

УДК 536.755

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ЭНТРОПИИ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛЕ

© 2011 г.

А.Ф. Латыпов

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

latypov@itam.nsc.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Получено выражение для максимально допустимого приращения энтропии в случае стационарного течения газа в канале с переменной площадью сечения при подводе энергии и наличии диссипации кинетической энергии. Для квазиодномерного потока получено условие перехода через скорость звука. Рассмотрены примеры течений.

Ключевые слова: течение в канале, максимум энтропии, псевдоскачок, гистерезис.

Рассмотрим одномерное стационарное течение в канале с переменной площадью сечения $F(x)$, x – продольная координата, при подводе тепла и диссипации кинетической энергии. Заданы значения параметров потока (число Маха M_∞ , давление p_∞ , температура T_∞) во входном сечении F_∞ и функция $Q(x)$, определяющая количество подведенного тепла между сечениями F_∞ и $F(x)$.

Пусть в некотором сечении $F(x)$ реализуется вариация числа Маха M вследствие вариации количества рассеиваемой кинетической энергии между сечениями F_∞ и $F(x)$. При этом сохраняются полная энтальпия газа и его расход. Определив вариацию энтропии $\delta\bar{S}$, получаем, что при числе Маха $M = 1$ энтропия достигает максимального значения. Определим это значение. Обозначено: R – газовая постоянная, $F_{+\infty}$ – критическое сечение при изоэнтропическом течении, i_0 – энтальпия торможения. Из законов сохранения и уравнения состояния получим максимально допустимое приращение энтропии при подводе количества тепла $Q(x)$ между сечениями F_0 и $F(x)$ и диссипации кинетической энергии [1]:

$$\Delta\bar{S}(F) \leq \Delta\bar{S}_{\max}(F) = \frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \ln(1+\theta) + \ln f, \quad (1)$$

где

$$\Delta\bar{S} = \Delta S/R, \quad \theta = Q/i_{0\infty}, \quad f = F/F_{+\infty}.$$

Второй член в (1) определяет максимально допустимое приращение энтропии вследствие необратимых процессов, не связанных с подводом энергии. Так как энтропия – аддитивная функция, то условие существования стационарного течения в канале (1) справедливо также для двухмерных и трехмерных течений. Наруше-

ние условия (1) в каком-либо сечении означает, что поток не может быть пропущен через данное сечение. Это приводит к перестройке течения такой, чтобы по возможности выполнить условие (1). В [2] наблюдается такая перестройка: начальный сверхзвуковой поток при горении водорода перестраивается так, что через 25–30 мс горение происходит в дозвуковом потоке.

При анализе течений в канале широко применяется метод осреднения с использованием законов сохранения энергии, расхода и полного импульса. Эта операция увеличивает энтропию газа, уменьшает его работоспособность (эксергию); появляется «паразитное» уменьшение полного давления в $\exp(-\Delta\bar{S})$ раз. Поэтому при формировании одномерного эквивалента неравномерного потока осреднение целесообразно производить при сохранении суммарной энтропии.

Из законов сохранения для элементарного объема dx получаемое условие при $M(x_*) = 1$

$$\frac{Q'(x_*)}{c_p T} + \frac{H'(x_*)}{RT} - \frac{F'(x_*)}{F(x_*)} = 0, \quad (2)$$

$H(x)$ – функция диссипации энергии, штрих – дифференцирование по x . Продолжаемое течение может быть как сверхзвуковым, так и дозвуковым, и зависит от предыстории течения и граничных условий.

На рис. 1а представлена схема стационарного течения с подводом тепла в сверхзвуковой поток в расширяющейся части канала. Пусть в сечении l , бесконечно близком слева к конечному сечению «е» зоны подвода тепла, число Маха равно единице и выполнено условие

(2). Энтропия в этом сечении равна максимально допустимому значению. Принято также, что за сечением l поток является сверхзвуковым. Такое стационарное решение существует, однако оно неустойчиво.

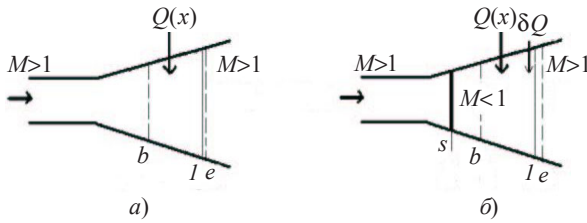


Рис. 1

Пусть в сечении, примыкающем к сечению l слева, дополнительно подводится бесконечно малое количество тепла δQ . Отношение приращения энтропии к ее максимально допустимому значению в сечении l равно

$$\frac{\delta S}{\delta S_{\max}} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{T_0}{T} > 1,$$

что свидетельствует о невыполнении условия (1), т.е. о разрушении течения. Расход через сечение l уменьшается, давление перед ним начинает увеличиваться. По завершении переходного процесса устанавливается течение, схема которого показана на рис. 1б. В некотором сечении перед зоной подвода тепла возникает прямой скачок уплотнения. При подводе тепла имеет место меньшее приращение энтропии, чем в начальном сверхзвуковом потоке, так как средняя температура, при которой подводится тепло, больше. Сумма приращений энтропии в скачке уплотнения и при подводе тепла равна максимально возможному значению в сечении l . Это условие и определяет положение скачка уплотнения. Течение устойчиво, поскольку вариация $\pm \delta Q$ при соблюдении условий (1) и (2) вызывает лишь вариацию положения скачка уплотнения. При этом вариация суммарного приращения энтропии равна нулю. Численные примеры подобных течений, возникающих при импульсно-периодическом подводе энергии в канале, приведены в [3]. В оптимальной камере сгорания ГПВРД [4, 5] закон распределения подводимого тепла в канале полагается таким, что в конце цилиндрического участка и далее в расширяющейся части канала число Маха равно единице. Однако такое течение нереализуемо вследствие его неустойчивости: слева от выходного сечения цилиндрического участка не выполняется условие (2), а в расширяющейся части при малых возмущениях нарушается условие (1).

Рассмотрим эволюцию течения в случае

втекания газа с постоянной сверхзвуковой скоростью в канал постоянного сечения. Перед зонами отрыва пограничного слоя возникают косые скачки уплотнения, которые, отражаясь от стенок, распространяются вдоль канала [4, 6, 7] и вместе с силами трения обуславливают увеличение энтропии газа по длине канала. На некоторой длине x_* в некоторый момент времени энтропия достигает максимально допустимого значения $\Delta \bar{S}_{\max} = \ln f$. В следующем бесконечно близком к $F(x_*)$ сечении условие (1) не выполняется. Поступающий в канал газ с постоянным расходом не может быть пропущен через сечение $F(x_*)$. Перед сечением давление газа начинает увеличиваться, что приводит к возникновению интенсивного скачка уплотнения и зоны дозвуковой скорости потока за ним. Затем поток ускоряется, что вызвано наличием перепада давления, и даже может превысить скорость звука при обтекании зон отрыва пограничного слоя. Далее процесс повторяется. Такие течения названы псевдоскачковыми [4]. Подобные структуры возникают также при частичном закрытии выходного сечения короткого канала, при подводе тепла и при других воздействиях на сверхзвуковой поток, вызывающих диссипативные процессы.

Список литературы

1. Латыпов А.Ф. Эксергетический анализ прямоточного воздушно-реактивного двигателя // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, №1. С. 319–330.
2. Адамов Н.П., Гунько Ю.П., Латыпов А.Ф. и др. Экспериментальные исследования тягово-аэродинамических характеристик модельного ГПВРД // Фундаментальные исследования для гиперзвуковых технологий: Труды Всерос. научно-технич. конф. ЦАГИ, Жуковский, Москов. обл. 1998.
3. Латыпов А.Ф. Численное моделирование течения в канале переменной площади сечения при импульсно-периодическом подводе энергии // ПМТФ. 2009. Т. 50, №1. С. 3–11.
4. Крокко Л. Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений // Основы газовой динамики / Под ред. С. Эммонса. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. С. 64–324.
5. Хенкин П.В. К вопросу о моделировании камеры сгорания прямоточного двигателя со сверхзвуковым горением // Газодинамика и физическая кинетика: Сб. тр. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974. С. 147–149.
6. Щетинков Е.С. О кусочно-одномерных моделях сверхзвукового горения и псевдоскачка в канале // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, №4. С. 473–482.
7. Третьяков П.К. Псевдоскачковый режим горения // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, №6. С. 33–38.

THE ENTROPY MAXIMUM PRINCIPLE FOR STEADY GAS FLOW IN A CHANNEL*A.F. Latipov*

The expression is developed for the maximum allowable entropy increment for a case of steady gas flow in a channel of variable cross section in the conditions of energy addition and the presence of the kinetic energy dissipation. The condition of the quasi-one-dimensional flow transition through the sonic speed is obtained. Examples of the flows are considered.

Keywords: channel flow, entropy maximum, pseudo-shock, hysteresis.