

УДК 532.5

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2011 г.

С.И. Мартынов¹, В.Е. Баранов¹, Н.И. Коновалова²¹Югорский госуниверситет, Ханты-Мансийск²Мордовский госуниверситет, Саранск

martynovsi@mail.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Найдено приближенное аналитическое решение и проведено численное моделирование задачи о движении группы частиц в вязкой жидкости с учетом их гидродинамического взаимодействия в постоянном или переменном внешнем силовом поле. Рассматривается квазистационарный случай движения частиц при малых числах Рейнольдса при наличии плоской стенки и случай, когда необходимо учитывать нестационарные слагаемые в уравнениях Навье–Стокса, а нелинейными слагаемыми можно пренебречь, что соответствует быстропеременному внешнему полю. Проведено численное моделирование динамики группы частиц при различных течениях жидкости.

Ключевые слова: вязкая жидкость, гидродинамическое взаимодействие, частицы.

**1. Динамика частиц
при наличии плоской стенки**

Постановка задачи. Пусть одиночная твердая сферическая частица A помещена в неограниченную несжимаемую вязкую жидкость. В жидкости также присутствует неподвижная плоская твердая поверхность γ . Скорость и давление невозмущенного потока жидкости (т.е. такого потока, который был бы в отсутствие частиц) предполагаются заданными. Скорость и давление возмущений, вызванные наличием частицы, удовлетворяют уравнениям Стокса для вязкой жидкости. На плоской стенке выполняется условие равенства нулю скорости жидкости на ней. Возмущения скорости и давления, возникающие при движении частицы, должны затихать при удалении от нее. На поверхности частицы используются условия прилипания. Основная идея решения заключается в том, чтобы заменить плоскую стенку частицей и воспользоваться разработанной в [1] процедурой решения задачи о взаимодействии любого конечного числа частиц. Для этого вводится дополнительная фиктивная частица B , симметричная частице A относительно плоской стенки, и затем используется форма записи как в задаче о взаимодействии двух частиц A и B . Хотя форма записи выражений для давления и скорости такая же, как если бы вместо частицы A и стенки было две частицы A и B , необходимо отметить здесь и принципиальное отличие от случая взаимодействия двух частиц в неограниченной жидкости: граничные условия рассматриваются на частице A и стенке γ ,

а не на частице A и частице B . Это отличие в граничном условии и предполагает существенное изменение динамики частиц при наличии стенки по сравнению со случаем безграничной жидкости.

Введение фиктивной частицы для нахождения решения – известный подход, используемый, например, в методе зеркальных отражений [2]. Такой подход используется для нахождения решения в задачах электростатики и потенциальных течений идеальной жидкости. Однако в этих случаях граничные условия имеют другой вид (задача Неймана), чем условия для вязкой жидкости (задача Дирихле). Поэтому метод зеркальных отражений в рассматриваемой задаче неприменим.

Если рассматривается движение нескольких частиц вблизи плоской стенки, то используется аналогичный прием: для каждой частицы добавляется симметричная ей фиктивная частица. Таким образом, вместо задачи о взаимодействии N частиц и твердой стенки получается задача о взаимодействии $2N$ частиц: N реальных и N фиктивных. При решении такой задачи будет возникать система линейных уравнений, число которых пропорционально числу частиц. Процедура моделирования взаимодействия конечного числа частиц в неограниченной жидкости разработана в [1].

Результаты численного моделирования. Так как аналитическое решение задачи о взаимодействии уже нескольких частиц затруднительно из-за большого числа вычислений, появилась необходимость применения ЭВМ. Сначала компьютер использовался только для решения системы линейных уравнений, а затем появилась идея по-

ручить ему и ее составление. В результате была написана специальная программа для персонального компьютера IBM PC, которая в качестве исходных данных получает только желаемую точность вычислений, координаты и радиусы частиц, программа сама составляет и решает систему уравнений, и выводит результат в уже обработанном виде. Использовался язык программирования C++, для визуализации движения частиц применялась технология OpenGL. Из вычислительных методов применялись: метод Гаусса с выбором главного элемента – для решения системы уравнений и нахождения тензорных коэффициентов и скоростей частиц, метод Рунге – Кутты четвертого порядка – для построения линий тока по найденному полю скоростей. С помощью этой программы было проведено [3] моделирование динамики группы до 35 частиц, осаждающихся вдоль и перпендикулярно стенке, а также в линейном и параболическом течении вдоль стенки. Несмотря на то, что программа дает возможность получать только численные результаты, применяя интерполяцию можно получить и некоторые аналитические формулы.

2. Динамика частиц в переменном внешнем поле

Постановка задачи. Пусть две твердые сферические частицы A и B помещены в неограниченную несжимаемую вязкую жидкость. Радиусы частиц считаются произвольными. Предполагается, что имеется внешнее переменное поле, воздействующее на частицы и заставляющее их двигаться с переменной скоростью. Таким воздействием может быть переменный поток жидкости, магнитное или электрическое поле для частиц. Движение частиц вызывает возмущения в распределении скорости и давления в жидкости, которые должны удовлетворять уравнениям движения вязкой жидкости. Предполагается, что частота изменения внешнего поля такая высокая, что в уравнениях движения вязкой жидкости можно пренебречь нелинейными слагаемыми по сравнению с производной скорости по времени. В этом случае получаем линейную систему уравнений для вязкой жидкости. На поверхности частиц имеем условия прилипания, а далеко от частиц – затухание возмущений.

Известно решение такой системы уравнений для одиночной частицы [4]. На основе этого под-

хода строится решение для двух частиц [5], которое может быть обобщено для случая большего числа частиц. Используя найденное распределение скорости и давления в жидкости, определяются силы и моменты, действующие на частицы со стороны вязкой жидкости.

Динамика частиц описывается уравнениями движения частиц, на которые действуют найденные силы и моменты. Уравнения движения частиц решались численно.

Результаты численного моделирования. Результаты вычислений показывают, что в переменном потоке вязкой жидкости частицы удаляются друг от друга при любом их начальном положении относительно друг друга. Это кардинальным образом отличается от результатов по обтеканию частиц нестационарным потоком идеальной жидкости, в котором сближение частиц происходит при их положении перпендикулярно скорости потока в случае несжимаемой жидкости и вдоль скорости в случае сжимаемой жидкости. Такое отличие можно объяснить тем, что в рассматриваемом случае нелинейные слагаемые в уравнениях движения жидкости малы по сравнению с вязкими слагаемыми и граничные условия на поверхности частиц записываются в форме Дирихле, а для идеальной жидкости – в форме Неймана. Аналогичный результат получается и для случая движения дипольных частиц в переменном магнитном поле такой частоты, при которой выполняются рассмотренные выше условия для движения вязкой жидкости.

Список литературы

1. Баранов В.Е., Мартынов С.И. Влияние гидродинамического взаимодействия на скорость осаждения большого числа частиц в вязкой жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 152–164.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
3. Баранов В.Е., Мартынов С.И. Моделирование динамики частиц в вязкой жидкости при наличии плоской стенки. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50, №9. С. 1669–1686.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1986. 736 с.
5. Коновалова Н.И., Мартынов С.И. Обтекание двух сфер нестационарным потоком вязкой жидкости // Нелинейная динамика. 2008. Т. 4, №4. С. 467–481.

THE DYNAMICS OF PARTICLES IN A VISCOUS FLUID*S.I. Martynov, V.E. Baranov, N.I. Konvalova*

An approximate analytical solution and numerical simulation of the problem of motion of particles in a viscous fluid accounting for their hydrodynamic interaction in a constant or variable external force field was obtained. Quasi-stationary case the motion of particles at low Reynolds numbers in the presence of a flat wall, and when it is necessary to take into account unsteady terms in the Navier–Stokes equations, and nonlinear terms can be neglected, which corresponds to a rapidly varying external field are considered. The dynamics of the group of particles at different fluid flow are simulated.

Keywords: viscous fluid, the hydrodynamic interaction of particles.