

УДК 532.5.031;533.696.5;517.54

## КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ФОРМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С УСТРОЙСТВАМИ УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКОМ

© 2011 г.

С.А. Соловьёв

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева  
Казанского (Приволжского) федерального университета

Sergey.Solovyov@ksu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Разработан комбинированный метод построения форм осесимметричных тел, обтекаемых с выдувом реактивной струи, по заданному распределению скорости вдоль меридионального сечения тела. В основу метода положен итерационный процесс, базирующийся на решениях обратной задачи в плоском случае и прямой задачи для осесимметричного тела. Получены меридиональные сечения осесимметричных тел и проведено сравнение аэродинамических характеристик с разным положением канала выдува. Вычислены силы, действующие на осесимметричное тело, обтекаемое с выдувом реактивной струи.

*Ключевые слова:* inverse boundary value problem of aerohydrodynamics, ideal incompressible fluid, axisymmetric body, iterative process, jet blowing.

Обратные краевые задачи (ОКЗА) составляют часть общей теории обратных краевых задач для аналитических функций [1]. Обратные краевые задачи, в отличие от прямых, позволяют эффективнее решить проблему проектирования профиля, обладающего заранее заданными аэродинамическими свойствами. Разработанные методы, основанные на квазирешении некорректных задач математической физики, позволили получить аналитические решения для различных моделей жидкости [2]. При рассмотрении пространственных течений часто приходится иметь дело с задачами обтекания осесимметричных тел (проектирование фюзеляжей самолетов и дирижаблей), которые при рассмотрении меридиональных сечений можно исследовать как двумерные задачи. При решении прямых задач, то есть когда форма тела известна заранее, как правило, используются численные методы, наиболее распространенными из которых являются панельный метод (см., например, [3]) и метод дискретных вихрей (см., например, [4]). При решении обратных задач в ряде случаев также используются численные методы, являющиеся в основном итерационными (см., например, [5, 6]).

В современных летательных аппаратах для улучшения качественных характеристик могут применяться устройства активного управления потоком с подводом и без подвода энергии, позволяющие снизить сопротивление трения и обеспечить безотрывное обтекание. В настоя-

щей работе исследуется обратная краевая задача обтекания осесимметричного тела осесимметричным потоком идеальной несжимаемой жидкости (ИНЖ) с выдувом реактивной струи, то есть струи, полное давление и плотность которой отличны от полного давления и плотности внешнего потока.

### Постановка задачи

Искомое осесимметричное тело обтекается осесимметричным потоком ИНЖ с заданной плотностью  $\rho$ , скоростью  $V_\infty$  и давлением  $p_\infty$  на бесконечности. Тело определяется контуром его меридионального сечения, которое состоит из непроницаемых участков  $AP$  и  $EB$  ( $A$  – точка разветвления потока,  $P$  и  $B$  – точки схода потока) и канала  $PNE$  (рис. 1).

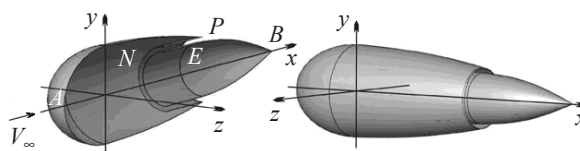


Рис. 1

Из канала выдувается струя ИНЖ с плотностью  $\rho_j$ , скоростью  $V_{j\infty}$  при давлении  $p_\infty$ . За ось симметрии тела принята ось  $x$ , вектор скорости набегающего потока направлен по этой оси. На непроницаемых участках контура задано распределение скорости потока  $V = V(s)$ , где дуговая координата  $s$  на контуре меридиональ-

ного сечения отсчитывается от  $s = 0$  в точке  $A$  до  $s = L$  в точке  $B$ . Также задана ширина канала  $h$  или расход  $Q$ .

Требуется определить форму меридионального сечения тела и найти его аэродинамические характеристики.

### Идея комбинированного метода решения

Удачным подходом к решению поставленной задачи явилось развитие метода, изложенного в работе [6], в которой итерационным способом решена обратная краевая задача для непроницаемого осесимметричного тела. Проведенные расчеты показали быструю сходимость процесса (в среднем 6–8 итераций) при точности расчетов  $10^{-6}$ . Опираясь на методы решения обратной плоской задачи и прямой осесимметричной задачи с выдувом струи, составим следующий итерационный процесс.

1. Выберем начальное приближение распределения скорости  $V_1^{(0)}(s)$  для решения ОКЗА для симметричного профиля в виде:  $V_1^{(0)}(s) = V(s)$ ,  $k = 0$ .

2. По этому распределению скорости найдем контур  $L^{(k)}$  как решение ОКЗА в плоском случае.

3. Если построенный контур  $L^{(k)}$  окажется разомкнутым, то замкнем его по методу квази-решения [2].

4. Определим  $V_2^{(k)}(s)$  как решение прямой краевой задачи для осесимметричного тела, меридиональным сечением которого является контур  $L^{(k)}$ .

5. Вычислим невязку  $\delta^{(k)}(s) = V(s) - V_2^{(k)}(s)$ .

6. Новое приближение распределения скорости для ОКЗА определим по формуле

$$V_1^{(k+1)}(s) = V_1^{(k)}(s) + \lambda \delta^{(k)}(s),$$

где  $\lambda \in [0, 1]$  – коэффициент релаксации.

7. Примем  $k = k + 1$  и перейдем на шаг 2.

В качестве критериев выхода из итерационного процесса используются следующие два условия. Первое условие:  $\|\delta^{(k)}(s)\| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное положительное число. В этом случае

полученное решение с заданной точностью совпадет с заданным распределением скорости. Так как обратная задача в общем случае может не иметь решения в классе замкнутых контуров, то вторым условием выхода из процесса служит  $\|V_2^{(k+1)}(s) - V_2^{(k)}(s)\| < \varepsilon$ . В этом случае распределение скорости по построенному телу будет отличаться от заданного, но использование метода квази-решения на одном из шагов итерационного процесса позволяет добиться, чтобы оно минимально отличалось от заданного распределения скорости.

Распределенные аэродинамические характеристики для осесимметричного тела находятся панельным методом, при этом также восстанавливается линия раздела внешнего течения и выдуваемой реактивной струи, которая моделируется цепочкой кольцевых вихрей.

Автор выражает благодарность профессору Н.Б. Ильинскому за предложенную тему исследования и полезные советы.

*Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П1124).*

### Список литературы

1. Тумашев Г.Г., Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения. Казань: Казан. ун-т, 1965.
2. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Наука, 1994.
3. Oberkampf W.L., Watson L.E. Incompressible potential flow for arbitrary bodies of revolution // AIAA. 1974. V. 12, No 3. P 409–411.
4. Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978.
5. Zedan M.F., Dalton C. Potential flow around axisymmetric bodies: direct and inverse problem // AIAA. 1978. V. 16, No 3. P. 242–250.
6. Ильинский Н.Б., Марданов Р.Ф., Соловьёв С.А. Комбинированный метод решения обратной краевой задачи аэрогидродинамики для осесимметричного тела // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Т. 48, №7. С. 1294–1308.

## A COMBINED METHOD FOR DESIGNING AXISYMMETRIC BODIES WITH FLOW CONTROL MEANS

S.A. Solov'ev

A combined method for determining the shapes of axisymmetric bodies with jet blowing according to given velocity distribution in meridional cross section is developed. The method is based on an iterative process of solving the inverse boundary value problem for a two-dimensional case and solving the direct boundary value problem for an axisymmetric case. Meridional cross sections of axisymmetric bodies were obtained; the aerodynamics characteristics with different blowing channel position are compared. Forces acting on axisymmetric bodies with jet blowing were determined.

*Keywords:* inverse boundary value problem of aerohydrodynamics, ideal incompressible fluid, axisymmetric body, iterative process, jet blowing.