

УДК 532.5;533.6

К ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ЛОПАСТИ ТУРБИНЫ ВЭУ

© 2011 г.

М.А. Сумбатян, А.А. Бондарчук

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

sumbat@math.rsu.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Исследуется аэродинамика вращающейся лопасти турбины ветроэнергетической установки. Каждое нормальное сечение по размаху лопасти представляет собой плоский аэродинамический профиль одного и того же класса NASA 0015, симметричный относительно срединной хорды. Сечения могут отличаться друг от друга размерами и углом установки. Угол атаки для каждого нормального сечения определяется углом установки профиля, а также углом, который зависит от скорости ветра и является переменным по размаху. В рамках принятых физических гипотез получены явные выражения для аэродинамических характеристик лопасти, а также рассчитана энергия, вырабатываемая при вращении лопасти. Дана постановка обратной задачи об оптимизации геометрии такой лопасти.

Ключевые слова: лопасть, турбина ВЭУ, аэродинамика, обратная задача, оптимальная геометрия.

Постановка задачи и основные гипотезы

Вращающаяся лопасть ветроэнергетической установки (ВЭУ) моделируется двухсторонней закрученной поверхностью, которая в каждом сечении, перпендикулярном размаху, представляет собой плоский аэродинамический профиль одного и того же типа. На рис. 1 представлена схема обтекания сечения лопасти однородным потоком ветра. Угол установки лопасти отсчитывается от вертикальной оси y . Угол атаки в каждом сечении определяется углом установки, а также углом, который зависит от скорости ветра. Жидкость считается вязкой несжимаемой, в каждом сечении задача двухмерная.

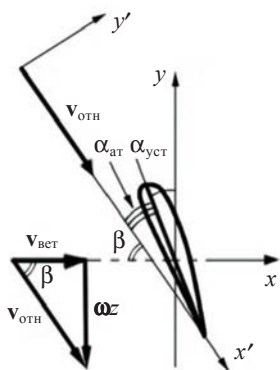


Рис. 1

Для показанного на рисунке сечения вращения приводит к его вертикальному движению вверх. При этом по отношению к профилю набегающий поток приобретает вертикальную компоненту, направленную вниз и равную произведе-

нию угловой скорости вращения ω на расстояние данного сечения от оси вращения z . Переносная компонента за счет вращения направлена вниз и равна ωz , в результате относительная скорость потока образует угол β с горизонталью. При этом угол атаки $\alpha_{ат}$ уменьшается. В свою очередь, угол установки зависит от угла закрутки $\gamma(z)$:

$$v_{отн}^2 = v_{вет}^2 + (\omega z)^2, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\omega z}{v_{вет}}, \quad (1)$$

$$\alpha_{ат} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{уст} - \beta, \quad \alpha_{уст} = \alpha_0 + \gamma(z).$$

Основные математические соотношения

Силы, действующие на лопасть в каждом сечении z , в рамках гипотезы плоских сечений раскладываются на составляющие вдоль набегающего потока (сила сопротивления) и ортогонально к нему (подъемная сила):

$$F_{x'} = \frac{C_x \rho b}{2} v_{отн}^2, \quad F_{y'} = \frac{C_y \rho b}{2} v_{отн}^2, \quad (2)$$

где $b = b(z)$ – длина хорды профиля, которая также может зависеть от расстояния сечения до оси вращения z . Здесь введены следующие безразмерные величины: C_x – коэффициент сопротивления, C_y – коэффициент подъемной силы, приведенные на единицу длины вдоль размаха лопасти [1, 2].

Интерес представляет значение момента результирующей силы $F_{y'}$, действующей на хорду, относительно оси вращения. Ее величина равна

$$\begin{aligned}
 F_y &= F_{y'} \sin(\alpha_{ат} + \alpha_{уст}) - F_{x'} \cos(\alpha_{ат} + \alpha_{уст}) = \\
 &= F_{y'} \cos\beta - F_{x'} \sin\beta = \frac{\rho b}{2} (v_{вет}^2 + \omega^2 z^2) \times \\
 &\quad \times \left(\frac{C_y}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - \frac{C_x \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} \right) = \\
 &= \frac{\rho b}{2} \sqrt{v_{вет}^2 + \omega^2 z^2} (C_y v_{вет} - C_x \omega z), \quad (3)
 \end{aligned}$$

а крутящий момент определяется по формуле (здесь L – длина лопасти)

$$\begin{aligned}
 M &= \int_0^L R_y z dz = \\
 &= \frac{\rho}{2} \int_0^L b(z) \sqrt{v_{вет}^2 + \omega^2 z^2} (C_y v_{вет} - C_x \omega z) z dz. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Важной характеристикой ВЭУ является энергия, которая пропорциональна произведению вращающего момента M на угловую скорость вращения ω

$$\begin{aligned}
 E &= M\omega = \\
 &= \frac{\rho\omega}{2} \int_0^L b(z) \sqrt{v_{вет}^2 + \omega^2 z^2} (C_y v_{вет} - C_x \omega z) z dz. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Расчет коэффициентов C_x и C_y с помощью МКЭ

Для нахождения зависимостей коэффициентов и от угла атаки был проведен численный расчет методом конечных элементов (МКЭ) в пакете ANSYS CFX 11.0. Решалась двумерная задача стационарного обтекания профиля равномерным потоком воздуха при заданных углах атаки. При расчете использовалась модель вязкой несжимаемой жидкости. Численный расчет проводился для профиля NACA 0015. Уравнения, описывающие верхнюю границу профиля, имеют вид:

$$y = 0.222675\sqrt{x} - 0.0945x - 0.2637x^2 +$$

$$+ 0.213225x^3 - 0.076125x^4, \quad (6)$$

где x – безразмерная координата, изменяющаяся от 0 до 1, ось которой направлена вдоль хорды профиля. Поскольку профиль симметричный, то форма его нижней поверхности также выражается формулой (6), но с обратным знаком.

Для дальнейшего анализа полезными оказываются аналитические аппроксимации зависимостей $C_x(\alpha_{ат})$ и $C_y(\alpha_{ат})$. Удастся построить аппроксимации с точностью, соответствующей точности расчетов по МКЭ. В простейшем случае приближения с тремя членами степенного типа имеют вид:

$$\begin{aligned}
 C_x &= 0.005797 + 0.0002981\alpha^2, \\
 C_y &= 0.09311\alpha - 0.0001106\alpha^3, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где угол α измеряется в градусах. При этом приближение (7) обеспечивает точность с относительной погрешностью в 5%. Более сложные аппроксимации обеспечивают погрешность менее 1%.

Обратная задача об оптимальной геометрии лопасти турбины ВЭУ состоит в максимизации выражения для энергии (5). При этом C_x и C_y в (5) даются приближениями вида (7), где $\alpha = \alpha_{ат}$ определяется формулой (1). Решение сформулированной оптимизационной задачи было проведено как регулярными методами (метод секущих, метод наискорейшего спуска), так и стохастическими методами (генетические алгоритмы).

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (проект ГК П238).

Список литературы

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1996. 448 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848 с.

ON THE OPTIMAL GEOMETRY OF A WIND TURBINE BLADE

M.A. Sumbatyan, A.A. Bondarchuk

The aerodynamics of the rotating blade of the wind turbine is studied. Every normal cut is a plane aerodynamic profile of the same type NACA 0015, symmetric with respect to the mid chord. The cuts may differ in their sizes and the angle of incidence. The attack angle for every normal cut is defined by the angle of incidence, as well as by the angle which depends upon the wind speed, being variable over the wing span. In the frame of the accepted physical hypotheses, explicit expressions for aerodynamic characteristics of the blade are obtained, and the energy produced by the rotating blade is calculated. An inverse problem of optimization of the geometry of such a blade is formulated.

Keywords: blade, wind turbine, aerodynamics, inverse problem, optimal geometry.