

УДК 532.529:532.51.013.4

УСТОЙЧИВОСТЬ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД

© 2011 г.

С.А. Боронин

НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

boroninsa@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Изложено развитие теории гидродинамической устойчивости дисперсных потоков. На примере различных сдвиговых течений многофазных потоков рассмотрено влияние на устойчивость новых факторов: неоднородности распределения частиц и рассогласования скоростей фаз в основном течении, наличия нестоксовских компонент межфазной силы, а также конечной объемной доли частиц. Показано, что учет указанных эффектов приводит к существенному изменению предсказываемых границ устойчивости дисперсных потоков. Развита новая немодальная методика исследования устойчивости дисперсных потоков. Впервые предложен метод изучения алгебраической (немодальной) неустойчивости и поиска оптимальных трехмерных возмущений течений дисперсных сред. Показано, что энергия оптимальных возмущений течения разреженной дисперсной среды в плоском канале на несколько порядков превосходит таковую для случая течения чистой жидкости.

Ключевые слова: устойчивость, оптимальные возмущения, запыленный газ, суспензия.

Введение

До последнего времени исследование устойчивости плоскопараллельных течений дисперсных сред проводилось в основном в рамках классического линейного подхода при нескольких упрощающих предположениях [1]: течение двухфазной среды описывается моделью запыленного газа с пренебрежимо малой объемной долей включений, в основном течении дисперсная фаза распределена равномерно по пространству и рассогласование параметров фаз отсутствует, межфазный обмен импульсом описывается силой Стокса. Не учитывалось влияние ряда факторов, важных для реальных течений дисперсных сред. Так, рассогласование скоростей фаз в основном течении может быть вызвано гравитационным осаждением частиц; в случае течений с большими градиентами скорости необходимо учитывать подъемную силу, действующую на частицы; для корректного описания течений суспензий, где отношение плотностей материалов фаз изменяется в широком диапазоне, необходимо использовать более сложные модели многофазных сред, учитывающие конечную объемную долю частиц.

Классический подход к исследованию гидродинамической устойчивости, основанный на анализе наиболее неустойчивой гармоники (моды), позволяет оценить экспоненциальную устойчивость потоков (на больших временах). Метод яв-

ляется относительно простым, но имеет известный недостаток – многие реальные сдвиговые течения сплошных сред теряют устойчивость при существенно докритических значениях определяющих параметров. Ввиду особенности операторов, определяющих систему нормальных мод в задачах устойчивости плоскопараллельных потоков сплошных сред, на конечном интервале времени суперпозицией отдельных мод можно задать возмущение, энергия которого будет на несколько порядков больше начального значения. Подобный ограниченный во времени рост возмущений может привести к возникновению вторичной неустойчивости или переходу к турбулентности даже в докритической области определяющих параметров (алгебраическая неустойчивость [2]). В научной литературе представлены исследования алгебраической неустойчивости типичных сдвиговых течений однородных сред, но подобный анализ устойчивости дисперсных сред до сих пор не проводился.

В настоящей статье приводятся основные результаты исследования устойчивости сдвиговых потоков дисперсных сред с учетом новых факторов, перечисленных выше. Кроме того, проводится изучение алгебраической неустойчивости сдвиговых течений многофазных сред на основе анализа оптимальных трехмерных возмущений плоско-го течения Пуазейля запыленного газа.

Модель гетерогенной среды

Для описания течения дисперсной среды с малой объемной долей примеси используется модель «запыленного газа» [1, 3]. Несущая фаза является несжимаемой ньютоновской жидкостью, дисперсная фаза состоит из сферических частиц одинакового радиуса. Полная система уравнений течения запыленного газа в безразмерном виде такова (ось x декартовой системы координат направлена вдоль течения, выбранные масштабы длины L и скорости U_0):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}_s) = 0, \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \mathbf{v} - \alpha \beta n (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s), \\ \frac{d_s \mathbf{v}_s}{dt} &= \beta (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s); \\ \operatorname{Re} &= \frac{\rho^0 U_0 L}{\mu}, \quad \alpha = \frac{m n_0}{\rho^0}, \quad \beta = \frac{6 \pi \sigma \mu L}{m U_0}. \end{aligned}$$

Здесь ρ^0 , μ – плотность и вязкость несущей фазы; m , σ – масса и радиус частиц, n_0 – характерная числовая концентрация частиц; число Рейнольдса Re , массовая концентрация частиц α и параметр инерционности частиц β – безразмерные параметры.

Для описания течений суспензий используется вариант модели взаимопроникающих континуумов, в котором конечность объемной доли включений учтена через поправки к эффективной вязкости среды и межфазной силе [4, 5].

Основные результаты

Проведено исследование влияния подъемной силы и неоднородного распределения частиц на устойчивость течения запыленного газа в пограничном слое [6]. На основе параметрических расчетов нейтральных кривых показано, что неоднородность концентрации частиц в основном течении заметно изменяет границы устойчивости течения запыленного газа в пограничном слое: так, при 10% массовой концентрации частиц (без учета подъемных сил) двукратный рост концентрации дисперсной фазы от внешней границы пограничного слоя до пластины приводит к трехкратному увеличению критического числа Рейнольдса по сравнению со случаем однородного распределения включений. Максимальный эффект стабилизации пограничного слоя достигается для частиц, имеющих длину динамической релаксации порядка локальной толщины пограничного слоя. Учет подъемной силы Сэфмана, действующей на частицы, также приводит к заметному

повышению устойчивости течения (увеличению критического числа Рейнольдса) для указанного типа частиц.

Влияние рассогласования скоростей фаз на устойчивость дисперсных потоков проведено на примере течения запыленного газа в вертикальном плоском канале [7]. Получено, что в случае малых значений числа Фруда и не слишком инерционных частиц, рассогласование скоростей фаз в основном течении приводит к подавлению малых возмущений для всех значений числа Рейнольдса. На основе численных расчетов найдена граница области устойчивости в плоскости «число Фруда – параметр инерционности частиц» и показано, что в некоторой подобласти плоскости указанных параметров нейтральные кривые являются замкнутыми, а область неустойчивости ограничена по числу Рейнольдса.

Исследование влияния конечной объемной доли дисперсной фазы проведено на примере течения суспензии в плоском канале с однородным и неоднородным пространственным распределением включений [4, 5]. В первом случае получено, что частицы лишь модифицируют волны Толлмина – Шлихтинга. При заданном значении массовой концентрации частиц увеличение объемной доли частиц приводит к заметному уменьшению критического числа Рейнольдса по сравнению со случаем модели «запыленного газа» с нулевой объемной долей частиц. В случае неоднородного распределения частиц по ширине канала неустойчивые возмущения существуют уже при бесконечно малых значениях числа Рейнольдса в широком диапазоне волновых чисел и характеризуются высокими инкрементами нарастания.

Разработан метод исследования алгебраической неустойчивости дисперсных потоков на основе анализа оптимальных возмущений. Исследование немодальной устойчивости основано на анализе поведения пакета трехмерных нормальных мод на конечном интервале во времени. Получено, что линеаризованная система уравнений движения дисперсной среды относительно трехмерных возмущений сводится к двум дифференциальным (модифицированные уравнения Орра – Зоммерфельда и Сквайра) и трем алгебраическим уравнениям относительно амплитуд нормальной компоненты скоростей фаз, нормальной компоненты завихренности фаз и дивергенции скорости дисперсной фазы.

Для течения Пуазейля в плоском канале в результате решения задачи на собственные зна-

чения конечно-разностным методом высокого порядка точности с использованием QR-алгоритма получена система нормальных мод. Оптимальные возмущения находились в виде линейной комбинации мод, максимизирующей норму возмущений (функционал плотности кинетической энергии) на заданном интервале времени. Для случая течения чистой жидкости проведено сравнение характеристик оптимальных возмущений с данными [8] и получено совпадение с высокой точностью.

Численные расчеты показали, что оптимальные возмущения течения запыленного газа обладают кинетической энергией на несколько порядков большей, чем для аналогичного течения чистой жидкости.

Эффект достигается для крупных частиц, у которых длина релаксации много больше ширины канала.

Работа выполнена при поддержке грантом Президента РФ (МК-3582.2011.1) и РФФИ (проект №11-01-00483).

Список литературы

1. Saffman P.G. // Fluid Mech. 1962. V. 13. P. 120–128.
2. Landahl M.T. // J. Fluid Mech. 1980. V. 98. Pt. 2. P. 243–251.
3. Marble F.E. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1970. V. 2. P. 397–446.
4. Боронин С.А. // Изв. РАН. МЖГ. 2008. №6. С. 40–53.
5. Боронин С.А. // Докл. РАН. 2010. Т. 429, №4. С. 477–480.
6. Боронин С.А., Осипцов А.Н. // Изв. РАН. МЖГ. 2008. №1. С. 76–87.
7. Боронин С.А. // Труды конференции-конкурса молодых ученых, окт. 2006 г. / Под ред. Г.Г. Черного, В.А. Самсонова. М.: МГУ, 2007. С. 79–86.
8. Butler K., Farrel B. // Phys. Fluids A. 1992. V. 8. P. 1637–1650.

STABILITY OF SHEAR FLOWS OF DISPERSE MEDIA

S.A. Boronin

The study is concerned with the development of the hydrodynamic-stability theory for disperse flows. The influence of several new factors on the linear stability of various two-phase plane shear flows is examined. The factors considered include particle concentration non-uniformities and a particle velocity slip in the main flow, non-Stokesian components of the interphase force, and a finite volume fraction of the inclusions. It is shown that taking into account the new factors significantly changes the stability limits of disperse flows. A new non-modal approach for the stability analysis is also developed. A pioneering method of studying the algebraic instability and finding «optimal disturbances» of disperse flows is proposed. It is obtained that the energy of the optimal disturbances of a plane-channel flow of a dilute disperse mixture is significantly greater than that of the pure-fluid flow.

Keywords: stability, optimal perturbations, dusty gas, suspension.