УДК 532.517.3;532.526.3

МАЛОМОДОВЫЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ КОНВЕКТИВНЫХ СТРУКТУР В ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ СО СДВИГОВЫМ ПОТОКОМ

В.П. Реутов

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

reutov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Предложены маломодовые модели, описывающие формирование конвективных структур в охлаждаемом сверху за счет испарения слое жидкости, содержащем сдвиговое течение с линейным профилем скорости. Результаты расчетов, проведенных в рамках построенных моделей, сопоставляются с экспериментами.

Ключевые слова: термическая конвекция, сдвиговое течение, маломодовые модели, численное моделирование, конвективные ячейки.

Основные уравнения

Исследование конвективных структур в слоях испаряющейся жидкости со сдвиговым потоком представляет интерес в связи проблемой образования холодного пограничного слоя вблизи обдуваемой ветром поверхности открытых водоемов [1]. Кроме того, данная задача актуальна в контексте общей теории конвективных структур как пример структурообразования в анизотропной среде [2].

В экспериментах с тонким слоем этилового спирта, обдуваемым потоком воздуха в аэродинамической трубе, обнаружено, что при увеличении скорости потока шестиугольные конвективные ячейки («гексагоны») превращаются в квазидвумерные продольные (вытянутые вдоль потока) валы [3]. На промежуточной стадии происходило вытяжение ячеек в направлении потока. Кроме того, на продольных валах наблюдались поперечные мелкомасштабные валиковые структуры термокапиллярной природы (капиллярный узор).

Численное моделирование продольных валов в рамках двумерной задачи проводилось в [3, 4]. В настоящем исследовании рассмотрены маломодовые модели, описывающие формирование трехмерных структур при переходе «конвективные ячейки – валы» и совместное существование ортогональных валов разного масштаба. Предлагаемый подход основан на учете минимального числа пространственных гармоник по горизонтальным координатам и дискретизации их амплитудных профилей и профилей средних полей скорости и температуры по вертикали.

Введем декартову систему координат, в которой ось x направлена вдоль потока, ось y – в поперечном направлении, а ось z – вертикально вверх (против силы тяжести). Решение уравнений трехмерной конвекции [2] представим в виде суперпозиции средних и осциллирующих по (x, y) составляющих полей: $u=U+\tilde{u}$, $v=V+\tilde{v}$, $w=\tilde{w}$, $\vartheta=\overline{\vartheta}+\tilde{\vartheta}$, где (u, v, w) – компоненты вектора скорости, $\vartheta = T - T_0$ – возмущения температуры (T_0 – начальная температура жидкости). Для перехода к безразмерным переменным в качестве масштабов длины и времени выберем толщину слоя H и H^2/ν_0, где ν_0 – кинематическая вязкость жидкости. Тогда безразмерными параметрами задачи являются числа Грасгофа, Прандтля, Марангони и Рейнольдса, определенные (соответственно) выражениями:

$$\mathrm{Gr}=\frac{\alpha_0 g(\delta T)H^3}{\nu_0^2}, \quad \mathrm{Pr}=\frac{\nu_0}{\chi_0}, \quad \mathrm{Ma}=\frac{\sigma_T(\delta T)H}{\rho_0\nu_0\chi_0},$$

$$\mathrm{Re}=\frac{U_s H}{\nu_0} \quad \left(U_s=\frac{\tau_s H}{\rho_0\nu_0}\right),$$

где ρ_0, χ_0, α_0 – плотность, температуропроводность и коэффициент теплового расширения жидкости; g – ускорение свободного падения; $\delta T = q_s H/\kappa_0$ – масштаб температуры (q_s – поток тепла испарения при $T=T_0$, κ_0 – коэффициент теплопроводности); U_s – поверхностная скорость дрейфового течения, вызванного касательным напряжением τ_s; σ_T – абсолютное значение коэффициента наклона линейной зависимости поверхностного натяжения от температуры при $T=T_0$.

Решение для осциллирующих полей представим в виде усеченных разложений Фурье по координатам (x, y) с комплексными амплитудными профилями по z. Систему уравнений для комплексных профилей скорости, давления и возмущений температуры преобразуем к уравнениям для четырех величин: вертикальных компонент скорости w и завихренности Ω, вспомогательной переменной $\zeta = \Delta w$ (Δ – трехмерный лапласиан) и возмущений температуры ϑ. Эту систему дополним уравнениями для профилей компонент средней скорости и температуры. На нижней границе ($z = 0$) поставим условия прилипания, непротекания и теплоизоляции. На верхней границе ($z = 1$) зададим условие теплоизоляции для $\tilde{\vartheta}$, условие теплового баланса (выраженное через $\bar{\vartheta}$), а также условия «твердой крышки» и совпадения осциллирующих касательных напряжений с напряжениями темокапиллярной природы.

Маломодовые модели

Переход от конвективных ячеек к валам рассмотрен в рамках трехмодовой модели, в которой волновые векторы гармоник $\mathbf{k}_1 = (0, k)$ и $\mathbf{k}_{2,3} = (\pm k\sqrt{3}/2, -k/2)$ образуют резонансный триплет: $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0$ (k – модуль всех волновых векторов). Отметим, что волновой вектор первой гармоники $\mathbf{k}_1$ направлен вдоль первичного сдвигового течения (оси x). На рис. 1 представлены результаты численного решения задачи, полученные при $kH = 3.0$ для термогравитационной конвекции (Ma = 0), Gr = 2940, Pr = 16.6, $t = 6.5$. Показаны затененные линии уровня w вблизи поверхности слоя (сечение $z = 0.9$).

При малых числах Рейнольдса (Re < 4) установившимися конвективными структурами являются шестигранники. При увеличении скорости потока (Re < 5) происходит их вытяжение, а при Re > 7 формируется система продольных валов. Подчеркнем, что при всех рассмотренных значениях Re были получены квазистационарные структуры, эволюция которых связана только с медленным охлаждением слоя в целом. Результаты расчетов качественно согласуются с локальным поведением структур при переходе «конвективные ячейки – валы» в экспериментах [3].

Исследование динамики ортогональных валов разного масштаба проведено в рамках пятимодовой модели с волновыми векторами гармоник $\mathbf{k}_1 = (0, k_L)$, $\mathbf{k}_2 = (k_T, 0)$, $\mathbf{k}_3 = (2k_T, 0)$, $\mathbf{k}_4 = (k_T, k_L)$ и $\mathbf{k}_5 = (-k_T, k_L)$, где k_L и $k_T \gg k_L$ относятся к продольным и поперечным валам. В соответствии с проведенными экспериментами полагалось $k_L H = 3$ и $k_T = 5k_L$. Комбинационные гармоники $\mathbf{k}_4$ и $\mathbf{k}_5$ необходимо учесть для выполнения условий резонансного взаимодействия ($\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_4$, $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_5$), которые обеспечивают пространственную синхранизацию валов разного масштаба.

На рис. 2 показано сечение полученной в расчетах квазистационарной конвективной структуры, демонстрирующей локальные свойства конвективного течения в экспериментах – формирование мелких валов в областях подъема жидкости в продольных валах и выгибание осей мелких валов в направлении потока (Ma = 20000, Gr = 3000, Pr = 16.6, Re = 2, $t = 7$. Стрелками показано направление потока).

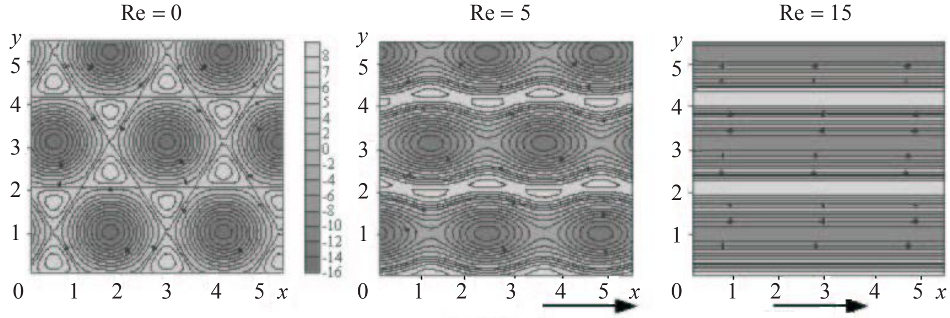

Рис. 1. Переход от конвективных ячеек к валам при увеличении числа Рейнольдса

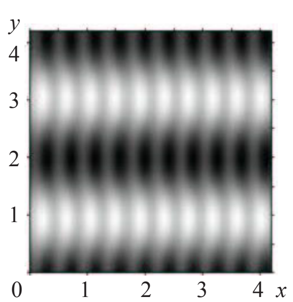

Рис. 2. Изображение поля w в сечении $z = 0.77$, построенное для течения с ортогональными валами разного масштаба

Список литературы

1. Федоров К.Н., Гинзбург А.И. Приповерхностный слой океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 304 с.

2. Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея–Бенара. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 248 с.

3. Реутов В.П., Езерский А.Б., Рыбушкина Г.В., Чернов В.В. // ПМТФ. 2007. Т. 48, №4. С. 3–14.

4. Реутов В.П., Рыбушкина Г.В. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. №1. С. 57–67.

LOW-DIMENSIONAL MODELS OF THE CONVECTIVE STRUCTURE FORMATION IN EVAPORATING LIQUIDS WITH A SHEAR FLOW

V.P. Reutov

The paper is concerned with the low-dimensional models describing the convective structure formation in the liquid layer cooled from above, which contains a shear flow with a linear velocity profile. Results of the calculations performed within the framework of the constructed models are compared with the experimental data.

Keywords: thermal convection, shear flow, low-dimensional models, numerical simulation, convective cells.