УДК 534.1

О ПОГРУЖЕНИИ ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА В ВИБРИРУЮЩЕМ СОСУДЕ С ЖИДКОСТЬЮ

В.С. Сорокин, Л.И. Блехман, Л.А. Вайсберг, В.Б. Васильков, К.С. Якимова

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

iliya.i.blekhman@gmail.com

Поступила в редакцию 15.06.2011

Обобщены исследования авторов, выполненные в течение последних нескольких лет и посвященные изучению эффекта погружения пузырьков газа в вибрирующем сосуде с жидкостью. Показано, что на условие погружения пузырька существенно влияет как сжимаемость самого пузырька, так и сжимаемость окружающей его среды. Получено выражение для средней скорости движения пузырька, существенно зависящее от глубины его погружения и от параметров вибрации. На основе результатов предлагается простое физическое объяснение экспериментально наблюдаемых и аналитически изученных эффектов.

Ключевые слова: колеблющийся сосуд, газонасыщенная жидкость, пузырек воздуха, сжимаемость, условие погружения.

К настоящему времени предложено два различных механизма, два объяснения эффекта погружения пузырьков газа вглубь вертикально вибрирующего сосуда – «волновой» [1–3] и «неволновой», «вибрационный» [4, 5]. В первом случае определяющее значение имеет градиент амплитуды волны, а во втором – сжимаемость пузырька. Рассматриваются совместно оба механизма – исследуется движение пузырька газа в колеблющемся сосуде с жидкостью при учете сжимаемостей пузырька и газонасыщенного слоя, образующегося вследствие турбулизации жидкости вблизи ее свободной поверхности [6]. Получены условия, при которых пузырек будет погружаться в этом слое. Также найдено выражение для критической толщины насыщенного газом слоя жидкости, при превышении которой этот слой начинает распространяться вглубь сосуда, получено условие вибрационной неустойчивости раздельного состояния системы газ–жидкость.

Уравнения движения пузырька

Рассматривается движение пузырька в жидкости, находящейся в цилиндрическом сосуде, вертикально колеблющемся с амплитудой A и частотой ω по гармоническому закону (рис. 1). Предполагается, что среда насыщена газом на некоторую глубину $h \le H_0$ (H_0 – высота столба жидкости в сосуде) и может рассматриваться

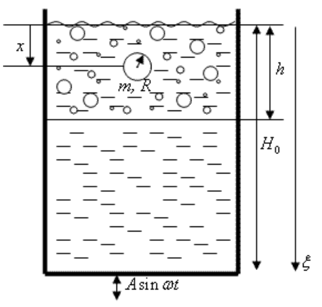

Рис. 1

как упругий стержень; остальная часть жидкости колеблется как твердое тело вместе с сосудом. Через $\xi(x, t)$ обозначим абсолютное смещение сечения данного стержня, находящегося на расстоянии x от его свободного (верхнего) края. При граничных условиях $\xi'\big|_{x=0}$, $\xi\big|_{x=h} = A\sin\omega t$ для $\xi(x, t)$ получим выражение:

$$\xi = \frac{g}{2c^2}(h^2 - x^2) + A\left(\frac{\cos(\omega x/c)}{\cos(\omega h/c)}\right)\sin\omega t, \qquad (1)$$

здесь c – скорость звука в насыщенной газом среде.

Уравнение движения пузырька в газонасыщенной жидкости при выполнении соотношения $\omega R/c << 1$ (R – радиус пузырька) может быть записано в виде

$$m\ddot{x} + (m_0\dot{x})^{\bullet} = -F(v_{otn}) + (m - \rho V_b)g + \qquad (2)$$

$$+\rho V_b \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}(x,t) - m\ddot{\alpha} - \left(m_0\left(\dot{\alpha} - \frac{\partial \xi}{\partial t}(x,t)\right)\right)^{\bullet}.$$

Здесь $v_{\text{otn}} = \dot{x} + \dot{\alpha} - \partial\xi/\partial t(x,t)$ – скорость пузырька относительно жидкости (сосуд колеблется по закону $\alpha = A\sin\omega t$); m – масса пузырька; m_0 – присоединенная масса жидкости, определяемая по формуле $m_0 = \chi\rho V_b$, где χ – некоторый коэффициент; V_b – объем пузырька; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; $F(v_{otn}) = k_1 R^2 v_{otn}$ – сила сопротивления движению пузырька.

Полагается, что колебания объема пузырька являются малыми и происходят изотермически; для их определения используется следующее уравнение:

$$\rho R_0 \frac{d^2 \Delta R}{dt^2} + 3\frac{\Delta R}{R_0} P_e = -\rho x g - \rho A \omega^2 f(x) \sin \omega t, \qquad (3)$$

где

$$f(x) = \frac{c}{\omega} \frac{\sin(\omega x / c)}{\cos(\omega h / c)},$$

R_0 – радиус пузырька вблизи свободной поверхности жидкости, P_e – некоторое внешнее давление.

Решение методом прямого разделения движений

Для решения задачи используется подход вибрационной механики и метод прямого разделения движений [7]. Решения уравнения (2) разыскиваются в форме

$$x = X(t) + \psi(t, \tau),$$

где X – «медленная», а ψ – «быстрая», 2π-периодическая по безразмерному («быстрому») времени $\tau = \omega t$ переменная, среднее за период по τ значение которой равно нулю. В результате, считая массу пузырька пренебрежимо малой, получено следующее уравнение его «медленных» движений:

$$\ddot{X} + \eta \dot{X} = \frac{A^2 \omega^4}{2\chi} \times \left[\frac{1}{c^2} \left(\frac{\omega^2}{\eta^2 + \omega^2} \left(1 + \frac{1}{\chi} \right) f'(X) - 1 \right) + \frac{\rho}{P_e} \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \omega^2} \frac{\omega^2 + \eta^2/3}{\eta^2 + \omega^2} f'(X) \right] f(X) - \frac{1}{\chi} g. \qquad (4)$$

Здесь $\eta = k_1 R_0^2 / (\chi \rho V_{b0})$ (V_{b0} – объем пузырька вблизи свободной поверхности жидкости), $\lambda = 1/R_0 \sqrt{3P_e/\rho}$, штрихом обозначается производная по координате.

Исходя из вида уравнения (4), определены параметры системы, при которых пузырек будет погружаться или всплывать в слое жидкости, насыщенном газом. Если выражение, стоящее в правой части уравнения, положительно, то пузырек погружается, а если оно отрицательно, – то всплывает. Используя полученное условие погружения пузырька, можем найти условие вибрационной неустойчивости раздельного состояния системы газ–жидкость.

Вибрационная сила, действующая на пузырек в газонасыщенном слое жидкости, имеет две составляющие, первая из которых обусловлена сжимаемостью пузырька, а вторая – сжимаемостью среды. Определены области параметров, в которых влияние одного из факторов существенно сильнее влияния другого. Для проверки полученных результатов была выполнена серия натурных экспериментов на универсальном вибрационном стенде НПК «Механобр-Техника», результаты которых подтвердили теоретические выводы. В работе принимал участие И.И. Блехман.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №10-08-00201 и 11-08-00278).

Список литературы

1. Блехман И.И. и др. // Докл. РАН. 2008. Т. 422, №4. С. 470–474.
2. Crum L.A., Eller A.I. // J. Acoustical Society of America. 1970. Vol. 48, No 1(2). P. 181–189.
3. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. М.: НИЦ «РХД», 2008. 192 с.
4. Bleich H.H. // J. American Rocket Society. 1956. V. 26, No 11. P. 958–964.
5. Блехман И.И., Васильков В.Б., Сорокин В.С. // Обогащение руд. 2010. №4. С. 13–20.
6. Татевосян Р.А. // Теоретические основы химической технологии. 1977. Т. 11, №1. С. 153–155.
7. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Наука. 1994. 319 с.

ON GAS BUBBLES SINKING IN A VIBRATING FLUID-FILLED VOLUME

V.S. Sorokin, L.I. Blekhman, L.A. Vaisberg, V.B. Vasil'kov, K.S. Yakimova

The present paper generalizes the authors' recent studies devoted to the analysis of the effect of gas bubble sinking in a vibrating fluid-filled volume. It is shown that the condition of gas bubble sinking is strongly dependent on its own compressibility as well as on the compressibility of the surrounding medium. An expression for the average velocity of gas bubble motion, which significantly depends on the depth of its submergence and on vibration parameters, is derived. Based on the obtained results, a simple physical explanation of the experimentally observed and analytically studied effects is given.

Keywords: oscillating volume, gas-saturated fluid, air bubble, compressibility effects, sinking condition.