

УДК 532.59

ОБРУШЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ВНУТРЕННИХ ВОЛН: НОВЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

© 2011 г.

В.Ю. Ляпидевский

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

liapid@hydro.nsc.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Представлены новые математические модели, расширяющие возможности применения теории мелкой воды для описания внутренней структуры фронтальных зон в течениях однородной и стратифицированной жидкости с учетом эффектов нелинейности, дисперсии и перемешивания при обрушении волн.

Ключевые слова: уравнения мелкой воды, дисперсионные эффекты, обрушение волн, турбулентный бор, гравитационные течения, уединенные волны, интрузии, внутренний гидравлический прыжок.

Двухслойные течения смешивающейся жидкости

Основная идея нового подхода к моделированию процессов турбулентного перемешивания в двухслойном течении стратифицированной по плотности жидкости состоит в том, что область, занятая интенсивным мелкомасштабным движением в результате развития сдвиговой неустойчивости, рассматривается как промежуточный слой с собственным набором осредненных параметров течения (скорость, плотность, толщина и т.д.). Фактически используется трехслойная схема течения, причем к известным уравнениям движения в однородных слоях добавляются полные законы сохранения массы, импульса и энергии. Указанный подход использован в [1] для построения замкнутых моделей распространения и обрушения поверхностных и внутренних волн в рамках первого и второго приближения теории мелкой воды.

Обрушение поверхностных волн

Современные экспериментальные методы исследования процесса обрушения длинных поверхностных волн при выходе на берег показывают существенную неоднородность вертикального профиля скорости. Простейшая модель турбулентного бора в однородной жидкости, построенная указанным выше способом, в гидростатическом приближении принимает вид:

$$\begin{aligned} \eta_t + (\eta v)_x &= \sigma q, & (h + \eta)_t + (hu + \eta v)_x &= 0, \\ u_t + (u^2/2 + g(h + \eta))_x &= -gz_x, \\ (hu + \eta v)_t + (hu^2 + \eta v^2 + g(h + \eta)^2/2)_x &= -g(h + \eta)z_x, \end{aligned}$$

$$(hu^2 + \eta(v^2 + q^2) + g(h + \eta)^2)_t + (hu^3 + \eta v(v^2 + q^2) + 2g(h + \eta)(hu + \eta v))_x - 2g(hu + \eta v)z_x. \quad (1)$$

Здесь h , η – толщины однородного и верхнего турбулентного слоев; u , v – средние скорости в этих слоях; q – среднеквадратичная скорость мелкомасштабного движения; g – ускорение свободного падения; $z = z(x)$ – форма дна. Постоянная $\sigma = 0.15$ в (1) характеризует отношение вертикального и горизонтального масштабов течения и может быть заменена единицей растяжением переменных. Бегущие волны и стационарные решения (1) описывают профиль турбулентного бора и могут быть найдены аналитически. При этом в зависимости от выбора модели полное давление или давление на дне зависит не только от толщины слоев, но и от их материальных производных. В частности, второе приближение теории мелкой воды с учетом обрушения волн, являющееся расширением модели Грина–Нагди, построено в [2]. В отличие от известных моделей второго приближения, данная модель дает критерий перехода от гладких к обрушивающимся волнам, близкий к полученному в задаче Коши–Пуассона для идеальной жидкости. Кроме того, учет эффектов перемешивания и дисперсии позволяет в рамках одной модели описать переход от волнового бора к турбулентному бору при увеличении его амплитуды [1]. Уравнения второго приближения теории мелкой воды, в отличие от первого приближения, не являются гиперболическими. Однако дополнительное осреднение этих уравнений с использованием фиксированного пространственно-временного масштаба приводит к новому классу дисперсионных гиперболических

уравнений мелкой воды, описывающих распространение волн большой амплитуды (уединенных волн, волновых боров и т.д.) [3, 4].

Внутренние волны большой амплитуды

Динамика внутренних волн в прибрежной зоне имеет много общего с распространением поверхностных длинных волн, однако процессы разрушения и диссипации энергии при выходе волн на берег не изучены в полной мере. Отличительной чертой внутренних волн является возможность генерации в прослойке между однородными слоями различной плотности волн большой амплитуды по сравнению с начальной толщиной прослойки и их распространение с сохранением формы. Интерес к этому классу течений объясняется их уникальной способностью переносить начальный импульс и массу на большие расстояния. Для описания внутренних волн большой амплитуды (волн с «захваченным ядром») применимы модели мелкой воды с дисперсией и обрушением, обсуждаемые в этой работе. В частности, для описания симметричных внутренних волн на границе раздела однородных слоев могут быть использованы уравнения второго приближения, аналогичные (1), в которых распределение давления в прослойке гидростатическое, а дисперсионные эффекты учитываются в однородных слоях [5]. На рис. 1а показана фотография симметричной уединенной волны, внешние границы которой можно определить по оптическому искажению и изменению толщины наклонной сетки, нанесенной на стенке экспериментального лотка. Бегущие волны для рассматриваемой модели находятся в явном виде. Линия 1 – точное решение задачи об уединенной волне с бесконечно тонкой прослойкой, а линия 2 – решение для прослойки конечной толщины (1, 2 – теория, фон – эксперимент); На рис. 1б приведено численное решение задачи о взаимодействии уединенных волн, движущихся навстречу (интервал 2 с). Кружки указывают местонахождение гребней волн, найденное экспериментально. Приложения моделей дисперсионной мелкой воды к динамике внутренних волн большой амплитуды в шельфовой зоне рассмотрены в [6].

Приложения к течениям в атмосфере и океане

Модели мелкой воды с учетом дисперсии и перемешивания применимы к широкому классу течений различных масштабов как в атмосфере,

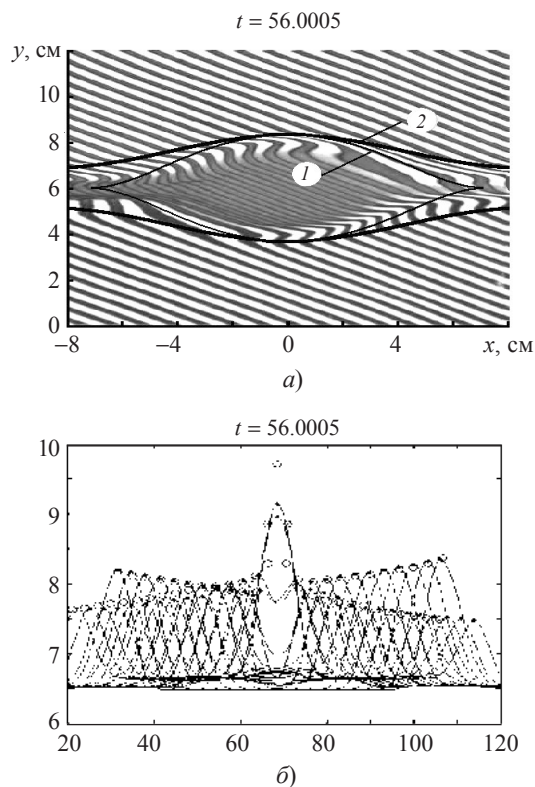


Рис. 1

так и океане. С помощью достаточно простых уравнений можно объяснить особенности формирования головной части плотностных и гравитационных течений, определить скорость распространения подводных лавин, описать процессы интенсивного вертикального перемешивания при транскритическом обтекании локального препятствия потоком стратифицированной жидкости, исследовать режимы блокировки потока на наветренной и подветренной стороне препятствия. Перспективным представляется применение моделей мелкой воды к стационарным и нестационарным проблемам описания реальных процессов в атмосфере и океане (Новороссийская и Югославская бора, глубоководные подводные «водопады» и др.). Теория мелкой воды может быть эффективно применена для моделирования горизонтального перемешивания в реках, эстуариях и т.д. Новым направлением исследований является также применение аналогичных подходов к моделированию трансзвуковых течений сжимаемой жидкости в длинных каналах и трубах.

Исследования выполнены при участии Н.В. Гаврилова, К.Н. Гавриловой.

Работа поддержана РФФИ, грант № 10-01-00338.

Список литературы

1. Ляпидевский В.Ю., Тешуков В.М. Математические модели распространения длинных волн в не-

однородной жидкости. Новосибирск: СО РАН, 2000. 419 с.

2. Ляпидевский В.Ю., Сюй Ж. // ПМТФ. 2006. Т. 47, №3. С. 3–11.

3. Ляпидевский В.Ю., Гаврилова К.Н. // ПМТФ. 2008. №1. С. 45–58.

4. Antuono M., Liapidevskii V., Brocchini M. // Studies Appl. Math. 2009. V. 122. P. 1–28.

5. Гаврилов Н.В., Ляпидевский В.Ю. // Докл. РАН. 2009. Т. 429, №2. С. 187–190.

6. Gavrilov N., Liapidevskii V., Gavrilova K. // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2011. V. 11. P. 17–25.

**BREAKING SURFACE AND INTERNAL WAVES:
NEW MATHEMATICAL MODELS OF ATMOSPHERE AND OCEAN DYNAMICS**

V.Yu. Liapidevskii

New mathematical models of the shallow water theory taking into account nonlinear, dispersive and mixing effects in frontal zones of stratified flows and their applications to nonlinear wave dynamics are discussed.

Keywords: shallow water equation, dispersive effects, wave breaking, turbulent bore, gravity flows, solitary waves, intrusions, internal hydraulic jump.