

УДК 523.529

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЖИДКОСТИ
С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА ПРИ УЧЕТЕ ВЯЗКОСТИ,
МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛООБМЕНА И ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ**

© 2011 г.

Н.А. Кудряшов, Д.И. Синельщиков

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

nakudryashov@mephi.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Изучаются нелинейные волновые процессы в жидкости с пузырьками газа при учете вязкости жидкости, процесса межфазного теплообмена и химических реакций. Проведен асимптотический анализ математической модели, получены нелинейные эволюционные уравнения, описывающие волновые процессы в жидкости с пузырьками газа.

Ключевые слова: жидкость с пузырьками газа, нелинейные волны, эволюционные уравнения, теплообмен, вязкость, химические реакции.

Введение

Рассматривается распространение нелинейных волн в жидкости, содержащей пузырьки газа. Система жидкость–пузырьки газа представляет собой сложную, диссипативно-дисперсионную, нелинейную среду, распространение волн в которой до сих пор недостаточно изучено. Подобные двухфазные модели описывают множество явлений в физике, химии, биологии [1, 2]. В частности, такие модели полезны при изучении динамики контрастных агентов, вводимых в кровеносные сосуды при ультразвуковых исследованиях [3].

В жидкости, содержащей пузырьки газа, могут возникать уединенные и периодические волны, характерные для многих нелинейных эволюционных уравнений в частных производных. В [4] для описания волновых процессов в газожидкостной среде предложено наиболее известное нелинейное уравнение в частных производных – уравнение Кортевега-де Вриза. Для описания нелинейных волн в [5] получены уравнения Бюргерса и Бюргерса–Кортевега-де Вриза, которые учитывают диссипативные эффекты в системе жидкость–пузырьки газа. Теплообмен между одиночным газовым пузырьком и окружающей его жидкостью численно изучен в [6]. В [7] учтен межфазный теплообмен между газовым пузырьком и жидкостью и выведены нелинейные эволюционные уравнения четвертого порядка для описания волн давления в газожидкостной смеси.

Цель данной работы – получение наиболее полного семейства эволюционных уравнений для

описания нелинейных волновых процессов в жидкости, содержащей пузырьки газа, и классификация влияния физических свойств системы жидкость–пузырьки газа на эволюцию нелинейных волн. При этом используется наиболее полная постановка задачи: учитывается межфазный теплообмен, вязкое трение на границе пузырек–жидкость и химические реакции, что позволяет получить широкий набор нелинейных эволюционных уравнений.

**Система уравнений для описания
распространения возмущений
в газожидкостной среде**

Для описания двухфазной среды (жидкости, содержащей пузырьки газа) используется гомогенная модель [1], в которой предполагается, что между жидкой и газовой фазой происходит быстрый обмен импульсом и теплотой. Это позволяет рассматривать газожидкостную смесь как однородную среду, имеющую среднюю температуру, плотность и давление. При этом процессы образования, разрушения, слипания пузырьков и фазовые переходы не учитываются. Считается, что газовая фаза состоит из пузырьков одного размера, и количество пузырьков на единицу массы смеси постоянно.

Влияние вязкого трения учитывается только на границе раздела фаз. Также предполагается, что при пульсации газ в пузырьке может нагреваться и охлаждаться, а температура жидкости, в силу того, что ее масса и теплоемкость много больше

массы и теплоемкости газа, остается постоянной. Считается что газ, находящийся в пузырьках, может растворяться в жидкости, это моделирует процессы, связанные с химическими реакциями. Таким образом, газ из пузырьков может переходить в жидкость и обратно, при этом растворенный газ распределен в жидкости равномерно. В этом случае концентрация газа в жидкости остается постоянной в силу того, что ее объем много больше объема газа.

В указанных выше предположениях получена замкнутая система уравнений, описывающая волновые процессы в жидкости с пузырьками газа при учете вязкости, межфазного теплообмена и химических реакций.

Нелинейные эволюционные уравнения

Рассматриваются длинноволновые возмущения, для которых характерные длины волн возмущения много больше расстояния между пузырьками. Предполагается, что возмущение радиуса пузырьков мало по сравнению с его начальным значением. Это позволяет провести асимптотический анализ предложенной математической модели в пределе длинных волн малой амплитуды. С этой целью использован метод многих масштабов [8]. Исходная математическая модель сведена к набору нелинейных эволюционных уравнений второго, третьего и четвертого порядков, описывающих волновые процессы в жидкости с пузырьками газа на соответствующих пространственно-временных масштабах. Эти уравнения являются новыми и обобщают ранее известные уравнения Бюргерса, Кортевега–де Вриза, Бюргерса–Кортевега–де Вриза и уравнение типа Курамото–Сивашинского, использовавшиеся для описания волн в газожидкостных смесях.

Установлено, что на начальном этапе эволюция нелинейных волн давления описывается уравнением четвертого порядка. На данном этапе характерна диссипация волн давления, связанная с процессом межфазного теплообмена и химическими реакциями. На втором этапе эволюция волн давления описывается уравнением третьего порядка. При этом характерна дисперсия волн давления, обусловленная газовой фазой. На третьем этапе волновые процессы описываются эволюционным уравнением второго порядка. Для данного этапа

характерна диссипация волн давления, обусловленная вязкостью жидкости.

Точные решения нелинейных эволюционных уравнений

Проведено исследование аналитических свойств полученных нелинейных эволюционных уравнений. Показано, что они не относятся к классу интегрируемых уравнений. С использованием методов аналитической теории нелинейных дифференциальных уравнений построены их точные решения. Полученные точные решения описывают периодические, уединенные и некоторые другие типы волн давления.

Численное моделирование волновых процессов в жидкости с пузырьками газа

На основе предложенных нелинейных эволюционных уравнений проведено численное моделирование волновых процессов в жидкости с пузырьками газа. Разработаны разностные схемы численного решения краевых задач для нелинейных эволюционных уравнений, которые тестировались с помощью полученных точных решений. Изучена эволюция различных начальных импульсов давления в жидкости с пузырьками газа. Исследовано влияние процесса межфазного теплообмена и химических реакций на структуру и эволюцию волн давления.

Список литературы

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
3. Doinikov A.A., Naac J.F., Dayton P.A. // *Ultrasonics*. 2009. V. 49. P. 269–275.
4. Van Wijngaarden L. // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 33. P. 465–474.
5. Накоряков В.Е., Соболев В.В., Шрейбер И.Р. // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1972. №5. С. 71–76.
6. Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1974. №5. С. 94–100.
7. Оганян Г.Н. // *Изв. РАН. МЖГ*. 2005. №1. С. 108–116.
8. Кудряшов Н.А., Синельщиков Д.И. // *Изв. РАН. МЖГ*. 2010. №1. С. 108–127.

**NONLINEAR WAVES IN A LIQUID WITH GAS BUBBLES, ACCOUNTING
FOR VISCOSITY, HEAT TRANSFER AND CHEMICAL REACTIONS***N.A. Kudryashov, D.I. Sinelshchikov*

Nonlinear wave processes in a liquid with gas for viscosity, heat transfer and chemical reactions are studied. The asymptotic analysis of the mathematical model is developed. Nonlinear evolution for the description of nonlinear waves in bubbly liquid are obtained.

Keywords: liquid with gas bubbles, nonlinear waves, evolution equations, heat exchange, viscosity, chemical reactions.