

УДК 532.2;532.6

**СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ
И УГЛА СМАЧИВАНИЯ ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ КАПЛИ**

© 2011 г.

М.А. Пономарева, В.А. Якутенок

Томский госуниверситет

mary_lang@sibmail.com

Поступила в редакцию 16.05.2011

Методами теории обобщенно-аналитических функций получено решение задачи о течении сжимаемого газа в газораспределительном механизме с дозвуковой скоростью без учета внешних сил. Решение задачи строится в параметрической форме. Получены распределения скоростей и давлений в области течения.

Ключевые слова: коэффициент поверхностного натяжения, угол смачивания, капля.

Введение

Существует достаточно много разновидностей так называемого метода «лежащей капли» для определения коэффициента поверхностного натяжения [1–3], основанных на получении различных геометрических характеристик изображений капли, как правило, с помощью достаточно сложных обмеров ее границы. Например, вариант метода, предложенный в [1] предполагает измерение радиусов кривизны в различных точках поверхности капли, либо значений экваториального диаметра и площади верхней части капли, ограниченной ее вершиной и экваториальным диаметром. Не менее сложны варианты метода, изложенные в [2] и предполагающие использование таблиц Башфорта–Адамса [3]. Кроме этого, данные варианты ограничены в применении определенным набором равновесных форм. Существующие способы расчета угла смачивания основаны на применении приближенных формул [4], либо предполагают непосредственное измерение по углу наклона касательной, проводимой вблизи точки пересечения контура капли с подложкой.

Для вычисления коэффициента поверхностного натяжения и значения краевого угла в качестве геометрических характеристик равновесной формы капли использованы высота ее вершины и величина радиуса пятна контакта. Методика расчета основывается на записи дифференциальных уравнений равновесия в безразмерной форме с использованием в качестве масштаба длины радиуса шара, эквивалентного по объему рассматриваемой капле. Последнее является существенным отличием от работ, ка-

сающихся рассматриваемого вопроса, в которых в качестве масштаба длины используется капиллярная постоянная, как, например в [5], где для определения равновесной формы применяется вариационный метод. Решение уравнений равновесия осуществляется стандартной конечно-разностной процедурой, что позволяет проводить расчет равновесной формы капли практически для любых значений определяющих параметров.

Методика и основные результаты

Выбирая в качестве характерного масштаба длины радиус шара R , эквивалентного по объему рассматриваемой капле, уравнения равновесия совместно с начальными условиями, отвечающие равновесной форме капли, в безразмерных переменных запишутся следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} r'' &= -z'(Boz - z'/r + C), \\ z'' &= r'(Boz - z'/r + C), \end{aligned} \quad (1)$$

$$r(0) = z'(0) = 0, \quad z(0) = z_0, \quad r'(0) = 1, \quad (2)$$

где $r = r(t)$, $z = z(t)$ – уравнения равновесной линии в параметрической форме; t – параметр, означающий длину дуги, отсчитываемую от оси; $Bo = \rho g R^2 / \sigma$ – число Бонда, характеризующее соотношение сил тяжести и поверхностного натяжения, ρ – плотность, g – ускорение свободного падения, σ – коэффициент поверхностного натяжения, C – произвольная постоянная, z_0 – высота капли. Таким образом, задача построения равновесной формы сводится к решению однопараметрической системы (1) с начальными условиями (2) и подбору значения C такого, чтобы объем фигуры вращения интегральной кривой был равен $4\pi/3$. Для численного интегри-

рования использован метод Рунге–Кутты четвертого порядка точности [7]. Подбор значения параметра C осуществляется, ввиду незначительности общих вычислительных затрат, методом половинного деления. Величина параметра C находится в диапазоне от -2 до 0 . В результате такого решения находятся значения угла смачивания θ и радиуса пятна контакта капли r_k .

Для решения общей поставленной задачи, заключающейся в определении коэффициента поверхностного натяжения по заданным z_0 и r_k , устраивается дополнительный итерационный цикл по значению числа Bo , что позволяет получить значение последнего с заданной точностью. Данный итерационный процесс осуществлен также методом половинного деления. Интервалы для поиска решения можно определить с помощью рис. 1, где показана область допустимых значений (r_k, z_0) для равновесных форм капли (область, ограниченная верхней сплошной и нижней пунктирной линиями). Пользуясь этим же рисунком можно приближенно определить величину $\sigma = \rho g R^2 / Bo$ и θ .

На рисунке сплошные линии соответствуют: 1 – $Bo = 0$, 2 – $Bo = 1$, 3 – $Bo = 4$, 4 – $Bo = 10$; штриховые линии соответствуют: 1' – $\theta = 180^\circ$, 2' – $\theta = 135^\circ$, 3' – $\theta = 90^\circ$, 4' – $\theta = 45^\circ$, 5' – $\theta = 20^\circ$, 6' – $\theta = 10^\circ$.

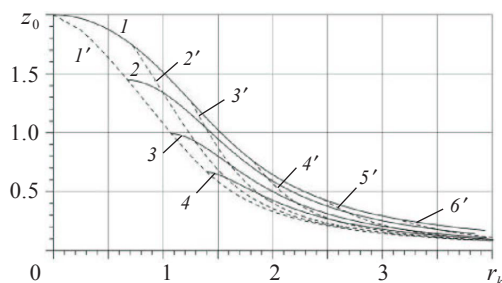


Рис. 1

Таким образом, показано, что равновесная форма свободной поверхности капли, расположенной на горизонтальной твердой стенке, од-

нозначно определяется двумя из четырех параметров: числом Бонда, значением краевого угла, безразмерными величинами высоты капли и радиуса пятна контакта. Следовательно, зная значения двух из указанных параметров, оставшиеся находятся путем построения равновесной формы. В связи с этим, является возможным определение основных параметров капиллярных сил: коэффициента поверхностного натяжения и равновесного краевого угла с помощью измерения высоты капли и радиуса пятна контакта. Для проведения расчетов необходимо использовать методику определения равновесной формы совместно с дополнительным итерационным процессом по соответствующему параметру.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №08-08-00064а) и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Список литературы

1. Горелов В.О. Разработка усовершенствованных методик измерения поверхностного натяжения жидкостей и растворов методом лежащей капли: Дис. канд. техн. наук. Ивано-Франковск: Ивано-Франк. нац. техн. ун-т нефти и газа, 2003. 150 с.
2. Иващенко Ю.Н., Еременко В.Н. Основы прецизионного измерения поверхностной энергии методом лежащей капли. Киев: Наукова думка, 1972. 230 с.
3. Bashforth F., Adams J.C. An attempt to test the theories of capillary action by comparing the theoretical and measured forms of drops of fluid. Cambridge University Press, 1883. 59 p.
4. Зимон А.Д. Адгезия жидкости и смачивание. М.: Химия, 1974. 416 с.
5. Канчукоев В.З. Вариационный метод определения профиля жидкой капли на твердой поверхности // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2005. № 9. С. 109–112.
6. Бабский В.Г. и др. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976. 504 с.
7. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 279 с.

THE METHOD OF DETERMINING THE SURFACE TENSION COEFFICIENT AND THE CONTACT ANGLE USING DROP IMAGE

M.A. Ponomareva, V.A. Yakutenok

A method of determining surface tension coefficient and contact angle is described. This method based on finding the equilibrium shape form of a liquid drop placed on a horizontal wall. Only two geometrical parameters are required as initial data: the drop height and the radius of the contact area, which are readily determined from drop images.

Keywords: surface tension coefficient, contact angle, drop.