

УДК 519.6

ТЕХНОЛОГИЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

© 2011 г.

Ю.М. Нечепуренко

Институт вычислительной математики РАН, Москва

yumnech@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Описывается новая оригинальная технология численного анализа гидродинамической устойчивости. На примере течений Пуазейля в плоском и оребренных каналах демонстрируется, как с помощью этой технологии можно исследовать устойчивость конкретных течений. Основное внимание уделяется малоизученному сценарию потери устойчивости существенно докритическими ламинарными течениями вязкой несжимаемой жидкости, по которому в потоке возникает малое возмущение определенного типа, обладающее способностью значительно расти за счет взаимодействия с исходным течением, и переводить исходное течение в квазистационарное состояние, неустойчивое к малым возмущениям другого типа, которые и разрушают исходное течение, вызывая ламинарно-турбулентный переход.

Ключевые слова: гидродинамическая устойчивость, критические числа Рейнольдса, оптимальные возмущения, ламинарно-турбулентный переход, нелинейный анализ, оребренные каналы.

Технология SADAS

Анонсируется технология SADAS (stability analysis of differential-algebraic systems), разработанная автором доклада совместно с А.В. Бойко (ИТПМ СО РАН, г. Новосибирск) для численного анализа потери гидродинамической устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода. Полное описание этой технологии в настоящее время отсутствует, но некоторые ее составляющие описаны в работах [1, 2]. Особенностью этой технологии является реализованное в ее рамках сведение исходных задач к дифференциально-алгебраическим системам определенного, одного и того же для всех задач, вида и использование специальных методов алгебраической редукции для понижения размерности этих систем. Технология включает в себя следующие этапы.

а) *Дизайн.* Задание области течения. Требуемые нормировки. Выбор исследуемого основного течения. Подготовка пространственной аппроксимации: отображение физической области в параллелепипед с помощью различных отображений, выбор подходящей сетки, расчет производных отображения для замены переменных, расчет вспомогательных матриц для аппроксимации спектральным методом Галеркина. Пробный расчет основного течения для анализа качества аппроксимации. Таким образом, на этапе дизайна полностью формируется рассматриваемая вычислительная задача устойчивости.

б) *Линейный анализ.* Подробный анализ линеаризованных уравнений эволюции возмущений. Вычисление энергетического и линейного критических чисел Рейнольдса, максимальной амплификации энергии возмущений при заданном числе Рейнольдса. Вычисление спектра, собственных мод и оптимальных возмущений при заданных значениях спектральных параметров и числах Рейнольдса. Все вычисления выполняются с заданной пользователем точностью.

Таким образом, на этом этапе вычисляются все характеристики устойчивости рассматриваемого течения к бесконечно малым возмущениям, что позволяет, в частности, сравнивать влияние формы обтекаемой поверхности на эти характеристики.

в) *Нелинейный анализ.* Анализ докритического ламинарно-турбулентного перехода за счет малых конечных возмущений основного течения. Исследуется эволюция оптимальных и субоптимальных возмущений путем интегрирования по времени полных (нелинейных) уравнений эволюции возмущений. Ищутся возмущения, приводящие к неустойчивым квазистационарным состояниям системы, из которых может начаться ламинарно-турбулентный переход за счет возникновения новых малых возмущений в подпространстве неустойчивых мод уравнений эволюции возмущений, линеаризованных относительно этих квазистационарных состояний. Таким образом, на этом этапе исследуется область притяжения основного

течения в фазовом пространстве и разыгрываются и анализируются различные сценарии докритического ламинарно-турбулентного перехода.

Данная технология существенно эффективнее всех используемых в настоящее время методов с точки зрения вычислительных затрат и простоты адаптации к конкретным задачам.

Анализ одного сценария потери устойчивости

Предлагается малоизученный сценарий потери устойчивости существенно докритическими ламинарными течениями вязкой несжимаемой жидкости, по которому в потоке возникает малое возмущение определенного типа, обладающее способностью значительно расти за счет взаимодействия с исходным течением, и переводить исходное течение в квазистационарное состояние, неустойчивое к малым возмущениям другого типа, которые и разрушают исходное течение, вызывая ламинарно-турбу-

лентный переход. Кратко обсуждается современное состояние этого направления от физического эксперимента и прямого численного моделирования до разработки и численного анализа сравнительно простых объяснительных моделей. На примере течений Пуазейля в плоском и ребренных каналах демонстрируется, как с помощью технологии SADAS можно исследовать возможность описанного выше сценария потери устойчивости для конкретных течений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №10-01-00513) и программы РАН «Современные проблемы теоретической математики», проект «Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики».

Список литературы

1. Бойко А.В., Нечепуренко Ю.М. // ЖВМ и МФ. 2010. Т. 50, №6. С. 1109–1125.
2. Boiko A.V., Nечepurenko Yu.M., Sadkan M. // ЖВМ и МФ. 2010. Т. 50, №11. P. 2017–2027.

NUMERICAL ANALYSIS TECHNOLOGY OF HYDRODYNAMIC STABILITY

Yu.M. Nечepurenko

A new original technology for numerically analysing hydrodynamic stability is described. Using the example of Poiseuille flows in plane and ribbed channels, it is demonstrated how this technology can be applied to a stability investigation of various flows. The main attention is given to a little-studied scenario of stability loss for significantly subcritical laminar flows of a viscous incompressible liquid where a small disturbance of special type, which causes a large kinetic energy growth due to an interaction with the main flow, arises and transfers the main flow to a quasi-stationary one that is unstable to small disturbances of some different type which destroy this flow and cause the laminar-turbulent transition.

Keywords: hydrodynamic stability, critical Reynolds numbers, optimal disturbances, laminar-turbulent transition, nonlinear analysis, ribbed channels.