

УДК 536.252

**КОНВЕКТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ОКОЛО ТВЕРДОГО ВКЛЮЧЕНИЯ  
ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ**

© 2011 г.

*Т.П. Любимова*

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

lubimova@psu.ru

*Поступила в редакцию 16.05.2011*

Исследована конвективная фильтрация около твердого тела в насыщенной жидкостью пористой среде при нагреве сверху. Тело имеет форму горизонтального цилиндра кругового сечения. Его теплопроводность предполагается много большей теплопроводности окружающей среды. Вдали от тела градиент температуры вертикален, поэтому конвективное движение отсутствует. Вблизи тела условия равновесия нарушены, градиент температуры имеет горизонтальную компоненту, поэтому неизбежно возникает конвекция. Исследование проводилось на основе уравнений Дарси – Буссинеска в предположении постоянства свойств жидкости. На поверхности цилиндра ставились условия непроницаемости. Изучалось плоское конвективное движение, однородное вдоль оси цилиндра. Использовалось приближение, аналогичное приближению Озеена в задачах обтекания, с тем отличием, что квазилинеаризация применялась к нелинейным слагаемым не в уравнении движения, а в уравнении теплопроводности. Компенсирующее же течение не имеет струйного характера. В аналогичной постановке рассмотрена задача в случае конечной теплопроводности материала тела. В этом случае появляется дополнительный параметр: отношение теплопроводностей тела и насыщенной пористой среды. Из полученных аналитических результатов следует, что в главном порядке при малых числах Рэлея структура конвективного течения не зависит от отношения теплопроводностей, изменяется лишь ее интенсивность. При теплопроводности тела, совпадающей с теплопроводностью среды, конвекция отсутствует. При теплопроводности тела, меньшей, чем теплопроводность среды, меняется знак конвективной циркуляции, так что в горизонтальной плоскости, проходящей через ось цилиндра, жидкость подтекает к телу.

*Ключевые слова:* конвекция, фильтрация, твердое включение, нагрев сверху, устойчивая стратификация.

Известно, что при подогреве строго сверху механическое равновесие жидкости является абсолютно устойчивым [1]. Если же условия равновесия не выполнены, то устойчивая стратификация препятствует вертикальным движениям, связанным с работой против силы тяжести. В то же время такая стратификация не мешает существованию горизонтальных течений. Поэтому возможны ситуации, когда наличие малой неоднородности градиента плотности приводит к формированию течений, в которых горизонтальная компонента скорости много больше вертикальной. Явление подавления движений в вертикальном направлении в устойчиво стратифицированной среде наблюдалось при изучении турбулентного следа, образующегося за движущимся телом [2, 3]. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при устойчивой стратификации расширение следа в вертикальном направлении выражено слабо. В настоящей работе исследована конвективная фильтрация около твердого тела в насыщенной жидкостью пористой среде при

нагреве сверху. Тело имеет форму горизонтального цилиндра кругового сечения. Его теплопроводность предполагается много большей теплопроводности окружающей среды. Вдали от тела градиент температуры вертикален, поэтому конвективное движение отсутствует. Вблизи тела условия равновесия нарушены, градиент температуры имеет горизонтальную компоненту, поэтому неизбежно возникает конвекция. Поскольку вертикально устойчивая стратификация подавляет вертикальные движения, не препятствуя горизонтальным, следовало ожидать, что, по крайней мере при достаточно сильной стратификации, в окрестности тела должны наблюдаться вытянутые по горизонтали конвективные структуры, вертикальный размер которых сопоставим с размером тела, горизонтальный же размер много больше.

Изучение конвективного движения в пористой среде проводилось на основе уравнений Дарси – Буссинеска, в предположении постоянства свойств жидкости. Изучалось плоское конвективное движение, однородное вдоль оси цилиндра. На поверхности цилиндра ставились условия не-

проницаемости и постоянства температуры, что соответствует бесконечно большому отношению теплопроводностей тела и среды. Поставленная задача характеризуется единственным безразмерным параметром – числом Рэлея–Дарси, определенным по температурному градиенту вдали от тела и радиусу тела. Следовало ожидать, что при малых числах Рэлея конвекция будет иметь малую интенсивность и может быть исследована в приближении ползущего течения. Однако прямое разложение в ряд по числу Рэлея не приводит к успеху, поскольку попытка учесть влияние конвективного движения на распределение температуры приводит к решениям, которые не могут удовлетворить граничным условиям на бесконечности. Причина этого та же, что и в известном парадоксе Уайтхеда в задачах обтекания, а именно, поскольку градиент температуры остается конечным на любых расстояниях от тела, асимптотический показатель затухания скорости такой же, как у возмущений температуры, в то время, как диссипация тепла убывает быстрее, то при любом сколь угодно малом числе Рэлея нелинейные члены в уравнении теплопроводности на достаточно большом расстоянии от тела больше, чем линейные слагаемые, что делает незаконной линеаризацию. В этой ситуации выходом представляется использование приближения, аналогичного приближению Озеена в задачах обтекания. Отличие заключается лишь в том, что квазилинеаризация применяется к нелинейным слагаемым не в уравнении движения, а в уравнении теплопроводности. В первом приближении в указанном подходе получается система линейных уравнений, содержащих число Рэлея в качестве параметра. Уравнения задачи, записанные в терминах функции тока и отклонений температуры от линейного вертикального распределения, обладают внутренней симметрией, позволяющей свести систему уравнений к одному уравнению без повышения порядка. Получено асимптотическое представление решений указанного уравнения, удовлетворяющее граничным условиям, для малых чисел Рэлея, равномерно пригодное на всех расстояниях от тела. Анализ структуры полученного решения позволяет сделать вывод, что даже при малых числах Рэлея конвектив-

ное движение на расстояниях от тела, больших размера этого тела, имеет вид горизонтальных струй, направленных от тела и постепенно медленно расширяющихся с удалением от тела.

На рис. 1 изображены линии тока стационарного течения около цилиндрического тела высокой теплопроводности в безграничной пористой среде, насыщенной жидкостью, при нагреве сверху.

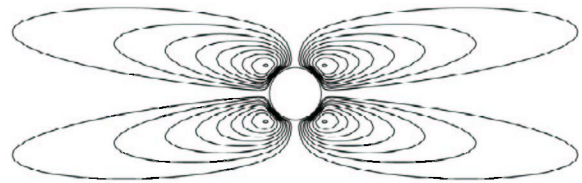


Рис. 1

В аналогичной постановке рассмотрена задача для случая конечной теплопроводности материала тела. В этом случае появляется дополнительный параметр: отношение теплопроводностей тела и насыщенной пористой среды. Из полученных аналитических результатов следует, что в главном порядке при малых числах Рэлея структура конвективного течения не зависит от отношения теплопроводностей, изменяется лишь ее интенсивность. При теплопроводности тела, совпадающей с теплопроводностью среды, конвекция отсутствует. При теплопроводности тела, меньшей, чем теплопроводность среды, меняется знак конвективной циркуляции, так что в горизонтальной плоскости, проходящей через ось цилиндра, жидкость подтекает к телу.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №10-01-00679).*

#### Список литературы

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Spedding G.P., Browand F.K., Fincham A.M. // J. Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1996. Vol. 23. P. 171–182.
3. Bonnier M., Eiff O., Bonneton P. // J. Dynamics of Atmospheres and Oceans. 2000. Vol. 31. P. 117–137.

**CONVECTIVE FILTRATION NEAR A SOLID INCLUSION HEATED FROM ABOVE***T.P. Lyubimova*

The paper deals with the investigation of convective filtration near a solid inclusion in a porous medium saturated with a fluid heated from above. The inclusion is a horizontal cylinder of circular cross-section. Its thermal conductivity is assumed to be much greater than the thermal conductivity of the saturated porous medium. Far from inclusion the temperature gradient is vertical and the convective flow is absent. Near inclusion the conditions for mechanical equilibrium are disturbed, the temperature gradient has a horizontal component, so the buoyancy convection inevitably arises. The study is based on the Darcy–Boussinesq equations, assuming constant fluid properties. The impermeability condition is imposed on the cylinder surface. A two-dimensional flow uniform along the cylinder axis is considered. Approximation similar to the Oseen approximation in the streaming flow problems is used, with the difference that quasi-linearization is applied to the nonlinear terms in the energy equation and not in the momentum equation. The compensating flow does not have jet type. In a similar manner, the problem is considered for a finite thermal conductivity of the inclusion. In this case, there is an additional parameter: the ratio of thermal conductivities of inclusion and saturated porous medium. Analytical results obtained for this case show that in the leading order, at small values of Rayleigh number, the structure of convective flow does not depend on the ratio of thermal conductivities, varying only in intensity. When the thermal conductivity of the inclusion coincides with the thermal conductivity of the surrounding medium, convection is absent. In the case when the thermal conductivity of the inclusion is lower than that of the medium, the sign of the convective circulation is changed, so that in the horizontal plane passing through the cylinder axis the fluid moves towards the inclusion.

*Keywords:* filtration, solid inclusion, heating from above, stable stratification.