующие особенности пластического деформирования материалов при мягких несимметричных циклических нагружениях, получены лишь для одного случая амплитудных значений напряжений $\sigma_{\max} = 300$ МПа и $\sigma_{\min} = -230$ МПа, для которого был проведен соответствующий эксперимент.

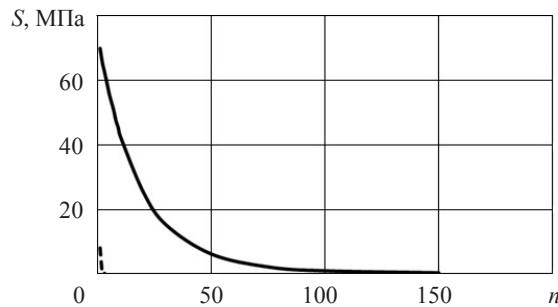


Рис. 10

Однако представляет значительный интерес установление зависимости кинетики пластического деформирования таких процессов при изменении рассмотренных выше соотношений амплитудных значений напряжений. В качестве величины, характеризующей количественную оценку этих соотношений, можно ввести параметр асимметрии цикла, определяемый в виде [21]:

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2\sigma_{\max}}, \quad (9)$$

где σ_{\max} и σ_{\min} – максимальное и минимальное значение осевых напряжений, распределенных по торцу рабочей части образца.

При таком определении параметра асимметрии цикла симметричному циклическому нагружению будет соответствовать значение $R_{\sigma} = 0$, пульсирующему – $R_{\sigma} = 0,5$.

Для оценки влияния параметра асимметрии цикла R_{σ} на характеристики процесса пластического деформирования при мягких циклических нагружениях рассмотрены два варианта задач:

- при постоянном значении максимального напряжения $\sigma_{\max} = +300,0$ МПа;
- при постоянном значении амплитуды напряжения $\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = +320,0$ МПа.

В рамках первого варианта проведены расчеты для следующих значений напряжений:

- $\sigma_{\max} = +300,0$ МПа = const;
- $\sigma_{\min} = (-300,0; -230,0; -180,0; -120,0; 0)$ МПа;
- $R_{\sigma} = 0; 0,166; 0,2; 0,3; 0,5$.

Для второго варианта соответственно:

- $\sigma_{\max} = (160,0; 200,0; 240,0; 280,0; 320,0)$ МПа;
- $\sigma_{\min} = (-160,0; -120,0; -80,0; -40,0; 0)$ МПа;
- $R_{\sigma} = 0; 0,25; 0,333; 0,43; 0,5$.

В качестве иллюстрации циклического поведения материала при первом варианте нагрузок (постоянное значение максимального напряжения $\sigma_{\max} = \text{const}$) на рис. 11 и рис. 12 представлены кривые деформирования для циклов $n = 1, 2$ и 10, построенные по результатам численного моделирования при значениях параметра асимметрии цикла $R_{\sigma} = 0$ и $R_{\sigma} = 0,5$ соответственно.

Результаты расчетов показали, что в случае симметричного нагружения при $R_{\sigma} = 0$ по мере увеличения числа циклов значения смещений центров петель гистерезиса $l(n)$ быстро стабилизируются и практически не меняются при достижении $n \approx 10$ циклов.

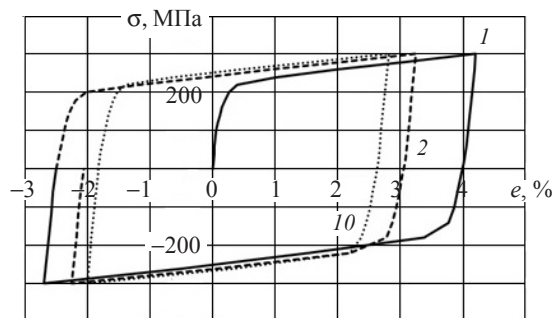


Рис. 11

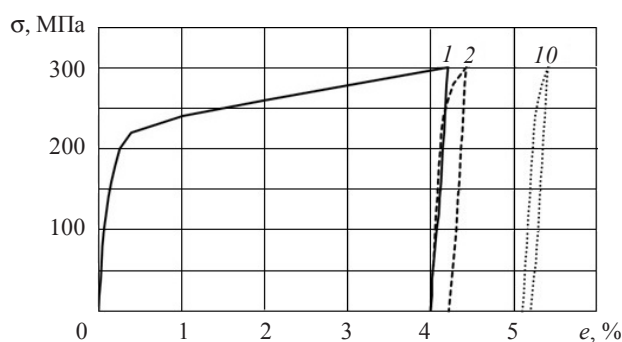


Рис. 12

Размах полных деформаций в цикле $h(n)$ с ростом n уменьшается, асимптотически приближаясь к некоторому стационарному значению при $n \approx 20$ циклов.

Типовая картина зависимости осевых напряжений σ от осевых деформаций e при значениях $0 < R_\sigma < 0,5$, построенная при $R_\sigma = 0,166$ для циклов $n = 1, 50, 100, 500$, показана на рис. 3. Характерные зависимости $l(n)$ и $h(n)$ для указанного варианта нагружения представлены на рис. 4 и рис. 5 соответственно. Рисунки показывают, что по мере увеличения числа циклов происходит интенсивное увеличение смещений петель $l(n)$ и уменьшение размаха полных деформаций $h(n)$, и хотя скорость их изменения монотонно убывает, заметной стабилизации этих величин можно ожидать лишь при $n > 500-800$ циклов.

Как видно из рис. 12, в случае пульсирующих нагружений ($R_\sigma = 0,5$) с ростом числа циклов также наблюдается интенсивное увеличение смещений петель $l(n)$, в то время как значения размаха деформаций $h(n)$ уменьшаются незначительно и перестают заметно меняться уже при $n \approx 10$ циклов.

Результаты, полученные для вариантов нагружения при постоянном значении максимального напряжения $\sigma_{\max} = \text{const}$, свидетельствуют о том, что параметры, характеризующие кинетику упругопластического деформирования материала в условиях мягких циклических нагружений, существенно зависят как от числа циклов, так и от асимметрии циклов.

В качестве иллюстрации на рис. 13 показаны зависимости смещений петель $l(n)$ для первых десяти циклов при различных значениях R_σ , на рис. 14 – зависимость смещений петель $l(R_\sigma)$, на рис. 15 – зависимость размаха полных деформаций $h(R_\sigma)$ от значений параметра асимметрии R_σ , построенная на основе результатов расчета для десятого цикла.

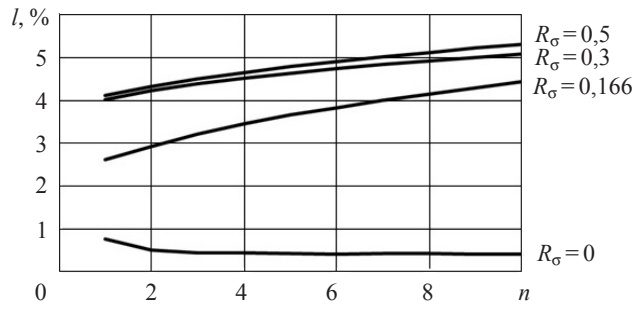


Рис. 13

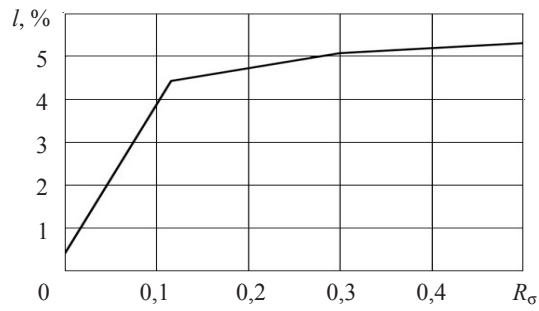


Рис. 14

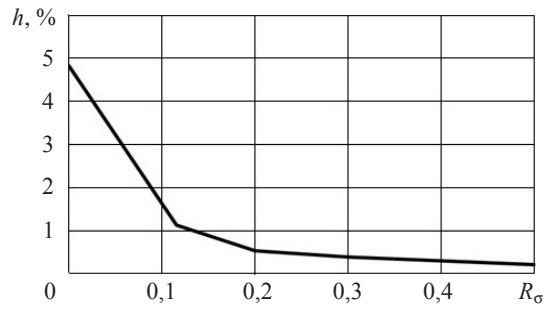


Рис. 15

Аналогичные зависимости для второго варианта нагрузок (при постоянном значении амплитуды нагружения $\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \text{const}$) изображены на рис. 16–18.

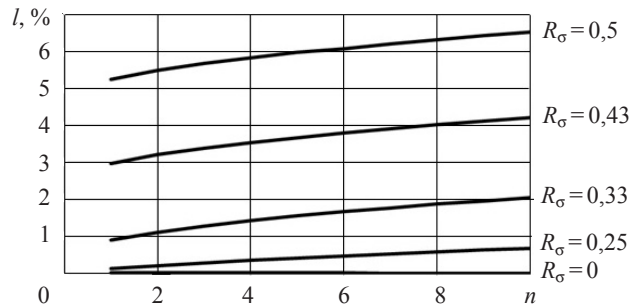


Рис. 16

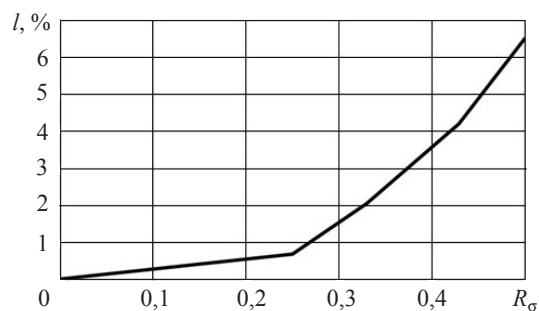


Рис. 17

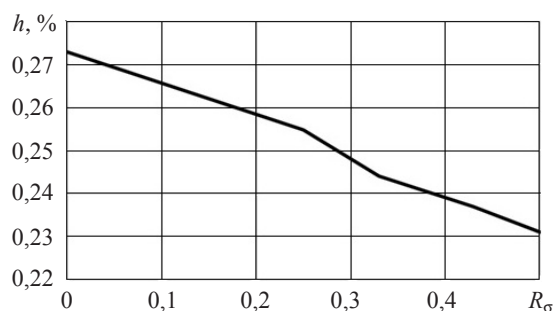


Рис. 18

Приведенные кривые сохраняют тенденции изменения параметров циклического деформирования первого варианта нагружения, однако отличаются характером их зависимости от числа циклов n и значений параметра R_σ . В обоих случаях с ростом числа n и значений параметра R_σ смещения петель $l(n, R_\sigma)$ увеличиваются, а размах полных деформаций $h(n, R_\sigma)$ убывает, однако в первом случае скорость изменения функции $l(R_\sigma)$ является убывающей, а во втором – возрастающей.

Заключение

Предложен вариант модели пластичности, позволяющий описывать кинетику процессов пластического деформирования материалов при различных режимах малоцикловых нагружений (мягких, жестких) с учетом влияния параметров, характеризующих асимметрию циклов. Проведены сравнения результатов численного моделирования процессов пластического деформирования нержавеющей стали для ряда различных режимов малоциклового нагружения с имеющимися экспериментальными данными и результатами других авторов, показавшие их хорошее согласование.

На основе численного моделирования установлены закономерности пластического деформирования в конструкционных материалах при различных режимах мягких и жестких малоцикловых нагружений.

Список литературы

1. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. *Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций*. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. 226 с.
2. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. *Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ*. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 347 с.

3. Бондарь В.С. *Неупругость. Варианты теории*. М.: Физматлит, 2004. 144 с.
4. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692.
5. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
6. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Казаков Д.А., Емельянов А.А., Тарасов И.С., Гусева М.А. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2016. Т. 78. №2. С. 188–207.
7. Бондарь В.С., Даншин В.В. *Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения*. М.: Физматлит, 2008. 176 с.
8. Абашев Д.Р., Горохов В.Б., Крохин И.А. Моделирование циклического деформирования материалов с учетом его особенностей. *Космонавтика и ракетостроение*. 2013. №2. С. 42–47.
9. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. *Прикладная теория вязкопластичности*. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 317 с.
10. Темис Ю.М., Азметов Х.Х., Факеев А.И. Модель упругопластического поведения материалов конструкций при термоциклическом нагружении. *Известия МГТУ*. 2012. Т. 1. №1. С. 255–260.
11. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *International Journal of Plasticity*. 2012. Vol. 35. P. 44–66.
12. Sai K., Taleb L., Guesmi F., Cailletaud G. Multi-mechanism modeling of proportional and non-proportional ratcheting of stainless steel 304. *Acta Mechanica*. 2014. Vol. 225 (11). P. 3265–3283.
13. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *International Journal of Plasticity*. 2013. Vol. 43. P. 1–19.
14. Абашев Д.Р., Горохов В.Б., Крохин И.А. Моделирование процессов симметризации петли упругопластического гистерезиса при циклических нагружениях. *Космонавтика и ракетостроение*. 2015. №3. С. 5–11.
15. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2002. Vol. 18. P. 873–894.
16. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *International Journal of Plasticity*. 2009. Vol. 25. P. 1560–1587.
17. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов теорий пластичности при циклических нагружениях. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2017. №2. С. 23–44.
18. Бондарь В.С., Даншин В.В., Макаров Д.А. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2014. №2. С. 125–152.
19. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Materials at High Temperatures*. 1966. Vol. 24. No 1. P. 1–26.
20. Кадашевич Ю.И. О различных тензорно-линейных соотношениях в теории пластичности. *Исследования по упругости и пластичности*. Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. Вып. 6. С. 39–45.
21. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процессов пластического деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций при различных режимах малоциклового нагружения. *Прикладная механика и техническая физика*. 2017. Т. 58. №3. С. 98–107.

References

1. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkikh Yu.G. *Modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya materialov i konstruksiy* [Modeling of Deformation and Fracture Processes of Materials and Structures]. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 1999. 226 p. (In Russian).
2. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorokhov V.A. *Modelirovanie nelineynogo deformirovaniya i razrusheniya konstruksiy v usloviyakh mnogofaktornykh vozdeystviy na osnove MKE* [Modeling

of Nonlinear Deformation and Fracture of Structures under Multi-Factor Influences on the Basis of FEM]. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 2015. 347 p. (In Russian).

3. Bondar V.S. *Neuprugost. Varianty teorii [Inelasticity. Variants of the Theory]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2004. 144 p. (In Russian).

4. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692.

5. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Urvneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami [The Equation of State Viscoplasticity Environments Damage]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).

6. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Yu.G., Kazakov D.A., Emel'yanov A.A., Tarasov I.S., Guseva M.A. Programmaya realizatsiya protsessov vyazkoplasticheskogo deformirovaniya i nakopleniya povrezhdeniy v konstruktsionnykh splavakh pri termomekhanicheskom nagruzhenii [Software implementation of the processes of viscoplastic deformation and damage accumulation in structural alloys under thermomechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2016. Vol. 78. No 2. P. 188–207 (In Russian).

7. Bondar V.S., Danshin V.V. *Plastichnost. Proportsional'nye i neproportsionalnye nagruzheniya [Plasticity. Proportional and Non-Proportional Loading]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 176 p. (In Russian).

8. Abashev D.R., Gorokhov V.B., Krokhnin I.A. Modelirovanie tsiklicheskogo deformirovaniya materialov s uchetom ego osobennostey [Modeling of cyclic deformation of materials taking into account its features]. *Kosmonavtika i raketostroyeniye [Cosmonautics and Rocket Science]*. 2013. No 2. P. 42–47 (In Russian).

9. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Yu.G. *Prikladnaya teoriya vyazkoplastichnosti [Applied Theory of Viscoplasticity]*. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 2015. 317 p. (In Russian).

10. Temis Yu.M., Azmetov Kh.Kh., Fakeev A.I. Model' uprugoplasticheskogo povedeniya materialov konstruktsiy pri termotsiklicheskom nagruzhenii [Model of elastoplastic behavior of structural materials under thermocyclic loading]. *Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta [News of the Moscow State Technical University]*. 2012. Vol. 1. No 1. P. 255–260 (In Russian).

11. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *International Journal of Plasticity*. 2012. Vol. 35. P. 44–66.

12. Sai K., Taleb L., Guesmi F., Cailletaud G. Multi-mechanism modeling of proportional and non-proportional ratcheting of stainless steel 304. *Acta Mechanica*. 2014. Vol. 225 (11). P. 3265–3283.

13. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *International Journal of Plasticity*. 2013. Vol. 43. P. 1–19.

14. Abashev D.R., Gorokhov V.B., Krokhnin I.A. Modelirovanie protsessov simmetrizatsii petli uprugoplasticheskogo gisterezisa pri tsiklicheskikh nagruzheniyakh [Modeling the process of symmetrization of elastic-plastic hysteresis loop under cyclic loading]. *Kosmonavtika i raketostroyeniye [Cosmonautics and Rocket Science]*. 2015. No 3. P. 5–11 (In Russian).

15. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2002. Vol. 18. P. 873–894.

16. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *International Journal of Plasticity*. 2009. Vol. 25. P. 1560–1587.

17. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Sravnitelnyy analiz variantov teorii plastichnosti pri tsiklicheskikh nagruzheniyakh [Comparative analysis of variants of plasticity theories under cyclic loading]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2017. No 2. P. 23–44 (In Russian).

18. Bondar V.S., Danshin V.V., Makarov D.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessov deformirovaniya i nakopleniya povrezhdeniy pri tsiklicheskikh nagruzheniyakh [Mathematical modeling of deformation processes and damage accumulation under cyclic loading]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2014. № 2. P. 125–152 (In Russian).

19. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Materials at High Temperatures*. 1966. Vol. 24. No 1. P. 1–26.

20. Kadashevich Yu.I. O razlichnykh tenzorno-lineynykh sootnosheniyakh v teorii plastichnosti [On various tensor-linear relations in the theory of plasticity]. *Issledovaniya po uprugosti i plastichnosti* [Studies of Elasticity and Plasticity]. Leningrad. LGU Publ. 1967. Iss. 6. P. 39–45 (In Russian).

21. Gorokhov V.A., Kapustin S.A., Churilov Yu.A. Numerical simulation of plastic deformation and damage accumulation in structural materials under various low-cycle loading conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017. Vol. 58. No 3. P. 461–468.

DEVELOPING A PLASTICITY MODEL WITH COMBINED HARDENING FOR STUDYING DEFORMATION PROCESSES IN STRUCTURAL MATERIALS UNDER VARIOUS LOW-CYCLE LOADING MODES

Gorokhov V.A.

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

A version of a plasticity model is introduced that makes it possible to describe kinetics of plastic deformation processes of materials under various modes of low-cycle loading. In the present model, the yield surface radius is represented in the form of a function depending on the temperature and accumulated plastic strain, whereas the coordinates of the center are described by evolutionary equations of the Armstrong – Frederick – Kadashevich-type, the former of which is complemented with additional correcting material functions. The material functions of the model were obtained and its effectiveness was tested using the results of experimentally studying the process of deformation of a cylindrical specimen under soft low-cycle loading, while controlling its maximal and minimal values over the cycle. The experiments were done on the Amsler HA 100 servohydraulic stand for fatigue strength tests, using measuring instruments including a force sensor of class 1 according to ISO 7500-1. Strain was measured by an indirect method, using a standard displacement-measuring instrument, connected with the walking beam of the stand, to the accuracy of about 1 μm . Comparison of the computational and experimental data shows that the introduced model makes it possible to describe fairly well the main effects of plastic deformation (displacement of the plastic hysteresis loops and reduction of the range of full strains) of the material in question under soft non-symmetric loading. The relations for intensive cyclic loading modes, obtained based on the results of numerical modeling, reflect the main laws of deformation of hardening materials and qualitatively agree with the earlier published experimental and numerical results of studying such processes. Kinetics of the plastic hysteresis loop for soft loading modes has been numerically analyzed for various asymmetry parameters of the cycle.

Keywords: plasticity models, low-cycle deformation, soft loading, intensive loading, numerical simulation.