УДК 534.535

О ВЛИЯНИИ УЛЬТРАЗВУКА НА СТРУКТУРУ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

Я.В. Кучеренко

Самарский госуниверситет

yana20002@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Теоретически описана деформация структуры нематического жидкого кристалла при воздействии на него ультразвука. Рассмотрен случай нормального падения ультразвука на слой кристалла с границей, полностью отражающей ультразвук. Анализ эффекта проводится на основе уравнений гидродинамики нематического кристалла. При построении модели учитываются анизотропные сдвиговые напряжения. Для планарного НЖК-слоя определены пороговая амплитуда и волновое число, проведено сравнение с экспериментом.

Ключевые слова: нематический жидкий кристалл, пространственно-модулированная структура, искажение структуры, ультразвук.

Постановка задачи

Исследуется образование пространственно-модулированных структур в планарном слое нематического жидкого кристалла (НЖК) на ультразвуковых частотах. Вдоль НЖК-слоя возникают случайные неоднородные искажения. Воздействие ультразвука вызывает в деформированной структуре дополнительные осцилляции директора. Взаимодействие этих осцилляций с исходным полем приводит к появлению стационарных потоков, которые могут приводить к усилению искажений. На пороге эффекта действие стационарных потоков стабилизируется упругими моментами Франка.

Рассмотрен случай нормального падения ультразвука на НЖК-слой. Предполагается, что верхняя граница акустически прозрачная, а нижняя граница твердая и полностью отражает ультразвук, в результате чего в слое возникает стоячая волна вида

$$U_z = 2U_0 \sin(k_o z)\cos(\omega t),$$

где $k_o = \omega/c$, c – скорость звука, ω – частота ультразвука, U_0 – амплитуда колебаний. В результате граничные условия имеют вид:

$$\theta|_{Z=0} = \theta|_{Z=1} = 0,$$

$$V_X|_{Z=0} = V_X|_{Z=1} = 0,$$

$$V_Z|_{Z=0} = 0, \quad V_Z|_{Z=1} = 2U_0 k_o \cos(\omega t).$$

Теоретический анализ

Расчет эффекта проводится на основе уравнений гидродинамики НЖК Эриксена–Лесли [1]

$$\gamma[\mathbf{N} - \hat{V}\cdot\mathbf{n} + (\hat{V}\cdot\mathbf{n}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}] - [\mathbf{h} - (\mathbf{h}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}] = 0,$$

$$\rho\frac{d\mathbf{V}}{dT} = -\nabla P + \nabla\cdot\hat{\sigma}.$$

Здесь ρ – плотность, $\mathbf{n}$ – директор, $\mathbf{V}$ – скорость жидкости, $\hat{V}$ – тензор скорости деформации, $\mathbf{N} = \dot{\mathbf{n}}$ – 1/2rot($\mathbf{V}\times\mathbf{n}$) – скорость вращения директора относительно жидкости, P – давление, γ – коэффициент вращательной вязкости;

$$\mathbf{h} = \nabla_i \frac{\partial g}{\nabla_i \mathbf{n}} + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{n}},$$

где

$$g = \frac{1}{2}[K_{11}(\mathrm{div}\mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n}\times\mathrm{rot}\mathbf{n})^2]$$

– плотность упругой энергии Франка; K_{11}, K_{33} – упругие модули Франка; $\hat{\sigma}$ – тензор напряжений с компонентами

$$\sigma_{ij} = \alpha_2 N_i n_j + \alpha_4 V_{1j} + \alpha_5 n_j n_\alpha V_{i\alpha} + \alpha_6 n_i n_\alpha V_{j\alpha} + \sigma_{ij}^n,$$

где α_i – коэффициенты вязкости Лесли, σ_{ij}^n – вязкоупругие напряжения вида [2]

$$\sigma_{ij}^n = (\Delta E U_{zz} + \mu_3 V_{zz}) n_i n_j,$$

ΔE – модуль упругости, μ_3 – коэффициент объемной вязкости, U_{zz} и V_{zz} – соответственно амплитуда и скорость сжатия в звуковой волне, n_i – компоненты вектора директора, определяющего ориентацию молекул НЖК в слое.

Взаимодействие вязкоупругих напряжений с ультразвуковым полем приводит к появлению стационарных сдвиговых напряжений $\langle\sigma_{ij}\rangle$, которые индуцируют в слое стационарные потоки.

Вязкие стационарные моменты усиливают начальное искажение структуры, они на пороге эффекта компенсируются упругими моментами Франка, что в случае исходной планарной ориентации жидкого кристалла вызывает образование пространственно модулированной структуры.

Из уравнений гидродинамики выделим линейные уравнения для стационарных переменных v_{2x}, θ_2. Введем безразмерные координаты $z = Z/h$, $x = X/h$, безразмерное время $t = \omega T$ и безразмерные скорости $v_x = V_i/\omega h$; получим следующую задачу:

$$\left(\eta_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \eta_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Delta v_{2z} =$$

$$= \left\langle (\Delta\widetilde{E}u^0_{z,z} + \mu_3 v^0_{z,z})\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\theta_{2,x}\right\rangle, \qquad (1)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2 + \omega\tau v_{2z,x} = 0, \qquad (2)$$

$$\theta|_{z=0} = \theta|_{z=1} = 0, \quad V_x|_{z=0} = V_x|_{z=1} = 0,$$
$$V_z|_{z=0} = V_z|_{z=1} = 0.$$

Здесь $\eta_1 = (\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_2)/(2\alpha_2)$, $\eta_2 = (\alpha_4 + \alpha_5 - \alpha_2)/(2\alpha_2)$, $\lambda = K_{11}/K_{33}$, $\Delta\widetilde{E} = \Delta E/\omega\alpha_2$ – безразмерный модуль упругости, $\widetilde{\mu}_3 = \mu_3/\alpha_2$ – безразмерный коэффициент объемной вязкости, $\tau = \gamma h^2/K_{33}$ – время релаксации.

Из уравнения (2) выразим $v_{2z,x}$ и подставим в уравнение (1), предварительно продифференцировав его по переменной x. В результате система (1), (2) сведется к одному уравнению

$$\left(\eta_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \eta_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Delta\theta_2 =$$

$$= A\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2 \qquad (3)$$

с граничными условиями

$$\theta_2|_{z=0} = \theta_2|_{z=1} = 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2|_{z=0} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2|_{z=1} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2|_{z=0} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\theta_2|_{z=1} = 0.$$

В уравнении (3) коэффициент

$$A = -\frac{2DE}{\alpha_2}\frac{(\omega\tau_0)^2\tau}{1 + (\omega\tau_0)^2}u_0^2.$$

Дальнейший расчет проводится на основе метода Галеркина. Считаем возмущение θ_2 периодическим вдоль слоя $\theta_2 \sim F_\theta(z)\cos(kx)$, где в качестве функции $F_\theta(z)$ выбираем многочлен Лежандра, удовлетворяющий заданным граничным условиям. Рассмотрим одномодовое приближение и подставим выражение для угла в уравнение (3).

Результаты

Расчет проведен для следующих параметров кристалла: $K_{33} = 7.5{\cdot}10^{-7}$ дин, $\alpha_2 = -77.5$ сП, $\alpha_4 = 83.0$ сП, $\alpha_5 = 46.0$ сП, $\alpha_6 = -35.0$ сП, $\gamma_1 = 77$ сП [10]. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

h, мкм	f, МГц	V_0, см/с	
		(эксперимент [3])	(теория)
100	1	7.8	10.5
150	1	7.5	10.1
220	1	5.9	6.65
320	1	4.8	4.9

Близость экспериментальных и теоретических данных подтверждает правильность расчета.

Аналогичный расчет показывает, что в случае первоначальной гомеотропной ориентации кристалла имеет место однородная деформация его структуры

Список литературы

1. Stephen M.J., Straley J.P. // Rev. Mod. Phys. 1974. V. 46. P. 617–703.

2. Кожевников Е.Н. // Акустический журнал. 1990. Т. 36. Вып. 3. С. 458–462.

3. Аникеев Д.И., Капустина О.А., Лупанов В.Н. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. Вып. 1(7). С. 197–204.

ULTRASOUND INFLUENCE ON A STRUCTURE OF NEMATIC LIQUID CRYSTAL

Ya.V. Kucherenko

Structural deformation of nematic liquid crystal under the ultrasound influence is theoretically described. The normal falling of ultrasound on a crystal layer with a boundary, which reflects ultrasound completely, is described. The effect is analyzed using hydrodynamic equations for a nematic crystal. Anisotropic shift pressures are considered in the constructed model. A threshold amplitude and wave number are found for a planar NLC-layer. Results are compared with experimental data.

Keywords: nematic liquid crystal, spatially-modulated structure, structure distortion, ultrasound.