

УДК 532.5

**АППРОКСИМАЦИЯ ПРОИЗВОДНЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ
ДЛЯ ВОДЫ, ПАРА И ПАРОВОДЯНОЙ СМЕСИ**

© 2011 г.

О.Г. Савихин, С.В. Линник, А.О. Савихин

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

savihin@list.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Обсуждаются вопросы, связанные с трудностями при численном моделировании, обусловленными наличием разрывов производных термодинамических функций для воды, пара и пароводяной смеси при аппроксимации на основе скелетных таблиц.

Ключевые слова: аппроксимация, производные, термодинамические функции, вода, пар, смесь.

Вопрос о гладкости аппроксимации производных термодинамических функций для воды, пара и пароводяной смеси возникает как часть более сложной задачи разработки математической модели динамики перспективной двухконтурной ядерной энергетической установки с водяным теплоносителем, где во втором контуре для повышения к.п.д. предполагается использовать пар сверхкритического давления. Для обоснования безопасности установки необходимо провести расчет широкого круга глубоких аварийных процессов, включая разрыв контура теплоносителя. Такие тепло-гидравлические процессы сопровождаются изменением давления от сверхкритического до атмосферного, а также переходом теплоносителя через все фазовые состояния: вода, пароводяная смесь и пар.

Для описания тепло-гидравлических процессов в контуре теплоносителя использовалась система уравнений, содержащая одномерные законы сохранения массы, импульса и энергии для пароводяной смеси в гомогенном равновесном приближении [1]. Таким образом, дифференциальные уравнения для всех фазовых состояний имели один и тот же вид, а все различие проявлялось в уравнении состояния. Так как температура пароводяной смеси при нагреве не изменяется и равна температуре насыщения, то в качестве независимых переменных были выбраны расход, энтальпия и давление.

Уравнение состояния строилось на основе аппроксимации скелетных таблиц для воды и пара [2]. Поскольку скелетные таблицы используют прямоугольную сетку по температуре и давлению, потребовалось с помощью линейной аппроксимации преобразовать ее в сетку по энтальпии и давлению. Сетка по энтальпии является не равномер-

ной: с более мелким шагом в области критической точки. Это сделано для получения более точных данных, так как в этой области происходит резкое изменение термодинамических функций. Таблица значений плотности и температуры в узлах сетки, а также сама сетка хранятся в отдельном файле. Для нахождения плотности и температуры по произвольным значениям энтальпии и давлению предварительно определяется прямоугольная ячейка сетки, внутри которой лежит расчетная точка. Затем с помощью линейной аппроксимации плоскостями по трем точкам в узлах прямоугольной ячейки находят значения плотности и температуры. Производные плотности по давлению и энтальпии получаются в виде коэффициентов в уравнении плоскости.

Проведенные расчеты показали, что значения коэффициентов в соседних плоскостях могут отличаться более чем на порядок. Это служило причиной аварийных остановок программы расчета переходных процессов. Для численного решения системы уравнений была использована аппроксимация при помощи явной разностной схемы «крест». В этой схеме используется левая разность по координате на n -м временном слое для аппроксимации производной по расходу и правая разность на $(n+1)$ -м слое для аппроксимации производной по давлению. Выбранная схема оказалась очень чувствительной к скачкам производных плотности по давлению и энтальпии.

Детальное исследование трехмерных поверхностей, построенных на основе скелетных таблиц, позволило сделать следующий вывод. Несмотря на то, что поверхности являются гладкими, производные плотности по энтальпии и давлению имеют разрывы. Эти разрывы имеют не физический характер, а являются следствием аппроксимации,

использованной при составлении скелетных таблиц, поскольку ее целью являлось получение наиболее точных значений термодинамических функций, а не их производных.

В качестве одного из способов преодоления трудностей при численном моделировании было выбрано использование скелетных таблиц для самих производных термодинамических функций. Такие таблицы были построены на основе исходных данных с помощью вычисления соответствующих разностей в соседних точках. Для нахождения производных плотности и температуры по произвольным значениям энтальпии и давлению применялась билинейная аппроксимация. При билинейной аппроксимации вычисления проводятся по 4 точкам. Ключевая идея заключается в том,

чтобы провести обычную линейную интерполяцию сначала в одном направлении, затем в другом.

В результате используемые в программе производные стали непрерывны. В то же время наличие разрывов в исходных данных приводит к тому, что вычисляемые производные могут отличаться в несколько раз между соседними ячейками таблицы.

Список литературы

1. Кузнецов Ю.Н. Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Риквин С.Л., Александров А.А. Термодинамические свойства воды и водяного пара: Справочник. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1984.

APPROXIMATION OF DERIVATIVES OF THERMODYNAMIC FUNCTIONS FOR WATER, STEAM AND MIXTURE

O.G. Savikhin, S.V. Linnik, A.O. Savikhin

The paper discusses issues related to the difficulty in numerical simulation of discontinuities resulting from derivatives of thermodynamic functions for water, steam and mixture with approximations based on tables.

Keywords: approximation, derivatives, thermodynamic functions, water, steam, mixture.