УДК 53

# МЕХАНИЗМЫ СЛИЯНИЯ И ДРОБЛЕНИЯ ПУЛЬСИРУЮЩИХ В ЖИДКОСТИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ



***А.Г. Петров***

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

petrov@ipmnet.ru

*Поступила в редакцию 16.05.2011*

Газовые пузырьки в жидкости выводятся из состояния равновесия изменением внешнего давления и совершают периодические радиальные колебания (пульсации). Два пульсирующих в фазе пузырька притягиваются силой Бьеркнеса, но вблизи контакта притяжению противодействует отталкивание, возникающее за счет нелинейного взаимодействия силы Бьеркнеса и вязкой силы. Для колебаний одиночного пузырька в результате нелинейного взаимодействия радиальной и деформационной мод при их резонансе энергия радиальных колебаний переходит в энергию деформационных колебаний с большим увеличением амплитуды. Эти эффекты дают качественное объяснение экспериментов по слиянию и дроблению пульсирующих пузырьков в жидкости.

*Ключевые слова:* слияние пузырьков, дробление пузырьков, пульсирующие пузырьки в жидкости.

## Вынужденные колебания в жидкости двух газовых пузырей в окрестности их контакта

Как известно, на пульсирующие шары в жидкости действует сила взаимодействия Бьеркнеса. Этим объясняется приближение газовых пузырьков, пульсирующих в жидкости. Эксперименты показывают, что сближение пульсирующих пузырьков не всегда заканчивается их слиянием. В результате обработки многих экспериментов в [1] предложены следующие гипотезы условии слияния пузырьков: $\mathrm{Re} = \rho Va/\mu > 15$, $a\rho\sigma/\mu > 10^4$, где $\rho$, $\mu$ – плотность и коэффициент вязкости жидкости, $\sigma$ – коэффициент поверхностного натяжения, $a$ – радиус, $V$ – скорость сближения пузырьков.

Для теоретического вывода условий слияния пузырьков рассматриваются вынужденные нелинейные колебания двух одинаковых сферических пузырей, движущихся в непосредственной близости друг от друга под действием внешнего периодического поля давлений [2]. Частота вынужденных колебаний предполагается много меньшей собственной частоты колебаний. Система имеет 2 степени свободы: радиусы сфер и координаты их центров, которые выбираются в качестве обобщенных координат Лагранжа. Получены асимптотические по малому зазору (расстоянию между границами сфер) нелинейные уравнения сближения пузырьков под действием силы притяжения Бьеркнеса и силы вязкого сопротивления. В результате усреднения получена сила нелинейного взаимодействия сил вязкости и Бьеркнеса. Зависимость усредненной безразмерной силы $\bar{f}(M, \delta_0)$, отнесенной к квадрату безразмерной амплитуды пульсаций $\alpha_0$, изображена на рис. 1.

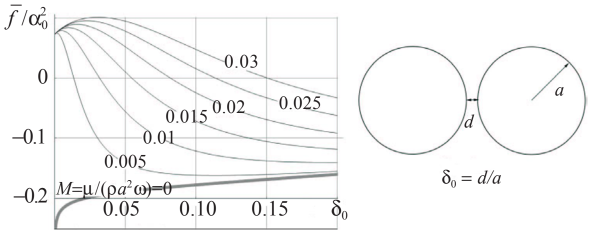


Рис. 1

Таким образом, если не учитывать вязкость ($M = 0$), то сила $\bar{f}$ всегда притягивает пузырьки и происходит сближение пузырьков вплоть до контакта. При $M > 0$ притяжение меняется на отталкивание. На некотором малом расстоянии друг от друга устанавливаются периодические колебания, и пузырьки перестают сближаться. Отсюда получены следующие условия слияния пузырьков:

$$\frac{\rho a^2 \omega}{\mu} > \frac{2\gamma\, p_\infty}{\Delta P},$$

где $\omega$ – частота вынужденных колебаний, $p_\infty$ – равновесное давление вдали от пузырька, $\Delta P$ – амплитуда колебаний внешнего давления. Полученное условие слияния подтверждается качественно приведенными эмпирическими формулами.

**Колебания газового пузырька в жидкости при резонансе частот радиальной и произвольной моды колебаний 2:1**

Качественное рассмотрение устойчивости сферической границы раздела в потоке приведено в [3]. Здесь, как возможный механизм дробления, рассмотрены малые нелинейные колебания пузырька [4]. Форма пузырька ищется в виде

$$r = a_0(1 + x(t) + \varepsilon_n(t)P_n(\eta)),$$

где $P_n(\eta)$ – полином Лежандра. Уравнения в форме Гамильтона для коэффициентов радиальной $x$ и деформационной $\varepsilon$ мод аналогичны уравнениям пружинного маятника. Частоты колебаний радиальной $\omega$ и деформационной $\omega_n$ моды находятся в резонансе 2:1 для пузырьков радиуса

$$a_0 = \frac{\sigma}{p_\infty}\left[\frac{4(n^2+n-2)(n+1)+2}{3\gamma} - 2\right].$$

Уравнения Гамильтона с учетом квадратичных по амплитуде членов преобразуются к нормальной форме и точно интегрируются. Аналитически описан периодический процесс перекачки энергии радиальной моды в $n$-ю деформационную моду. Период перекачки энергии зависит от начальных данных

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = 0,$$

$$\varepsilon_n(0) = \delta x_0\sqrt{(n+1)(2n+1)}, \dot{\varepsilon}(0) = 0.$$

При $\delta << 1$ период перекачки в $[4/(4n-1)x_0]\times \times[\ln(32/\delta^2)]$ раз больше периода деформационной моды. Отношение максимальных амплитуд деформационной и радиальной мод равно $2\sqrt{(n+1)(2n+1)}$ и согласуется с результатом [5], найденным методом двух масштабных разложений. Например, максимальная амплитуда 7-й моды $\varepsilon_7$ в 20 раз превосходит амплитуду радиальной моды $x$ (рис. 2). Аномальное увеличение амплитуды деформационной моды может явиться причиной дробления пузырька.

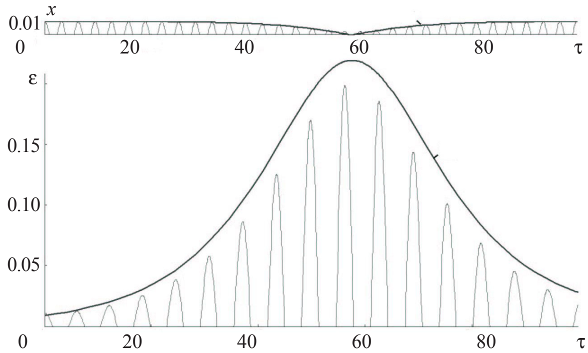

Рис. 2

Более подробно описанный эффект изложен в сообщении В.В. Вановского.

*Список литературы*

1. Бошенятов Б.В. // Докл. РАН. 2009. Т. 427, №3. С. 321–323.
2. Петров А.Г. // Докл. РАН. 2010. Т. 434, №5. С. 631–635.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
4. Вановский В.В., Петров А.Г // Докл. РАН. 2011. Т. 437. №3.
5. Williams Ffowcs J.E., Guo Y.P. // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 224. P. 507–529.

**THE MECHANISMS OF COALESCENCE AND BREAKUP OF PULSATING GAS BUBBLES IN A FLUID**

***A.G. Petrov***

Gas bubbles in a fluid can be deduced from an equilibrium state by the change of the external pressure, conduct the periodical radial vibrations (pulsations). Two pulsating in phase bubbles are attracted to each other by the Bjerknes force. However in the vicinity of the contact point the attraction counteracts the repulsion, which appears due to the interaction between Bjerknes force and the force of viscosity. In the case of vibration of a singular bubble as the result of the non-linear interaction between radial and deformational modes at the point of their resonance the energy of radial oscillations transfers to the energy of deformational oscillations with amplitude increase. These effects provide the quantified explanation for the experiments on the convergence and coalescence of pulsating gas bubbles in a fluid.

*Keywords:* bubble coalescence, bubble breakup, pulsating gas bubbles in fluid.