

УДК 533.5

**АСИМПТОТИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННЫЕ КОНТИНУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ
В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ
ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ РАЗРЕЖЕННЫМ ГАЗОМ**

© 2011 г.

*И.Г. Брыкина¹, Б.В. Rogov²*¹НИИ механики Московского госуниверситета им. М.В. Ломоносова²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

brykina@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Предложены асимптотически согласованные континуальные модели вязкого ударного слоя (ВУС) и тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС) для исследования теплопередачи и трения на затупленных телах, обтекаемых гиперзвуковым потоком разреженного газа. Выведены асимптотически корректные граничные условия на ударной волне и на теле для этих моделей. Для модели ВУС показана важность учета в граничных условиях членов, связанных с кривизнами ударной волны и тела, при малых числах Рейнольдса и предложены эффективные условия для скорости скольжения и скачка температуры на поверхности. Асимптотическим методом получены аналитические решения для коэффициентов теплопередачи, трения и давления в переходном режиме обтекания в случае двумерных и ряда пространственных течений. Проведено численное моделирование задач гиперзвукового обтекания в рамках моделей ВУС и ТВУС в широком диапазоне чисел Рейнольдса для определения границ применимости континуальных моделей.

Ключевые слова: разреженный газ, гиперзвуковое течение, теплопередача, трение, эффекты скольжения, асимптотическое решение.

Задачи гиперзвуковой аэротермодинамики в потоках разреженных газов связаны с исследованием движения космических аппаратов и метеороидов в верхних слоях атмосферы Земли и других планет. В переходном от континуального режима к свободномолекулярному режиму обтекания, характеризующимся большими числами Кнудсена набегающего потока Kn_∞ или малыми числами Рейнольдса Re , для решения таких задач в основном применяется метод прямого статистического моделирования Монте-Карло, решение этих задач в рамках кинетических уравнений – уравнения Больцмана или его упрощенных моделей – до сих пор остается сложной проблемой. В последние годы развиваются гибридные методы, сопрягающие решение кинетических уравнений или решение, полученное методом Монте-Карло, с решением континуальных уравнений. Обзор различных методов исследования гиперзвукового обтекания тел разреженным газом приведен в [1]. Для исследования теплопередачи и аэродинамики затупленных тел в переходном режиме гиперзвукового обтекания предлагается континуальный подход с использованием двух асимптотически согласованных моделей: вязкого ударного слоя (ВУС) и тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС).

**Асимптотически согласованные модели
ВУС и ТВУС при малых числах Re :
уравнения и граничные условия**

Уравнения ТВУС и ВУС были предложены соответственно Ченгом [1] и Дэвисом [2] и использовались для режимов обтекания при больших числах Re . Для выяснения правомерности использования уравнений ВУС и ТВУС при малых числах Re проведен асимптотический анализ уравнений Навье–Стокса в гиперзвуковом вязком ударном слое около затупленного тела и показано, что уравнения ТВУС и ВУС справедливы, т.е. асимптотически строго выводятся из уравнений Навье–Стокса также и при малых числах Re . Выведены асимптотически корректные граничные условия на ударной волне (УВ) и на теле для моделей ВУС и ТВУС при малых числах Re .

Показано, что асимптотически согласованная модель ТВУС предполагает отсутствие внепорядкового члена с продольным градиентом давления в уравнении импульсов, использование на ударной волне обобщенных условий Ренкина–Гюгонио, а на поверхности – условий прилипания и отсутствия скачка температуры; именно эта модель дает правильные свободномолекулярные пределы для коэффициентов теплопередачи и трения, когда число Re стремится к нулю.

Выведены асимптотически корректные граничные условия на УВ для модели ВУС, которые уточняют условия Дэвиса, а также учитывают дополнительные члены, связанные с кривизной УВ, существенные именно при малых числах Re . Предложены эффективные граничные условия для скорости скольжения и скачка температуры на поверхности тела, учитывающие члены, связанные с кривизной поверхности. Эти условия также уточняют модель Дэвиса.

Численное решение

Проведено численное моделирование гиперзвукового обтекания тел разной формы в рамках моделей ВУС и ТВУС в широком диапазоне чисел Re итерационно-маршевым методом высокого порядка аппроксимации. В предложенном алгоритме контур УВ не итерирован, а находится на текущей итерации совместно с другими величинами (давлением, температурой, компонентами скорости).

Решение находится глобальными итерациями по эллиптической части продольного градиента давления, ответственной за передачу возмущений вверх по потоку.

Эллиптическая составляющая рассчитывается по оригинальной формуле, которая максимально минимизирует эту часть продольного градиента давления, что позволяет уменьшить число итераций до одной-двух для расчета основных интегральных характеристик (сопротивления, теплообмена) с приемлемой для практики точностью.

Асимптотическое решение

Разработан асимптотический метод решения уравнений ТВУС при малых числах Re с использованием интегрального метода последовательных приближений и асимптотического разложения в ряды. Этим методом получены простые аналитические решения для коэффициентов теплопередачи, трения и давления в зависимости от параметров набегающего потока и геометрии обтекаемого тела в случае осесимметричных и плоских течений, а также в случае трехмерных течений в окрестности плоскости симметрии тела и на стреловидных крыльях с затупленной передней кромкой, обтекаемых под углом атаки. Эти аналитические решения достаточно точны в переходном режиме обтекания, и при стремлении числа Re к нулю приближаются к решениям в свободномолекулярном потоке (при единичном коэффициенте accommodation). Выявлены параметры подобия гиперз-

вукового обтекания тел разреженным газом в различных режимах, составленные из определяющих параметров течения.

Сравнения и выводы

Континуальные численные и аналитические решения сравнивались с кинетическими решениями, решениями в свободномолекулярном потоке, экспериментальными данными и с результатами, полученными методом прямого статистического моделирования Монте-Карло для разных тел в широком диапазоне чисел Kn_{∞} . Параметры набегающего потока соответствовали траектории входа в атмосферу Земли космического корабля Space Shuttle на высотах 75–150 км, т.е. охватывали континуальный и переходный режимы обтекания.

На основании сравнений сделаны следующие выводы.

Использование асимптотически согласованных моделей ВУС и ТВУС позволяет правильно предсказывать тепловые потоки и напряжение трения на наветренной стороне затупленных тел (с температурой поверхности много меньше температуры торможения) во всем переходном режиме обтекания. Учет в граничных условиях для модели ВУС членов, связанных с кривизнами УВ и тела, оказывает значительное влияние на тепловой поток и особенно на трение при больших числах Kn_{∞} и расширяет область применимости ВУС (вместе с использованием эффективных условий скольжения) до $Kn_{\infty} \sim 20$ –30 или до высот ~ 150 км траектории Space Shuttle (при радиусе затупления ~ 1 м).

Модель ТВУС дает достоверные результаты для теплового потока и трения при $Kn_{\infty} > 0.1$ или на высотах > 100 км и обеспечивает для них правильный предельный переход к значениям в свободномолекулярном потоке при $Kn_{\infty} \rightarrow \infty$.

Аналитическое решение достаточно точное при $Kn_{\infty} > 0.1$ для коэффициента теплопередачи и при $Kn_{\infty} > 0.5$ для коэффициента трения вблизи точки торможения, и чем больше Kn_{∞} , тем на все более далеких расстояниях от точки торможения это решение правомерно, приближаясь при $Kn_{\infty} \rightarrow \infty$ к решению в свободномолекулярном потоке.

При $0.1 < Kn_{\infty} < 20$ обе модели имеют достоверные результаты, что позволяет использовать модель ВУС, как более точную, при малых и умеренных числах Kn_{∞} , и при некотором Kn_{∞} переходить к модели ТВУС, дающей правильную асимптотику при больших числах Kn_{∞} . Иными словами, возможно рассчитывать теплопередачу, напряжение трения и давление на телах, движущихся с

гиперзвуковой скоростью, при любых числах Kn_∞ , используя только континуальные модели течения, что существенно экономит вычислительные ресурсы.

В работе принимал участие Г.А. Тирский.

Работа выполнена при финансовой поддержке Роснауки (гос. контракты 02.740.11.0615 и П594) и

РФФИ (грант №09-01-00728).

Список литературы

1. Брыкина И.Г., Рогов Б.В., Тирский Г.А. // ПИММ. 2006. Т. 70. Вып. 6. С. 992–1018.
2. Cheng H.K. // IAS Paper. 1963. No 63-92. 100 p.
3. Davis R.T. // AIAA J. 1970. V. 8, No 5. P. 843–851.

ASYMPTOTICALLY CONCORDANT CONTINUUM MODELS FOR THE HYPERSONIC RAREFIED GAS FLOW OVER BLUNT BODIES IN A TRANSITIONAL REGIME

I.G. Brykina, B.V. Rogov

Asymptotically concordant continuum models – the viscous shock layer (VSL) and the thin viscous shock layer (TVSL) – are introduced for the investigation of heat-transfer and skin friction in the hypersonic rarefied gas flow over blunt bodies. Asymptotically correct shock and wall boundary conditions for these models are derived. For the VSL model, it is shown that at low Reynolds numbers it is essential to account for boundary condition terms related with shock and surface curvatures and effective wall conditions for the slip velocity and the temperature jump are proposed. The analytical solutions for heat-transfer, skin-friction and pressure coefficients are obtained by the asymptotic method for 2D and some 3D flows in transitional regime. The numerical simulation of the hypersonic flow over blunt bodies is carried out within the framework of VSL and TVSL models over a wide range of Reynolds numbers to determine the scope of applicability of continuum flow models.

Keywords: rarefied gas, hypersonic flow, heat-transfer, skin friction, slip effects, asymptotic solution.